

# جبر مقابلہ ۱۹۰۷

مولفہ

مادہ نثر صاحب ایم ای۔ ایف۔ آر ایں

مندیون کے لئے معہ بہت سی مثالوں کے

جسکو

منشی محمد ذکار اللہ صاحب پروفیسر و نکیو رائل انسٹیٹیوٹ

میورکالج الہ آباد

نے

اردو میں ترجمہ کیا

چوتھے دفعہ صحیح ہو کر بمقام دہلی

طبع مرقضوی میں تمام علی حاجی محمد عزیز الدین کچھیا گیا

۱۸۷۶ء  
میسو

بغیر اجازت منسوخ کر کے کوئی چاپ نہیں سکتا

بسم اللہ الرحمن الرحیم

## دیباچہ

یہ مختصر مقابلہ بتدیون کے واسطے ولایت انگلستان میں جناب ٹوڈنٹر صاحب نے لکھا ہے  
جناب ممدوح آج کل ولایت میں بڑے ہندسے شہور ہیں جب سونے بہت سی آئے اور تنہا اسی  
کتاب کے لئے ظاہر کی تو اوہ نہونے اس کتاب کو تالیف کیا اور درحقیقت یہ جبر مقابلہ دیباچہ  
صاحب ممدوح کے بڑے جبر مقابلہ کا ہے اور اوہ میں ابتدائی اصول بیان ہوئی ہیں اور اس  
میں نہایت کوشش اور سعی کی گئی ہے کہ یہ کتاب بتدیون کی بوجہ میں آئے ہوئے  
کی باکی اور صفائی پر بہت توجہ ہوئی ہے اصول ابتدائی کی امتحانوں میں جو مضامین بیان  
پوچھے گئے ہیں آئے ہیں ان کو بہت تفصیل اور بسط سے لکھا ہے اور جو مطالب کہ کمتر استفسار  
ہوتی ہیں ان کو مختصر طور پر تحریر کیا ہے یہ کتاب تین حصوں میں منقسم ہے حصہ اول میں اٹھارہ  
باب ہیں اور ان میں سب اعمال صحاح اور کسور کے بیان کئے گئے ہیں اس دوسرے حصہ میں بارہ باب  
ہیں اور ان میں مساوات اور سوالات کے حل کا بیان ہے ان دو حصوں میں ابتدائی اصول کو  
خوب بیان کیا ہے اور بہت سی اونچی مثالیں لکھی ہیں جو اکثر امتحانوں میں پوچھی جاتی ہیں  
باقی تیسرے حصہ میں مضامین مختلفہ مندرج ہیں اور وہ امتحان ابتدائی میں کم استفسار کئے  
جاتے ہیں اس لئے ان کو مختصر طور پر لکھا ہے ترتیب مضامین کی تعلیم اصول میں اگر کسی کا دل چاہے تو  
بدل ڈالے مثلاً جب باب ضرب ختم ہو تو اس کی بعد مساوات اور سوالات سکھائی یہ ترتیب اکثر کو  
پسند ہے مترجم نہایت ممنون اور مشکور ان صاحبوں کا ہو گا جو اضلاع ترجمہ پر خاک کو اطلاق  
دینگے یا کوئی اور اصلاح کی صلاح بتلائینگے فقط

# فہرست مضامین جبر مقابلہ

باب	مضمون	صفحہ
۱	علامات کا بیان	۱
۲	اجزاء ضربی و مثال اور قوت اور ارقام کے بیان میں	۵
۳	باقی علامتوں کا بیان اور خطوط وحدانی	۴
۴	ترتیب ارقام کا بدلنا اور ارقام متماثلہ	۱۲
۵	جمع	۱۴
۶	تفریق	۱۹
۷	خطوط وحدانی	۲۳
۸	ضرب	۲۶
۹	تقسیم	۳۴
۱۰	ضرب کے نتائج عامہ	۴۴
۱۱	اجزاء ضربی کے بیان میں	۵۲
۱۲	مقسوم علیہ اعظم	۵۸
۱۳	ذو ضعات اقل	۶۴
۱۴	کسور کے بیان میں	۷۱
۱۵	تحویل کسور	۷۵
۱۶	کسور کی جمع و تفریق میں	۷۷
۱۷	ضرب کسور	۸۲
۱۸	تقسیم کسور	۸۵
۱۹	مساوات درجہ اول	۸۹
۲۰	ایضاً	۹۴
۲۱	سوالات میں	۱۰۳
۲۲	ایضاً	۱۱۳
۲۳	مساوات دو مجهول کے بیان میں	۱۲۶
۲۴	دو مجهول سے زیادہ مجهول کی مساوات میں	۱۳۵

باب	مضمون	صفحہ
۲۵	ایک مجہول سے زیادہ مجہول کے سوالات	۱۳۸
۲۶	مساوات درجہ دوم	۱۴۹
۲۷	ایسی مساواتیں جو مساوات درجہ دوم کی طرح حل ہو سکتی ہیں	۱۵۸
۲۸	سوالات مساوات درجہ دوم	۱۶۲
۲۹	مساوات درجہ دوم ایک مجہول سے زیادہ مجہولوں کی	۱۷۸
۳۰	سوالات مساوات درجہ دوم کی جنہیں ایک مجہول سے زیادہ مجہول مقدار ہیں	۱۷۵
۳۱	صعود کا بیان	۱۷۴
۳۲	نزول کا بیان	۱۸۳
۳۳	قوت نما	۱۹۹
۳۴	مقادیر اہم غیر ناطق کے بیان میں	۲۰۵
۳۵	نسبت	۲۱۰
۳۶	متناسب	۲۱۳
۳۷	تبادل	۲۲۰
۳۸	سلسلہ حسابیہ معروف بہ سلسلہ جمع و تفریق	۲۲۵
۳۹	سلسلہ ہندسیہ معروف بہ سلسلہ ضرب و تقسیم	۲۲۹
۴۰	سلسلہ موسیقی	۲۳۳
۴۱	اخلاق تدریجیہ و اجتماع	۲۳۴
۴۲	مسئلہ ثنائی معروف بہ ضابطہ نیوٹن	۲۳۹
۴۳	قطعات کتابت اعداد	۲۴۶
۴۴	سود	۲۵۰
۰	سوالات متفرق	۲۵۴
۰	اجوبہ	۲۸۰
	×	
	×	
	×	
	×	



## پہلا باب

### علامات کا بیان

(۱) جبر مقابلہ وہ علم ہے کہ جس میں اعداد و سبب سے اسی طرح کیجا ہو کہ اعداد کو حروف کی معاونت سے تعبیر کریں اور ان کی باہمی تعلقات اور ارتباطات کو اعمال کو جو ان پر کئے جائیں علامات اور رموز سے تعبیر کریں

(۲) اعداد دو حال سے خالی نہیں ہوتے یا ہم انکو جاتا ہوتا ہیں یا نہیں جنکو جانتے ہیں انکو اعداد معلومہ کہتے ہیں اور جنکو نہیں جانتے انکو اعداد مجہولہ عادت یوں پڑ گئی ہے کہ اعداد معلومہ کو اول نصف حروف تہجی سے اور اعداد مجہولہ کو نصف آخر حروف تہجی سے تعبیر کرتے ہیں مگر یہ فقط عادت کی تہا ہے ورنہ یہ کوئی فاعل ضرور نہیں اس کی باندی بھی فرض ہے نہیں اعداد دو طرح کی ہوتی ہیں صحیح یا کسر اعداد صحیح کو مختصراً کر لئے فقط صحیح ہی کہہ دیا کرتے ہیں اور عدد اور مقدار کی معنی ایک ہی ہیں خواہ عدد کو یا مقدار دونوں کا مفہوم ایک ہی ہوتا ہے

(۳) ابتدا میں بتدیون کو چاہئے کہ اعداد کو حروف سے تعبیر کرنے کی عادت والین اور علامتوں کو معنی خوب سمجھیں اور انکا استعمال جانیں ہم اول کام کام کی علامتوں کا بیان بہت توضیح سے لکھتے ہیں مضامین جبر کے بیان کرین یہ بات ہم نے پہلے دلیلیں سمجھ کر ہی کہ جبر مقابلہ کا بتدی علم حساب کا انتہی ہوتا ہے اور اسی بدیہات کو جنکا کام سب فروع ریاضیہ میں پڑتا ہے انتہی کہ برابر برابر چیزوں پر برابر برابر چیزیں زیادہ کم یا برابر چیزیں حاصل ہوتی ہیں اور اسی قبیل کے او بدیہات ہی تسلیم کرنا ہے

(۴) علامت + جب کسی عدد کو اول لکھی جائے تو اسی ہم سمجھنا چاہئے کہ وہ عدد جمع کیا جائیگا۔ مثلاً + ب سے یہ مطلب ہے کہ عدد جو ب سے تعبیر ہوتا ہے اس پر کہ اسے تعبیر ہوتا ہے جمع کر دیا ہے

اگر تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۸ کو کرتا ہو تو  $۱ + ب$  تعبیر ۲ کو کر لے گا  
 علامت  $+$  کو جمع یا مثبت یا مع کی نشانی کہتی ہیں اور  $۱ + ب$  کو سطح پڑھتے ہیں کہ مثبت یا جمع ب  
 (۵) علامت  $-$  جس عدد کو اول لکھی جاتی ہو اسی پر یہ مطلب ہے کہ وہ عدد تفریق کیا گیا ہے  
 مثلاً  $۱ - ب$  سی پر یہ مطلب ہے کہ عدد جو ب سے تعبیر ہوتا ہو اس عدد میں سی کہ  $۱$  سے تعبیر  
 ہوتا ہو تفریق ہوا ہو اگر  $۱$  تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۸ کو کرتا ہو تو  $۱ - ب$  تعبیر ۷ کو کرتا ہے  
 علامت  $-$  کو نفی یا تفریق یا ب کی علامت کہتی ہیں اور  $۱ - ب$  کو پڑھتے ہیں سطح سے  
 ہیں کہ  $۱$  منفی ب یا  $۱$  نفی ب

(۶)  $۱ + ب + ح$  سی پر یہ مطلب ہے کہ ب کو  $۱$  پر جمع کرو اور جو کچھ حاصل ہو اس میں سی  $ح$  کو  
 اور  $۱ + ب - ح$  سی پر یہ مطلب ہے کہ ب کو  $۱$  پر جمع کرو اور جو کچھ حاصل ہو اس میں سے  $ح$  کو  
 تفریق کرو اور  $۱ - ب + ح$  سی پر یہ مطلب ہے کہ ب کو  $۱$  میں سے تفریق کرو اور جو کچھ حاصل ہو  
 اس پر  $ح$  کو جمع کرو اور  $۱ - ب - ح$  سے یہ مطلب ہے کہ ب کو  $۱$  میں سے تفریق کرو اور جو  
 کچھ حاصل ہو اس میں سے  $ح$  کو تفریق کرو

(۷) علامت  $=$  جن اعداد کو درمیان میں لکھی جائے تو اسی پر یہ معلوم ہوتا ہے کہ وہ دو عدد  
 مساوی ہیں مثلاً  $۱ = ب$  سی پر یہ مفہوم ہوتا ہے کہ جو عدد  $۱$  سے تعبیر ہوتا ہو وہ مساوی ہی اس عدد  
 کو جو ب سے تعبیر ہوتا ہو اور  $۱ + ب = ح$  سی پر یہ مطلب ہے کہ مجموعہ ان اعداد کا جو  $۱$  اور ب سے  
 تعبیر ہوتی ہیں مساوی ہو اس عدد  $ح$  سے تعبیر ہوتا ہو اگر  $۱$  تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۸ کو کرے تو  
 $۱ + ب = ح$  تعبیر ۱۷ کو کر لے گا علامت  $=$  کو مساوات یا معاوہ کی علامت کہتی ہیں اور  $۱ = ب$  کو  
 پڑھتے ہیں سطح سے ہیں کہ  $۱$  مساوی ب کے

(۸) علامت  $\times$  سی پر یہ مطلب ہوتا ہے کہ جن اعداد کو درمیان وہ واقع ہو وہ آپس میں ضرب  
 دے گئے ہیں مثلاً  $۱ \times ب$  سی پر یہ مطلب ہے کہ  $۱$  سے جو عدد تعبیر ہوتا ہو وہ اس عدد میں  
 کہ ب سے تعبیر ہوتا ہے ضرب دیا گیا ہو اگر  $۱$  تعبیر ۹ کو اور ب تعبیر ۸ کو کرے

تو  $\times$  ب تعبیر  $\times$  کو کر لگا علامت  $\times$  کو ضرب کی علامت کہتی ہیں اور  $\div$  ب کو پڑتی ہے  
سطح سے ہیں کہ  $\div$  ضرب دیا گیا ب میں اور ایسے ہی  $\div$  ب  $\times$  ح سے حاصل ضرب  
اعداد کا جو  $\div$  اور  $\times$  سے تعبیر ہوتی ہیں مفہوم ہوتا ہے  
(4) اختصار کے لئے علامات ضرب کی تخفیف کر دیا کرتے ہیں جیسے کہ  $\div$  ب کو بجای  $\div$  ب کی  
لکھا کرتے ہیں اور اسکو بھی منی رہتی ہیں جو  $\div$  ب کے تھے اور ایسی ہی  $\div$  ب ج ب ج ب  
 $\div$  ب  $\times$  ح کے لکھتے ہیں اور منی دونوں کے ایک ہی ہوتی ہیں یہ علامت ضرب کی  
وٹا پیرا قطن کنی جا رہی جہاں اعداد ہندسوں کی طور پر تحریر ہوتی ہیں مثلاً  $\div$  ب سے یہ مفہوم کہ نہیں  
ہوتا کہ وہ حاصل ضرب  $\div$  وہ کا ہے کیونکہ  $\div$  کا مفہوم پینتالیس ہے پس اسکی حاصل ضرب  $\div$  وہ کو  
 $\div$   $\times$  سے تعبیر کرتی ہیں بجای علامت ضرب کے فقط  $\div$  کا بھی استعمال کرتی ہیں مگر یہ استعمال  
بھی اعداد میں ممنوع ہے کیونکہ نقطہ اعداد میں منفرستہ جاتا ہے اسلئے اس میں نقطہ کو بجای علامت  
ضرب کے استعمال کرنا نہیں خوشی دیا ہوتی ہیں اور کچھ مطلب نہیں نکلتا مثلاً  $\div$  وہ کہ حاصل ضرب  
کو سطح  $\div$  ۵۰ لکھیں تو یہ کہی نہیں سمجھا جائیگا کہ  $\div$  نے  $\div$  میں ضرب کہا ئی ہے بلکہ  
پانچ سو چار مفہوم ہو گئے

بعض اوقات یہ علامت بجای علامت ضرب کی حروف میں متعل ہوتا ہے مثلاً  $\div$  ب بجائے  
 $\div$  ب کے لکھا جاتا ہے مگر یہاں نقطہ فضول ہے اسلئے کہ بغیر نقطہ کے  $\div$  ب سے  $\div$  ب  
مفہوم ہوتا ہے یہاں نقطہ کی ضرورت ہی نہ اور علامت ضرب کی حاجت ہی جہاں ایک  
عدد ہندسوں میں لکھا گیا ہو اور ایک عدد میں جو کسی حرف سے تعبیر ہوا ہے ضرب دیا  
گیا ہو تو ایسی جگہ پر علامت ضرب کی تخفیف ضرور چاہئے جیسے کہ  $\div$  ب بجای  
 $\div$  ب لکھنا چاہئے اور منی ان دونوں کے ایک ہی ہیں

(۱۵) یہ علامت  $\div$  جن اعداد کے درمیان میں لکھی جاتی ہے اور یہ مطلب ہوتا ہے  
کہ اس علامت کا مقابل اسکو بالعد تقسیم ہو رہا ہے مثلاً  $\div$  ب سے یہ مراد ہے کہ جو عدد

۱۔ سے تعبیر ہوا ہے وہ اوس عدد پر کہ بستی تعبیر تھی انہی تقسیم کیا گیا ہے اگر تعبیر کو اور ب  
تعبیر کو کرے تو ۱ ÷ ب تعبیر کو کرے علامت ÷ کو علامت تقسیم کہتی ہیں اور ۱ ÷ ب  
کو بڑھتے سطح سے ہیں کہ ۱ تقسیم کیا گیا ب پر

تقسیم کو اس طرح سے ہی بیان کرتی ہیں کہ تقسوم کو اوپر اور تقسوم علیہ کو نیچے لکھا جائیگا۔  
 خط پہنچ دیتی ہیں جیسے کہ  $\frac{1}{2}$  لکھا جائے اس کے معنی اور  $\frac{1}{2}$  کے معنی ایک ہی ہیں۔  
 (۱۱) حروف تہجی تو اعداد کو لئے پیشہ انداز ہیں اور علامتیں جبکہ بیان کیا گیا ہے اور اگر  
 کریں گے وہ اوپر اعمال متعلقات اور ارتباطات کی نشانیاں ہیں اس لئے ان سب نشانوں کو علامت  
 جبر یا رمز جبر کہتے ہیں اور مجموعہ علامات جبر کا نام جبر ہے لیکن اکثر مختصراً  
 کیواسطے فقط جملہ ہی کہا کرتے ہیں

(۱۲) تاکہ اوپر کی علامتوں میں طالب علموں کو خوب مشق ہو جاوے چند مثالیں لکھتے ہیں جنہیں ہر جملہ جبریت کی قیمت اعداد میں بیان کی گئی ہے

فرض کرو کہ ۱ = اوب = ۲ = وح = ۳ = دد = ۵ = ور = ۶ = وس = ۰ = تو

$$P = 1 - 13 = 0 + 1 - 4 + 6 = 2 + 2 - 3 + 1$$

و ۲۸ ب + ۸ س - ۱۷ د + ۴ = ۴۸ + ۴ - ۵۲ = ۰ + ۴ - ۴۸ + ۴ = ۲۶

$$N=1 \rightarrow -N=1 \rightarrow -1+4 = \frac{10}{2} - \frac{15}{2} + \frac{15}{2} = \frac{10}{2} - \frac{15}{2} + \frac{15}{2}$$

$$12 = \frac{22}{3} = \frac{30+12}{3-0} = \frac{42}{3} \text{ اور}$$

آمشله نمبر ۱

اگر ۱ = اورب = ۲ ح = ۳ و = ۴ و = ۵ و = ۶۔ تو ان چلوں کی قیمتیں اعداد میں دریافت کرو

(۱)  $19 + 2b + 3c - 2s$  (۲)  $4 - 3 - 3b + 5c$

(۳)  $a + r + s + b + c + d - s$  (۴)  $a + b - c + d + e - d - s$

(هـ) ارح + ارح ر + لب و بر + رح در + بح در

$$\frac{25}{5} - \frac{25}{5} + \frac{12}{5} \quad (4) \quad \frac{25}{5} - \frac{25}{5} + \frac{4}{5} + \frac{12}{5} \quad (4)$$





یعنی اگر کوکعب اور اورقوا کو لیں اس قبیل کے نام جدا جدا نہیں ہیں بلکہ جو نسی فوت ہوتی  
ہو اسی فوت کے نام سے موسوم ہوتے ہیں مثلاً اگر کو ا کی چوتھی فوت اور ر کو ا  
کی پانچویں فوت اور علی ہذا القیاس

(۴) جس جملہ میں ایسی اجزا ہوں کہ وہ علامات + اور - کے ساتھ مختلط کئے گئے ہوں تو اسکو جملہ مفرد کہتے ہیں اور جس جملہ میں ایسی اجزا ہوں کہ وہ علامات + اور - کے ساتھ شامل کئے گئے ہوں تو اسکو جملہ مرکب کہتے ہیں جو اجزا کہ + اور - کی علامتوں سے شامل کئے گئے ہوں انکو ارقام جملہ کہتے ہیں مثلاً ۱ اور ۴ صبح اور ۵ اور ۸ میں سے ہر ایک جملہ مفرد ہے اور ۱ + ۴ - صبح جملہ مرکب ہے اور ۱ اور ۴ صبح اور ۵ اور ۸ صبح اور ۴ ارقام جملہ ہیں

(۴۱) اگر ایک جملہ میں دو رقمین ہوں تو اسکو جملہ ثنائی اور اگر تین رقمین ہوں تو اسکو جملہ ثلاثی کہتے ہیں اور جس جملہ میں بہت سی رقمین تین سو زیادہ ہوں تو اسکو جملہ کثیر الارقام کہتے ہیں مثلاً ۱۲ + ۳۰ کو جملہ ثنائی کہتے ہیں اور ۱-۲+۳+۴ کو جملہ ثلاثی اور ۱-۲+۳-۴-۵ کو جملہ کثیر الارقام کہتے ہیں

(۴۲) رقم میں جتنے اجزاء ضربی تہشتا، امثال عددی کے ہوں اوتنی درجہ کی وہ رقم کہلاتی ہے مثلاً  $ا ب ج$  یا  $ا ب ج د$  یا  $ا ب ج د ه$  یا  $ا ب ج د ه و$  یا  $ا ب ج د ه و ز$  یا  $ا ب ج د ه و ز ح$  چھ درجہ کی ایک رقم ہے امثال عددی یہاں نہیں شمار میں آتے مثلاً  $ا ب$  و  $ا ب ج$  ایک ہی درجہ کی رقمیں ہیں یعنی سات درجہ کے خلاصہ یہ ہے کہ درجہ کسی رقم کا مجموعہ قوت نمایوں اجزاء ضربیہ کا ہوتا ہے اور یہ بات یاد رکھنی کی ہے کہ جہاں قوت نما کوئی عدد نہ لکھا ہو وہاں ا قوت نما کو بھی فرض  $۱$  کے محسوب کرو

(۴۳) جب ایک طے کی سب قعین ایک ہی درجہ کی ہوں تو ایسی جگہ کو جملہ تجانسہ کہتی ہیں مثلاً  
 $a^2 + 2ab + b^2$  اور  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  کیونکہ ہر رقم تین درجہ کی ہے

اب ہم بیت سی مثالین چلہا جو جریرہ کی عددی قیمتی دریافت کرنیکو لکھتے ہیں فرض کرو کہ ۱ = (۱ اور ۲ = ۲ اور ۳ = ۳ اور ۴ = ۴ اور ۵ = ۵ اور ۶ = ۶ تو

ب = ۴ اور پ = ۸ اور ج = ۱۶ اور م = ۳۲

$۲۸۲ = ۳۲ \times ۹ = ۵۹$  و  $۷۰ = ۸ \times ۵ = ۳۵$  و  $۱۲ = ۴ \times ۳ = ۱۳$

۱۲۵ = ۵ = ۲ اور ۱۲۵ = ۵ = ۲ اور ۱۲۵ = ۵ = ۲ اور

$$10 = 9 \times 1 + 1 = 1 \times 1$$

$$59 = 0 + 1N - 9 + 4N = (س + ب) 4 - 9 + 3$$

$$\Delta = \frac{\Delta}{1} = \frac{1 - 1r - r^2}{r^2 - 10 + 11 - r^2} = \frac{1 - 2r - 2r^2}{r^2 - 20 + 2r - 2}$$

$$A = 13 - 21 = \frac{54 - 129}{9} = \frac{1 - 50}{1 - 2} = \frac{49 + 150}{2 + 1} = \frac{199}{3}$$

## امثلہ نمبری ۲

امثلہ بمبری ۲

(۱) ر + ب + ح + د + س + ز (۲) ز - د + ح - ب + ر

(۳)  $(\text{بج} + \text{دج} + \text{سج}) - (\text{حج} + \text{عج} + \text{فج}) = ۱۳$

(۵)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} + \dots$  (۶)  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} + \dots$

$$\frac{1-r}{1+r} + \frac{4-r}{1+r} + \frac{5+r}{1+r} \quad (1) \quad \frac{3r}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2r}{1+r} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} + \frac{5}{2} - \frac{5+5}{2} + \frac{5+5}{2} \quad (10) \quad \frac{5}{2} - \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \quad (9)$$

[illegible]

$$\frac{r}{s - \cancel{c} - \cancel{c} + j} + \frac{1r}{\cancel{c} - \cancel{c} - s} + \frac{r^A}{\cancel{c} + \cancel{c} + j} \quad (11)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(۱۶) و س + ز + ج + ب + پ  
 (۱۷) ح - ج  
 (۱۸) ح - ج

$$\frac{3 - 9}{5 + 3 + 5} \quad (12) \quad \frac{3 - 9}{5 + 3 + 5} \quad (14)$$



## تیسرا باب

باقی علامتوں کا بیان اور خطوط و حد

(۲۳) دو عددوں کے حاصل تفریق کو بعض اوقات علامت سے تعبیر کرتے ہیں مثلاً ۱۔ ۲ سے حاصل تفریق ۱ اور ۲ دو عددوں کا مراد ہے کہ ۱ اور ۲ کے تعبیر ہوتے ہیں اگر ۱ بڑا ہے تو وہ مساوی ۱۔ ۲ ہے اور اگر ۲ بڑی ۱ سے تو وہ برابر ۱۔ ۲ کے غرض اگر صواب کا مفہوم ہے کہ بڑے سے چھوٹا تفریق کیا گیا ہے خواہ چھوٹا خواہ بڑا اول عدد (۲۵) علامت ۷ سے بڑا ہے بہ نسبت کیسے اور علامت ۵ سے چھوٹا بہ نسبت کسی کے تعبیر ہوتا، مثلاً ۱۷ سے یہ مراد ہے کہ ۱۷ جس عدد تعبیر ہوگا وہ بڑا ہے بہ نسبت اس عدد کے کہ ۱۷ سے تعبیر ہوتا ہے اور ۱۷ سے یہ مراد ہے کہ عدد جو ۱۷ سے تعبیر ہوگا چھوٹا ہے بہ نسبت اس عدد کے جو ۱۷ سے تعبیر ہوگا غرض اس زاویہ کا کہلاریج بڑے عدد کی طرف ہوتا ہے

(۲۴) علامت ۱۰: احوط اور سلفے اور تو کی ہے اور علامت ۱۰: چونکہ اور کیونکہ کی ہے

(۲۵) جذر کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اس کا مجذور یعنی دوسری قوت برابر اس عدد معین کے ہو اور جذر الکعب کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اس کا مکعب یعنی تیسری قوت برابر اس عدد معین کے ہو اور جذر الکعب کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اس کا مکعب یعنی تیسری قوت برابر اس عدد معین کے ہو اور چوتھی مرتبہ کا نزول یا جذر مال المال کسی عدد معین کا وہ عدد ہے کہ اس کی چوتھی قوت برابر اس عدد معین کے ہو اور علیٰ ہذا القیاس مثلاً ۴ = ۲ نو جذر ۴ کا ۲ ہے اور ایسی ہی اگر ۱ = ۲ نو جذر ۱ کا ۱ ہے اور اس طرح ۱۲۵ = ۵ نو جذر ۱۲۵ کا ۵ ہے اور ایسی ہی اگر ۱ = ۲ نو ۱ کا جذر الکعب ہے

(۲۸) ۱ کے جذر کو اس طرح سے لکھا کرتے ہیں کہ ۱ یا ۱ اور جذر الکعب کو اس طرح سے لکھتی ہیں کہ ۱ اور ۱ کا چوتھی مرتبہ کا نزول اس طرح سے کہ ۱ اور علیٰ ہذا القیاس ۱۲ = ۴ اور ۱۲ = ۸

(۲۹) جب دو یا زیادہ اعداد کو اس طرح ضرب کیا ہو کہ وہ عدد واحد سمجھ جائیں تو اس کو اس طرح

خطوط کے درمیان لکھ دو ( ) { } اور ان خطوط کو خطوط وحدانی کہتے ہیں اس کی اعداد اور ان

اگر عدد واحد کا حکم پیدا کرتے ہیں مثلاً ہو حاصل جمع اور ب کو ح میں ضرب بنا تو اس طرح لکھتے ہیں  
کہ (۱+ب)  $\times$  ح یا (۱+ا+ب)  $\times$  ح یا زیادہ سادہ وضع پر (۱+ب) ح یا (۱+ا+ب) ح

اس کی یہ معنی ہیں کہ کل ۱+ب ضرب ح میں دیا گیا ہو اگر خطوط وحدانی کو محو کر دیں تو ۱+ب

کی صورت پیدا ہوگی اس کی یہ معنی ہوں گی کہ صرف ب کو ح میں ضرب دیکر حاصل ضرب کو ۱ پر زیادہ

کیا ہو اور ایسی ہی (۱+ب-ح) دسی یہ مطلب ہے کہ ۱+ب-ح سے جو کچھ حاصل ہوا اس کو د میں ضرب دو

یعنی کل ۱+ب-ح ضرب د میں دیا گیا ہو اگر خطوط وحدانی کو محو کر دیں تو ۱+ب-ح د

پیدا ہوگا اور اس کا مطلب یہ ہے کہ صرف ح کو د میں ضرب دیکر حاصل کر ۱+ب میں سے

تفریق کر دو اور ایسے ہی (۱-ب+ح)  $\times$  (۱+د) سے یہ مطلب ہے کہ ۱-ب+ح کا

جو حاصل ہو اس کو د+ر کے حاصل میں ضرب دو اور اس کو اس طرح ضرب ہی لکھ سکتے ہیں کہ

(۱-ب+ح) (د+ر) جیسے ۱+ب کو ا ب کے طور پر لکھا کرتے ہیں

۱) (۱+ب+ح) سے یہ مطلب ہے کہ ۱+ب+ح کا جو حاصل ہوا اس کا جذر نکالو

(ا ب) سے مراد ا ب  $\times$  ا ب اور (ا ب)  $=$  ا ب  $\times$  ا ب  $\times$  ا ب ہے

اور (۱+ب-ح)  $\div$  (د+ا) سے یہ مطلب ہے کہ حاصل ۱+ب-ح کا د+ا کے

حاصل پر تقسیم کیا گیا ہے

(۳۰) بعض اوقات خطوط وحدانی کے بجائے خطوط اور ان اعداد پر جن کو ایک عدد واحد کے

طور پر بیان کرنا منظور ہوتا ہے کہینچہ یاد کرتے ہیں جیسو کہ ۱-ب+ح  $\times$  د+ر اور اس کا

مطلب ہی ہے جو (۱-ب+ح) (د+ر) سے ہے ان خطوط کو خطوط عرضی کہتے ہیں

(۱+ب-ح)  $\div$  (د+ر) کو (۱+ب-ح) کی طرح لکھتے ہیں یہاں خط

عرضی درمیان ۱+ب-ح اور د+ر کے ایک خاص معنی رکھتا ہے

(۳۱) جعفر علامتیں جبر مقابلہ میں کام آتی ہیں اور ان سے بیان ممکن ہو لکھ دیا اور یہ بات ہی ہم بتلاتے ہیں کہ بعض حالتوں میں لفظ علامت کا اطلاق صرف + اور - پر ہم کیا کرتے ہیں مثلاً تفریق کے قاعدہ میں بدیل علامات میں معنی علامات کے صرف + اور - ہونگے اور ضرب اور تقسیم میں قاعدہ علامات سے ہماری مراد اوس قاعدہ کی ہوگی جو علامات + اور - سے متعلق ہے

(۳۲) اب ہم اور زیادہ مثالیں جملوں کی اعدادی قیمت دریا کر نیکی لکھتی ہیں فیض کو

۱ = ا اور ب = ۲ ح = ۳ اور د = ۵ اور ر = ۸ جملوں کی قیمت دریافت کرو

$$۲ = ۱۴ \sqrt{۲} = ۱۲ + ۲ \sqrt{۲} = ۲ + ۲ \sqrt{۲}$$

$$۲ = ۸ \sqrt{۲} = ۸ - ۱۲ \sqrt{۲} = ۲ - ۲ \sqrt{۲}$$

$$۱۴ = ۱۴ - ۳۲ = ۲ \times ۸ - ۲ \times ۸ = (۲ - ۲) \sqrt{۲} = (۲ - ۲) \sqrt{۲}$$

$$۴ = (۴ \times ۴) \sqrt{۴} = \{(۱۰ - ۱۴) (۲ - ۸)\} \sqrt{۴} = (۲ - ۲) \sqrt{۴}$$

$$۲۲ = ۴ \times ۴ = ۴ \{۲ \times ۲ - ۵ \times ۳\} = (۲ + ۲) \{ (۲ + ۲) (۲ - ۲) - (۲ + ۲) (۲ - ۲) \}$$

$$۲۲ = ۴ \times ۴ = ۴ \{۲ \times ۲ - ۵ \times ۳\} = (۲ + ۲) \{ (۲ + ۲) (۲ - ۲) - (۲ + ۲) (۲ - ۲) \}$$

$$۵ = ۱ \div ۱۲۵ \sqrt{۵} =$$

### امثلہ نمبری ۳

اگر ۱ = ا اور ب = ۲ ح = ۳ اور د = ۵ اور ر = ۸ جملہ ہاں مفصلہ ذیل کی قیمتیں دریافت کرو

$$(۱) ۱ (ا + ب + ح) (د + ر) (۳ + ۵) (۲ - ۲)$$

$$(۲) ۲ (ا + ر + ح) (۲ - ۲) (۵ - ۵) (۲ - ۲) (۲ - ۲)$$

$$(۳) ۳ (ا + ر + ح) (۲ - ۲) (۵ - ۵) (۲ - ۲) (۲ - ۲) (۲ - ۲)$$

$$(۱۰) (۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ + ۱۰)$$

$$(۱۱) (۱ + ۲ + ۳ + ۴ - ۵ - ۶ - ۷ + ۸ + ۹ - ۱۰)$$

$$(۱۲) (۱ + ۲ - ۳ + ۴ - ۵ + ۶ - ۷ + ۸ - ۹ + ۱۰)$$

$$(۱۳) (۱ - ۲ + ۳ - ۴ + ۵ - ۶ + ۷ - ۸ + ۹ - ۱۰)$$

$$(۱۴) (۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰)$$

$$(۱۵) (۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰)$$

## چوتھا باب

ترتیب ارقام کا بدلنا اور ارقام متماثلہ

(۳۳) اگر ایک جملہ ہو اور اسکی رقموں کے مابین علامت + کی ہو تو ایسے جملہ کے ارقام کو چاہو جس ترتیب سے لکھو نتیجہ ایک ہی رہے گا کچھ اوسمیں فرق نہیں آئے گا مثلاً ۵ + ۱ اور

۵ + ۱ کا حاصل ایک ہی ہے یعنی ۱۲ اور اسی ہذا القیاس ۱ + ۲ اور ۲ + ۱

کا حاصل بھی ایک ہی ہے یعنی مجموعہ اعداد کا جو ۱ اور ۲ سے تعبیر ہو ہیں اور

جبر متقابلہ میں اس بات کو لکھتے اس طرح ہیں کہ ۱ + ۲ = ۲ + ۱

اور ایسے ہی ۱ + ۲ + ۳ = ۳ + ۲ + ۱ = ۱ + ۲ + ۳

(۳۴) اگر ایک جملہ میں اسکی بعض رقموں کے مابین علامت + کی اور بعض کی اول

کی ہو تو اول اون رقموں کو جنکی اول علامت + کی ہو جس ترتیب سے چاہو لکھو لو

اور پھر آگے اونکے اون رقموں کو جنکی اول - کی علامت ہو جس ترتیب سے چاہو لکھو لو

اس طرح لکھنے سے کچھ حاصل نہیں فرق نہیں آئے گا یہ بات علم حساب کا ظاہری توضیح کی

مثال سے کرتی ہیں

$$۱ + ۲ - ۳ + ۴ - ۵ + ۶ - ۷ + ۸ - ۹ + ۱۰ = ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱ = ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$۱ + ۲ - ۳ + ۴ - ۵ + ۶ - ۷ + ۸ - ۹ + ۱۰ = ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱ = ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

(۳۵) بعض صورتوں میں آجہی زیادہ ترتیب نام کی اول بدل اسی جملوں میں ہو سکتی ہے جنہیں رقموں کی اول علامت + اور - کی ہر ان رقموں کو مختلف ترتیب سے ملاحظہ کرنے میں کہیں کسی کو اول کسی کو آخر لکھ دیتے ہیں اور نتیجہ صعب رتوں میں یکساں رہتا ہے مثلاً فرض کرو کہ ۱ تبصرہ کو ۱ اور ۲ تبصرہ کو ۲ اور ۳ تبصرہ کو ۳ کرنا ہے

$$۱ + ۲ + ۳ = ۱ + ۲ + ۳ = ۱ + ۲ + ۳ = ۱ + ۲ + ۳$$

اس لئے کہ ہر صورت میں بے تکلف نتیجہ نکلتا ہے لیکن اگر یہ فرض کریں کہ ۱ تبصرہ کو ۲ اور ۲ تبصرہ کو ۱ اور ۳ تبصرہ کو ۳ کرنا ہے تو جملہ ۱ - ۲ + ۳ کی حالت اسی ہوتی ہے کہ ظاہر اڑے سے عدد کو چھوٹے عدد میں تفریق کرنا پڑتا ہے یعنی ۱ کو ۲ میں سے اس وقت سے چھٹکارا ہو جائیگا اور آسانی ہو جائیگی اگر تسلیم کر لیں کہ ۱ - ۲ + ۳ اور ۱ + ۲ - ۳ کے ایک ہی معنی ہیں بالفعل ہم کسی اسی جملہ ۱ + ۲ - ۳ کو جس میں ۱ + ۲ - ۳ ہو کام میں نہیں لائیں گے تاکہ کوئی دقت جملہ ۱ + ۲ - ۳ سے نہ پیدا ہو اور اسی پر ہم قیاس کر کے ۱ - ۲ + ۳ اور ۱ - ۲ کے ایک ہی معنی سمجھیں گے

(۳۶) اس بات کا سبکے نزدیک مسلم ہونا کہ ۱ - ۲ + ۳ اور ۱ - ۲ + ۳ کے ایک ہی معنی ہیں اصطلاح جبریہ میں اتفاق یا اجتماع جمہور کہتے ہیں اور اس اجتماع کی دلمان ضرورت پڑتی ہے جہاں حساب کے عمل کرنے سے دقت پیدا ہوتی ہے جیسا کہ اوپر مذکور ہوا کہ ۱ کو ۲ میں سے تفریق کرنا پڑتا ہے پس اس اجتماع اور تفریق اور جمع کے قاعدوں سے یہ بات صاف ظاہر ہوتی ہے کہ جملوں کی عددی قیمت ایک سی رہتی ہے خواہ ان کی رقموں کو کسی ترتیب سے رکھیں

(۳۷) دفعہ ۴۳ کی طرح ہم کو اکثر ضرورت ہوگی کہ ان رقموں کو جنکی اول علامت + کی ہر ان رقموں سے جنکے اول علامت - کی ہے تمیز کریں اس طرح ان رقموں کے لئے یہ بات مقرر کی ہے کہ جن رقموں کے اول علامت + کی ہو ان کا نام ارقام مثبتہ یا موجبہ رکھا جائے اور جنکی اول علامت منفی کی ہو

اور انکو ارقام منفیہ یا سالبہ کہتے ہیں یہ حدود یا اصطلاح فقط اختصار کے لئے مقرر کی ہو اور مثبت اور منفی کے معنی فقط وہی ہیں جگہ لکھی ہو ہیں جو بیان کئے ہو ہیں اور سوا کرا جو اوکو اور معنی ہیں وہ کہیں نہیں لئے

(۳۸) اکثر جملوں کے اول ایک رقم ایسی ہوتی ہے کہ اسکی اول کوئی علامت نہیں لکھی ہوئی ہوتی ایسی جگہ علامت + کو مقرر جاننا چاہئے اور اگر ارقام جملہ کا تبدل اس طرح کیا جائے کہ پہلے رقم دوسری جگہ لکھی پڑے تو اس کے اول علامت + کی لکھنی ضرور ہے

$$\text{مثلاً } ۱ + ۱ = ۲ \quad ۱ - ۱ = ۰ \quad ۱ - ۲ = -۱$$

اب پہلے جملہ میں رقم ۱ کے اول میں کوئی علامت نہیں ہے، مگر جب جملہ کی رقموں کی ترتیب بدل کر اسکو دوسری جگہ لکھتے ہیں تو اس کے اول علامت + کی لکھنی ضرور ہے اسکی دفعہ ۳۷ کے مضمون کے ساتھ ہکو یہ بھی یاد رکھنا چاہئے کہ اگر کسی رقم کو اول کوئی علامت نہ لکھی ہو تو + کی علامت اسے پہلے مقرر ہوتی ہے

(۳۹) جن رقموں میں مماثلت ہو اور انہیں کچھ فرق نہ ہو اور اگر فرق ہو تو صرف مثال عددی میں تو ایسی رقموں کو مقادیر متماثلہ کہتے ہیں اور جنہیں اس قسم کی مماثلت نہ ہو اور نہ غیر متماثلہ مثلاً ۱ اور ۱۲ اور ۱۷ ارقام متماثلہ میں اسب میں ہر فرقہ فرق مثال عددی میں، اور ایسی ہی ۱ اور ۱۷ اور ۱۷ ارقام متماثلہ میں لیکن ۱ اور ۱۲ اور ۱۷ ارقام غیر متماثلہ ہیں انہیں ایک کو دوسرے کے ساتھ مماثلت نہیں

(۴۰) ارقام متماثلہ جن جملوں میں ہوں وہ مختصر ہو سکتے ہیں بات کو اس طرح سمجھو کہ جملہ مثلاً

$$۱۲ - ۱۱ + ۱۳ + ۱۴ - ۱۵ + ۱۶ - ۱۷ + ۱۸ - ۱۹ + ۲۰$$

بموجب دفعہ ۳۷ کے اس جملہ کو اس طرح لکھ لو کہ

$$۱۲ - ۱۱ + ۱۳ - ۱۴ + ۱۵ - ۱۶ + ۱۷ - ۱۸ + ۱۹ - ۲۰$$

ظاہر ہے کہ ۱۲ - ۱۱ + ۱۳ - ۱۴ + ۱۵ - ۱۶ + ۱۷ - ۱۸ + ۱۹ - ۲۰ اس طرح لکھا گیا ہے کہ کسی عدد کو تعبیر کرتا ہو موجب ۱۲ - ۱۱







جو سب رقموں پر آگے اور اسکے آگے وہ حروف جو سب رقموں میں مشترک ہیں لکھ دو

$$\text{مثلاً } 14 = 14 + 13 + 14$$

$$2- \text{بج} - 4- \text{بج} - 9- \text{بج} = 18- \text{بج}$$

اول مثال میں ۱۴ برابر ۱۴ اور ۱۴ برابر ۱۴ کے بموجب دفعہ ۳۸ کے ہے

(۴۵) حالت دوم ارقام متماثلہ ہوں مگر اونکی علامتیں مختلف ہوں  
اوپر جمع کرنیکا قاعدہ یہ ہے کہ جب قدر مثبت مثال عدوی ہیں اونکو جمع کر کے ایک مجموعہ بناؤ اور

جب قدر منفی مثال عدوی ہیں اونکو جمع کر کے دوسرے مجموعہ بناؤ اور ان دونوں مجموعوں کا حاصل

تفریق دریافت کر کے اسکے اول وہ علامت جو بڑے مجموعہ پر ہو لکھ دو اور آگے اوپر

حرف مشترک جو ہر مجموعہ میں ہے ان قوم کرو مثلاً ۱۳ + ۱۱ + ۱ + ۱۵ = ۱۲ - ۱۴ = ۱۱ - ۱۴ = ۱۹

$$2- \text{بج} - 4- \text{بج} - 3- \text{بج} + 4- \text{بج} + 5- \text{بج} = 14- \text{بج} = 5- \text{بج}$$

(۴۶) حالت سوم سب قیمن متماثلہ ہوں اوپر جمع کرنیکا قاعدہ یہ ہے کہ ارقام متماثلہ

ہوں اونکو موافق قاعدہ صورت دوم کے جمع کر کے لکھو اور باقی ارقام غیر متماثلہ کو جمع

علامتوں کے لکھ دو مثلاً جمع کرو ۱۷ + ۵ - ۴ + ۳ اور ۱۳ - ۱ - ۲ + ۵ اور

$$14- 2- \text{بج} - ۱- \text{ح} - ۱- \text{ح} + 3- \text{بج} + 4- \text{ح} = 13- ۱- ۲ + ۵ + ۳ + ۵$$

یہ آسانی کی بات ہے کہ ان رقموں کو سطروں میں اس ترتیب سے لکھیں کہ ارقام متماثلہ ایک

دوسرے کے ماتحت و مافوق ہوں

$$12 + 5 - 4 - 3 + ۱$$

$$13 - ۱ - ۲ + ۵ + ۳$$

$$14 - 2 - ۱ - ۳ - ۴$$

$$- 1 - 3 + ۲ - ۴ + ۳$$

$$15 + ۵ - ۲ - ۲ + ۱$$

یہاں ۱۲ اور ۱۳ اور ۱۴ و ۱۵ ارقام متماثلہ ہیں جنہیں مجموعہ مثال مثبتہ کا ۱۴ ہے اور صرف

ایک رقم ایسی ہر جگہ کا سرخفی ہے یعنی - ۱ جس کا سرا ہے اور فرق ۱۹ اور ۱۵ ہے  
تو ۱۵ حاصل جمع ان ارقام منما لہ کا ہوا اور بموجب فہ ۳۸ اور کے اول سے علامت  
+ کی ساقط کردی اور ایسی ہی ۵ - ب - ۲ - ب + ۳ - ب = ۵ ب اور آگے نلی پڑا

(۴) نیچے کی مثالوں میں رقمیں ترتیب اور قرینہ سے لکھی ہوئی ہیں

$$\begin{array}{r} ۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱ \\ ۱ + ۱۲ + ۱۱ - ۱۰۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۴ + ۱۱ - ۱۰ + ۹ \\ ۹ - ۱۰ + ۱۱ - ۱۴ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۲ + ۱۱ - ۱۰ + ۹ \\ ۹ + ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۳ - ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۱ \\ ۱ - ۱۰ + ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱ \\ ۱ + ۱۲ + ۱۱ - ۱۰۲ \end{array}$$

مثال اول میں مجموعہ اول رقموں ۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱ - ۱۰۲ کا ہر ۵ - ۱۱ یعنی کچھ نہیں ہے  
اکثر اسکو اسطرح کر کہا کرتے ہیں کہ رقمیں جنہیں ۱۰۲ موجود ہے ایک دوسر کو نابود یا فنا  
کرتے ہیں اور ایسی ہی دوسری مثال میں رقمیں جنہیں ۱۱ موجود ہے باہم ایک دوسر کو  
نابود کرتے ہیں اور نیز وہ رقمیں بھی جنہیں ۱۲ ہے باہم ایک دوسر کو نابود کرتے ہیں

$$۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱$$

$$۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱$$

$$۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱$$

$$۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱$$

$$۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱$$

$$۱۰۲ + ۱۲ - ۱۱۳ + ۱$$

مبشر

(۱) جمع کرو ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ + ۱۰

(۲) ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ + ۲۰

(۳) ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹

- (۴)  $۳ + ۲ - ۱$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۱ + ۲ + ۳$
- (۵)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ + ۳ - ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۶)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ + ۳ - ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۷)  $۱ + ۲ - ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۸)  $۱ + ۲ + ۳$  اور  $۲ + ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ + ۲$
- (۹)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- ح  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۰)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۱)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۲)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۳)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۴)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۵)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۶)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- اور  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۷)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- اور  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- (۱۸)  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$
- اور  $۱ - ۲ + ۳$  اور  $۲ - ۳ + ۱$  اور  $۳ + ۱ - ۲$

## چہا باب تفریق کے بیان میں

(۴۸) ظاہر ہے کہ اگر ۱۲ میں سے ۴ کو کم کرنا ہو تو اول ۱۲ میں سے ۴ گھٹاتے

اور ہر چاہل تفریق میں ۳ تو ۱۲ میں ۴ + ۳ تفریق ہو جاتی اور نتیجہ اس طرح تعبیر ہوتا  
 کہ ۱۲ - ۴ = ۸ اور ۱۲ - (۳ + ۴) = ۱۲ - ۷ = ۵ - ۳ - ۴ خطوط وحدانی کے مابین ۳ + ۴  
 بموجب دفعہ ۲۹ کے اس سبب لکھے گئے ہیں کہ ۱۲ میں ۴ کل ۳ + ۴ تفریق کرنے سے  
 اور علیٰ ہذا القیاس ۲۰ - (۵ + ۱۵) = ۲۰ - ۲۰ = ۰

اب اسی پر قیاس کر کے فرض کرو کہ ہکو ۱ میں ۳ + ۴ کو تفریق کرنا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر  
 ۱ میں ۳ کو تفریق کریں اور ہر چاہل تفریق میں ۳ کو ۱۲ میں سے ۳ کو تفریق  
 ہو جائیگا اور نتیجہ یہ ہوگا کہ ۱ - ۳ - ۴

اور ۱ - (۳ + ۴) = ۱ - ۷ = ۱ - ۳ - ۴ بیان ۳ + ۴ کو خطوط وحدانی کے درمیان میں  
 لکھا ہے کہ ۱ میں سے کل ۳ + ۴ کو گھٹانا تھا اور علیٰ ہذا القیاس  
 ۱ - (۳ + ۴) = ۱ - ۷ = ۱ - ۳ - ۴

(۲۹) اگر ۳ کو ۱۲ میں سے تفریق کرنا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ۱۲ میں ۴ تفریق کریں تو  
 ۱۲ - ۴ حاصل ہوگا لیکن بیان ہم ۱۲ میں سے زیادہ گھٹا یا ہر اسلئے کہ ہم نے ۴ کو کم کیا ہے  
 اور ہکو چاہو یہ تھا کہ ۴ منفی ۳ یعنی ۳ میں سے گھٹا کر جو کچھ حاصل ہوتا اسکو ۱۲ میں  
 گھٹائے اس سبب سے زیادہ کم کئے ہیں اور کم زیادہ کر لیتا چاہئے تو نتیجہ یہ حاصل ہوگا  
 ۱۲ - (۳ - ۴) = ۱۲ - ۳ + ۴ = ۱۳ اور اسی ہی

$$۱۲ - (۲ - ۳ + ۴) = ۱۲ - ۳ = ۹$$

اور اس طرح سے اگر ۳ - ۴ کو ۱۲ میں سے گھٹانا ہو تو اگر ۳ کو ۱۲ میں سے تفریق کرنے تو ہکو ۱ - ۳  
 حاصل ہوتا لیکن بیان ہم نے زیادہ تفریق کر لیا ہے کہ ۳ کو گھٹا یا ہر اسلئے کہ ۳ - ۴ یعنی  
 ۳ میں سے ۴ گھٹا کر تفریق کرنا چاہئے تھا اسلئے حاصل ۳ - ۴ زیادہ کر دو تو ہکو چاہل ہوگا کہ

$$۱ - (۳ - ۴) = ۱ - ۳ + ۴ = ۲ اور اسی ہی$$

$$۱ - (۳ + ۴) = ۱ - ۷ = ۱ - ۳ - ۴$$

(۵۰) اس مثال ۱- (ب + ح - د) = ۱ - ب - ح + د کے معنی پر غور کرو کہ ۱ میں ۱  
 ب + ح - د تفریق کیا ہے تو حاصل تفریق ۱ - ب - ح + د حاصل ہوا ہے اور میں معلوم ہوتا ہے  
 کہ مفروق کی علامتوں کو بدل کر لکھ دیا ہے مثلاً مفروق میں - د ہے تو حاصل تفریق میں  
 + د ہے اور جو مفروق میں + ح ہے تو حاصل تفریق میں - ح ہے اور مفروق میں  
 + ب ہے تو حاصل تفریق میں - ب ہے پس اس مثال اور پہلی دو دفعات کی مثالوں کے قیام  
 تفریق کا مستند ہوتا ہے کہ جس جملہ کو تفریق کرنا ہوا اس کی ساری علامتوں کی علامتیں  
 بدل دو اور پھر سب علامتوں کو موافق قاعدہ جمع کے جمع کر لو مثلاً ۱۱ - ۳ + ۲ - ۵ میں  
 ۱۱ - ۳ + ۲ - ۵ میں تفریق کرنا ہے مفروق کے جملہ کی علامتیں بدلیں تو - ۱۱ + ۳ - ۲ + ۵ حاصل  
 ہوا اور موافق قاعدہ جمع کے اس طرح سے جمع کر لو کہ

$$۱۱ - ۳ + ۲ - ۵ = ۱۱ - ۳ - ۲ + ۵$$

$$۱۱ - ۳ + ۲ - ۵ = ۱۱ - ۳ - ۲ + ۵$$

تفریق کر لو پس جملہ مفروق کی علامتیں بدلو اور قاعدہ جمع کے موافق عمل کرو اس طرح

$$۱۱ - ۳ + ۲ - ۵ = ۱۱ - ۳ - ۲ + ۵$$

$$۱۱ - ۳ + ۲ - ۵ = ۱۱ - ۳ - ۲ + ۵$$

$$۱۱ - ۳ + ۲ - ۵ = ۱۱ - ۳ - ۲ + ۵$$

ابتدا میں احتیاطاً بتدیوں کہ اول اہل عمل تفریق اس طرح کرنا چاہیے جس طرح سو کہ ہم نے اوپر  
 مگر رفتہ رفتہ او کو ایسی مشق ہو جائیگی کہ کچھ ضرورت نہیں رہے گی کہ وہ جملہ مفروق کی علامتیں  
 بدل کر لکھا کریں بلکہ وہ فقط اپنی ذہن میں علامتیں بدل کر حاصل تفریق کو لکھ دیا کریں گے  
 (۱۱) اوپر لکھا آئے ہیں کہ

$$۱ - (ب - ح) = ۱ - ب + ح$$

یہاں جملہ مفروق کی رقم - ح حاصل تفریق میں + ح ہو گئی ایسی مثالیں کرتے ہیں جن میں

- ب تفریق کرنا ہوتا ہے تو حاصل تفریق ۱ + ب ہوتا ہے یہاں بھی وہی بات ہے جو دفعہ ۴۱ میں لکھی ہے کہ اگر - ب انشاء عمل جبریہ میں اور ارقام کے ساتھ واقع ہو تو معنی سمجھنے میں دشواری نہیں لیکن اگر وہ بذات واحد ہو تو او کے معنی سمجھنے خالی از وقت نہیں اکثر مبتدیوں کے ذہن میں ان نتائج کے آجانے کے لئے اور شاید اونچی وجوہات بیان کرنا کہ یہ باتیں اکثر لکھنے میں آتی ہیں کہ  $1 = 1 + ح - ح$  پس اگر ہم  $ح - ح$  تفریق میں کر دیں تو  $1 + ح$  باقی رہے گا یا ہم یہ کہیں کہ عمل + کا برعکس - کے عمل کے ہوتا ہے پس  $ح - ح$  برعکس + کا ہے تو - ( $ح$ ) بالعکس کا بالعکس +  $ح$  ہوگا یعنی - ( $ح$ ) برابر +  $ح$  کے ہے

لیکن جو بات ہم نے دفعہ ۴۱ میں لکھی ہے طالب علم اس پر صبر کرے کیونکہ یہ وقت سمجھنے کا ہے کہ مقادیر منفیہ یعنی اون مقداروں کی جنکی حروف کے اول علامت - ہے معنی بالتفصیل بیان کئے جائیں

یہ بھی معلوم رہے کہ الفاظ جمع اور تفریق کے معنی وہی بالکل جبر مقابله میں نہیں لے کر جابجاء حساب میں لے جاتی ہیں بلکہ حساب میں جمع سے ہمیشہ زیادتی پیدا ہوتی ہے اور تفریق سے کمی لیکن جبر مقابله میں ہم کہتے ہیں کہ - ۳ کو + ۵ پر زیادہ کرو تو جبریہ حاصل جمع + ۲ ہوگا اور ایسے ہی - ۳ کو + ۵ میں سے تفریق کریں تو جبریہ حاصل تفریق یا فرق جبریہ + ۸ ہوگا

### منشیہ

- (۱) تفریق کرو ۱۷ + ۱۷ میں سے ۱۷ + ۱۰ ب
- (۲) تفریق کرو ۱۶ - ۲ ب - ح میں سے ۱۶ - ۲ ب - ۳ ح
- (۳) تفریق کرو ۱۳ - ۲ ب + ۳ ح میں سے ۱۲ - ۷ ب - ح - د
- (۴) تفریق کرو ۷ - ۸ - ۶ میں سے ۷ - ۸ - ۴ + ۳

- (۵) تفریق کرو  $۴\lambda - ۳\lambda - ۲\lambda - ۱\lambda + ۹$  میں سے  $۲\lambda - ۱\lambda + ۴ - ۹$
- (۶) تفریق کرو  $۲\lambda - ۱\lambda + ۳$  میں سے  $۱\lambda + ۱$
- (۷) تفریق کرو  $۲\lambda - ۱\lambda + ۳$  میں سے  $۲\lambda - ۱\lambda + ۳$
- (۸) تفریق کرو  $۵\lambda + ۴\lambda - ۱۲\lambda - ۴\lambda - ۵\lambda$  میں سے  $۵\lambda - ۴\lambda - ۱۲\lambda - ۴\lambda - ۵\lambda$
- (۹) تفریق کرو  $۲\lambda - ۱\lambda + ۳$  میں سے  $۱\lambda + ۱$
- (۱۰) تفریق کرو  $۲\lambda - ۱\lambda + ۳$  میں سے  $۲\lambda - ۱\lambda + ۳$  اور
- حاصل تفریق میں  $۲\lambda - ۱\lambda + ۳$

## باب ۵

خطوط وحدانی

(۵۲) جب مقابلہ میں خطوط وحدانی سے بہت کام پڑتا ہے اونہے قواعد توضیح اور صفائی کے ساتھ لکھتے ہیں طالب علم کو چاہئے کہ اس کو خوب غور سے مطالعہ کریں اول قاعدہ جب ایک جملہ بائیں خطوط وحدانی کے ہو اور اسکے اول علامت + کی ہو تو ان خطوط وحدانی کو دور کر کے اونہے درمیان کی رموز کو جو ن کا توں لکھ دیں دوم جب ایک جملہ بائیں خطوط وحدانی کے واقع ہو اور اسکی اول علامت - کی ہو تو ان خطوط کے اندر کی رموز کی علامت تبدیل کر کے لکھو اور خطوط وحدانی کو دور کر دو

$$-b + (c - d + r) = -b + c - d + r$$

$$-b - (c - d + r) = -b - c + d - r$$

دوسرا قاعدہ تو ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ وہی قاعدہ تفریق کا ہی جس کا ذکر دفعہ ۵ میں کیا گیا ہے علیٰ ہذا قیاس پہلے قاعدہ کا بیان ہی اسطرح ہو سکتا ہے

(۵۳) طالب علم کو چاہئے کہ صورتوں کو خوب ذہن میں لکھائے وہ نہایت بکار آمد ہیں





$$1 - [ \{ - \text{ب} - \{ \text{ح} - (\text{د} - \text{ر} - \text{ن}) \} ] =$$

$$1 - [ \{ - \text{ب} - \{ \text{ح} - (\text{د} - \text{ر} + \text{ن}) \} ] =$$

$$1 - [ \{ - \text{ب} - \{ \text{ح} - (\text{د} + \text{ر} - \text{ن}) \} ] =$$

$$1 - [ \{ - \text{ب} - \{ \text{ح} + \text{د} - \text{ر} + \text{ن} \} ] =$$

$$1 - \text{ب} + \text{ح} - \text{د} + \text{ر} - \text{ن}$$

(۵۵) بتدی کو چاہئے کہ ہمیشہ خطوط وحدانی کو اسی ترتیب سے دو کر لیا کریں جو اوپر مذکور ہوئے کہ اول سے اندر جو خطوط وحدانی ہوں ان کو دو کر کے اور پھر بعد کے جو اندر ہوں ان کو دو کر لیں مگر ہم اس ترتیب کو بدل سکتے ہیں اس طرح کہ جب ایک زوج خطوط وحدانی کو دو کر لیں تو جو جملے اس کے دوسرے زوج خطوط وحدانی کے اندر واقع ہوں ان کی علامتیں ہمزہ تبدیل کریں اور یہ سمجھیں کہ ہر جملہ کہ خطوط وحدانی کے درمیان واقع ہو وہ ایک قسم کی جملہ خطوط وحدانی کے اندر درمیان خطوط وحدانی کے ہوں ان کو ایک قسم سمجھ کر عمل کریں مثلاً لون سے

اس بات کو خوب سمجھ لو

$$1 + \{ \text{ب} + (\text{س} - \text{د}) \} = 1 + \text{ب} + (\text{س} - \text{د}) = 1 + \text{ب} + \text{س} - \text{د}$$

$$1 + \{ - \text{ب} - (\text{س} - \text{د}) \} = 1 + \text{ب} - (\text{س} - \text{د}) = 1 + \text{ب} - \text{س} + \text{د}$$

$$1 - \{ \text{ب} + (\text{س} - \text{د}) \} = 1 - \text{ب} - (\text{س} - \text{د}) = 1 - \text{ب} - \text{س} + \text{د}$$

$$1 - \{ - \text{ب} - (\text{س} - \text{د}) \} = 1 - \text{ب} + (\text{س} - \text{د}) = 1 - \text{ب} + \text{س} - \text{د}$$

$$اور 1 - \{ \text{ب} - (\text{س} - \text{د}) \} = 1 - \text{ب} + (\text{س} - \text{د}) = 1 - \text{ب} + \text{س} - \text{د}$$

$$1 - \text{ب} + \text{س} - (\text{د} - \text{ر}) = 1 - \text{ب} + \text{س} - \text{د} + \text{ر}$$

$$1 - \{ \text{ب} - (\text{س} - (\text{د} - \text{ر} - \text{ن})) \} = 1 - \text{ب} + (\text{س} - (\text{د} - \text{ر} - \text{ن})) =$$

$$1 - \text{ب} + \text{س} - (\text{د} - \text{ر} - \text{ن}) = 1 - \text{ب} + \text{س} - \text{د} + \text{ر} + \text{ن}$$

$$= 1 - \text{ب} + \text{س} - \text{د} + \text{ر} + \text{ن}$$

(۵۶) اکثر مقام پر تہائی کے لئے اس بات کی ضرورت آن پڑتی ہے کہ دو یا زیادہ رقموں کو خطوط وحدانی میں داخل کریں جن قاعدوں کے رقموں کے خطوط وحدانی دور ہو میں انہیں قاعدوں کے خطوط وحدانی میں رقمیں داخل کر نیکیے قاعدے مرتب ہو سکتے ہیں جملہ کی جتنی رقموں کو چاہو خطوط وحدانی میں لکھ دو اور کل پر ایک علامت + کی ثبت کرو دوم جملہ کی جتنی رقموں کو چاہو ایک خطوط وحدانی میں علامتین بدل کر لکھ دو اور خطوط وحدانی پر علامت - کی لکھ دو مثالین دیکھو

$$۱ - ب + ح - د + ر = ۱ - ب + (ح - د + ر) یا =$$

$$۱ - ب + ح + (- د + ر) یا = ۱ - (ب - ح + د - ر) یا =$$

$$۱ - ب - (ح + د - ر) اور سید طرح سے متعدد خطوط وحدانی داخل ہو سکتی ہیں مثلاً$$

$$۱ - ب + ح - د + ر = ۱ - (ب - ح + د - ر) = ۱ - (ب - ح - د + ر)$$

## امثلہ نمبری

مختصر کرو

جملہ پر مفصلہ ذیل میں خطوط وحدانی دور کرو اور مقدار میں متانکہ کو جمع کرو اور اس طرح جملہ نوی صورت

$$(۱) ۱۳ - ب - (۱۲ - ب) (۲) ۱ - ب + ح - (۱ - ب - ح)$$

$$(۳) ۱ - (۱ - ۱) + (۱ - ۱) - (۱ - ۱ + ۱ - ۱) - (۱ - ۱)$$

$$(۴) ۱ + ب + (۱ - ب) - (۱۲ - ب) - (۱۵ + ۱۶)$$

$$(۵) ۱ - ب + ح - (ب - ۱ + ح) + (ح - ۱ + ب) - (۱ - ح + ب)$$

$$(۶) ۱۲ - ۱۳ - ۱۳ - ۱۳ - (۱۱ - ۱۲ + ۱۳) + (۱۱ + ۱۲ + ۱۳) - (۱۱ - ۱۲ - ۱۳)$$

$$(۷) ۱ - {ب - ح - (د - ر)}$$

$$(۸) ۱۲ - (۱۲ - ب) - {۱ - ب - (ح - ۲)}$$

$$(۹) ۱ - {۱۶ - (۱۳ + ح - ۲ - ۱)} [۱۰] ۱۲ - {ب - (۱ - ۲)}$$

$$(۱۱) ۱۳ - {ب + (۱۲ - ب) - (۱ - ب)}$$

- (۱۲)  $16 - [13 - 14 - (15 - 12)]$
- (۱۳)  $13 - [1 - (13 - 14) + 1]$
- (۱۴)  $14 - [14 - 15 - (16 - 13)]$
- (۱۵)  $12 - [13 + 14 - (15 - 12) + 16 - 17 - (18 - 15)]$
- (۱۶)  $1 - [12 - 13 - 14 + 15 - 16 - 17 + 18 - 19 - 20 + 21 - 22 - 23 + 24 - 25 - 26 + 27 - 28 - 29 + 30 - 31 + 32 - 33 + 34 - 35 - 36 + 37 - 38 - 39 + 40 - 41 + 42 - 43 + 44 - 45 - 46 + 47 - 48 - 49 + 50 - 51 + 52 - 53 + 54 - 55 - 56 + 57 - 58 - 59 + 60 - 61 + 62 - 63 + 64 - 65 - 66 + 67 - 68 - 69 + 70 - 71 + 72 - 73 + 74 - 75 - 76 + 77 - 78 - 79 + 80 - 81 + 82 - 83 + 84 - 85 - 86 + 87 - 88 - 89 + 90 - 91 + 92 - 93 + 94 - 95 - 96 + 97 - 98 - 99 + 100]$
- (۱۷)  $14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$
- (۱۸)  $15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$
- (۱۹)  $12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$
- (۲۰)  $14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$
- (۲۱)  $12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$
- (۲۲)  $12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$
- (۲۳)  $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$
- (۲۴)  $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 34 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43 - 44 - 45 - 46 - 47 - 48 - 49 - 50 - 51 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 - 57 - 58 - 59 - 60 - 61 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 68 - 69 - 70 - 71 - 72 - 73 - 74 - 75 - 76 - 77 - 78 - 79 - 80 - 81 - 82 - 83 - 84 - 85 - 86 - 87 - 88 - 89 - 90 - 91 - 92 - 93 - 94 - 95 - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$

## آٹھواں باب

### ضرب

(۵۷) طالب علمو تم اتنی بات کو تو جانتے ہی ہو گے کہ اجزاء ضربی کا حاصل ضرب خواہ اونکو

کسی ترتیب سے ضرب دین ایک ہی ہوتا ہے جیسا کہ

$$2 \times 5 \times 3 = 3 \times 5 \times 2 = 5 \times 3 \times 2$$

اور اس طرح سے  $1 \times 2 \times 3 = 3 \times 2 \times 1 = 2 \times 1 \times 3$

اور ایسی ہی  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25 \times 26 \times 27 \times 28 \times 29 \times 30 \times 31 \times 32 \times 33 \times 34 \times 35 \times 36 \times 37 \times 38 \times 39 \times 40 \times 41 \times 42 \times 43 \times 44 \times 45 \times 46 \times 47 \times 48 \times 49 \times 50 \times 51 \times 52 \times 53 \times 54 \times 55 \times 56 \times 57 \times 58 \times 59 \times 60 \times 61 \times 62 \times 63 \times 64 \times 65 \times 66 \times 67 \times 68 \times 69 \times 70 \times 71 \times 72 \times 73 \times 74 \times 75 \times 76 \times 77 \times 78 \times 79 \times 80 \times 81 \times 82 \times 83 \times 84 \times 85 \times 86 \times 87 \times 88 \times 89 \times 90 \times 91 \times 92 \times 93 \times 94 \times 95 \times 96 \times 97 \times 98 \times 99 \times 100$

بتن جائیں بنا کر اسکے قاعدہ کو بیان کریں اول صورت جملہ مفرد کو باہم ضرب دینا  
دوم ایک جملہ مفرد کو ایک جملہ مرکب میں ضرب دینا سوم جملہ مرکب کو باہم ضرب دینا  
اب ہم ان تینوں حالتوں کو بالترتیب بیان کرتے ہیں

(۵۸) فرض کرو کہ ۳ کو ۲ ب میں ضرب دینا ہو تو پورا حاصل ضرب اس طرح لکھا جائیگا  
۳ × ۲ ب یا اس طرح سے ۳ × ۲ ب اور یہ برابر ہے ۱۲ ب پس اسے  
یہ قاعدہ مفرد جملوں کے ضرب کا نکل کہ مثال عددی کو ضرب دیکر اس حاصل ضرب کے برابر  
جو صورت ہوں لکھ دو مثلاً ۱ × ۳ ب ح = ۳ ب ح = ۱۲ ب ح

(۵۹) ایک عدد کو باہم اس طرح ضرب دیا کرتے ہیں کہ او کی قوت نمایاں کو جمع  
حاصل جمع کو اس عدد پر لکھ دیتے ہیں مثلاً فرض کرو کہ ۳ کو ۲ ب میں ضرب دینا ہے  
تو بموجب دفعہ ۱۴

اور ۱ = ۱ × ۱

اسوٹے ۳ × ۱ = ۱ × ۱ × ۱ × ۱ × ۱ = ۱ = ۱۲ + ۳ ایسی ہی

ح × ح = ح × ح × ح × ح × ح × ح × ح = ح = ۳ + ۳

اور اس طرح ہر صورت میں یہ قاعدہ ثابت ہو سکتا ہے

(۶۰) حالت دوم فرض کرو کہ ۱ + ب کو ۳ میں ضرب دینا ہے تو

$$۳(۱ + ب) = ۱ + ب + ۱ + ب + ۱ + ب + ۱ + ب = ۳ + ۳ ب$$

ایسے ہی ۴ = (۱ + ب) ۴ = ۱ + ب + ۱ + ب + ۱ + ب + ۱ + ب

اور اس طرح سے فرض کرو کہ ۱ + ب کو ح میں ضرب دینا ہے تو

$$ح(۱ + ب) = ح + ح ب$$

اور ایسے ہی ۳ = (۱ - ب) ۳ = ۱ - ب + ۱ - ب + ۱ - ب = ۳ - ۳ ب

اور  $C = (A - B) = C - 1$  ب

پس آتے ایک جملہ مرکب کو جملہ مفروضین ضرب دینے کا مستنبط ہوا کہ جملہ مرکب کی ہر رقم کو جملہ مفروضین ضرب دو اور حاصل ضرب کے اول وہ علامت لکھ دو جو جملہ مرکب میں رقم کی اول ہو اور پھر ان سب حاصل ضربوں کو جمع کر لو تو پورا حاصل ضرب حاصل ہو جاوے گا

(۱۱) حالت سوم فرض کرو کہ  $A + B$  کو  $C + D$  میں ضرب دینا ہے تو بموجب صورت دوم کے ہموکیہ حاصل ہوگا  $(A + B)(C + D) = A(C + D) + B(C + D)$  اور

$A(C + D) = AC + AD$  اور  $B(C + D) = BC + BD$

اس واسطے  $(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD$

پھر  $A + B$  کو  $C - D$  میں ضرب دو  $(A + B)(C - D) =$

$(C - D)(A + B) = C(A + B) - D(A + B) =$

$AC + BC - AD - BD$

اب  $A - B$  کو  $C + D$  میں ضرب دو تو

$(A - B)(C + D) = (C + D)(A - B) =$

اور  $(C - D)(A - B) = AC - AD - BC + BD$

اس واسطے  $(A - B)(C - D) = AC - AD - BC + BD$

$AC - AD - BC + BD$  اور  $AC + AD + BC + BD$  سے دیکھو

بموجب دفعہ ۳۸ کے ہم اس کو اس طرح سے لکھ سکتے ہیں کہ

$(A - B)(C + D) = AC + AD - BC - BD$

اب یہاں صاف ہموکیہ معلوم ہوتا ہے کہ جہاں مضروب میں  $A$  اور مضروب فیہ  $C$

ہے اس کے مقابل میں حاصل ضرب کے اندر  $AC$  ہے اور جہاں مضروب میں  $A$

اور مضروب فیہ میں  $-D$  ہے وہاں حاصل ضرب کے اندر  $-AD$  ہے اور ایسی ہی ارقام

- ب اور + ح کے مقابل حاصل ضرب میں - ب ح ہے اور مقابل ارقام - ب اور + ح حاصل ضرب + ب ح ہے

اور یہی کیفیت علامتوں کی اون تین حاصل ضربوں میں بھی ہو جاوے گی کہ ہر علامتوں کا ذکر جو کچھ اوپر ہوا اس کا مختصر بیان یہ ہے کہ جو علامتیں یکساں ہوں ان کا حاصل ضرب + اور جو یکساں نہ ہوں ان کا حاصل ضرب - ہوتا ہے اس قاعدہ کو قاعدہ علامت کہتے ہیں ہم ان کے ذکر کرنے کے

(۴۲) اب ہم ایک عام قاعدہ جملہ اربعہ کی ضرب کا بیان کرتے ہیں کہ ضرب کے ہر رقم کو ضرب کی ہر رقم میں ضرب دو اور حاصل ضرب کے اول اگر علامتیں مضروب مضروب فیہ کی یکساں ہوں تو علامت + کی لکھو اور اگر مختلف علامتیں ہوں تو حاصل ضرب کے اول علامت - کی لکھو اور اس طرح سے جو کچھ حاصل ہوں ان سب کو جمع کر لو تو پورا حاصل ضرب حاصل ہو جائیگا مثلاً ضرب

$$۱۲ + ۳ - ۲ - ۱۳ \text{ کو } ۲ - ۱۳ \text{ ب میں}$$

$$= (۱۲ + ۳ - ۲ - ۱۳) (۲ - ۱۳)$$

$$۱۳ - ۱۲ + ۳ - ۲ - (۲ - ۱۳) = ۱۳ - ۱۲ + ۳ - ۲ - ۲ + ۱۳$$

$$= ۱۴ + ۱۲ - ۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۲ + ۲ - ۱۳ = ۱۴ + ۱۲ - ۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۲ + ۲ - ۱۳$$

$$= ۱۴ + ۱۲ - ۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۲ + ۲ - ۱۳ = ۱۴ + ۱۲ - ۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۲ + ۲ - ۱۳$$

یہ حاصل ضرب بموجب قاعدہ کے حاصل ہوگا اب اس کو مختصر کیا تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۱۴ + ۱۲ - ۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۲ + ۲ - ۱۳$$

اگر ۴ - ۲ + ۳ - ۲ + ۳ - ۲ + ۳ - ۲ میں ضرب دیں تو اس قاعدہ کی توضیح خوب ہو جائیگی بموجب قاعدہ

عمل کرنے سے اور حاصل ضربوں کے جمع کرنے سے حاصل ضرب ۳۰ یعنی ۴x۵ ہوگا اور یہی ہونا چاہئے

(۴۳) غالب علم کے سامنے بعض وقت ایسی مثالیں پیش ہوں گیں جیسی یہ ہیں کہ ۱ کو

- ۲ ب میں یا - ۲ ح کو ۱۳ میں یا - ۲ ح کو - ۲ ب میں ضرب دو حاصل مطلوبہ ہیں



اب خیز مثال کو سمجھو کہ پہلے اول رقم ۱ کو مضروب فیہ کے سب رقموں میں ضرب دیا گیا  
اور قاعدہ علامات کو ذہن میں رکھا تو یہ حاصل ہوا ۱۳۱ - ۲۱۲ + ۵۱۰ - ۱۰۱ + ۱۰۱ + ۱۰۱  
رقم یعنی ۱۲۱۰۱ اور اسکو مضروب فیہ کے سارے رقموں میں ضرب دیا اور قاعدہ  
علامات کو ملحوظ رکھا تو ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱  
کو لیا اور مضروب فیہ کی ساری رقموں میں ضرب دیا اور قاعدہ علامات کو ملحوظ رکھا تو  
۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱  
لکھا کہ ارقام متماثلہ محاذی ایک دوسرے کے ہوں کیونکہ اس طرح سے حاصل ہوئیں اور اس طرح سے  
سے اور کوئی خدشہ ہی نہیں بڑتا بس آخر کو نتیجہ یہ حاصل ہوا کہ  
۳۱۰ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱

(۶۶) طالب علم کو یہ بھی دیکھنا چاہئے کہ ہنسی مضروب اور مضروب فیہ کے رقموں کی ایک ایسی  
خاص ترتیب لکھا ہے جسے حاصل ضرب میں ارقام متماثلہ محاذی ایک دوسرے کے واقع ہونے میں  
اور اس خاص ترتیب لکھنے کا قاعدہ یہ ہے کہ اول ایک حرف جو اکثر رقموں میں آتا ہو پہلی ذہن  
میں مقرر کرو اور اس حرف کے قواعد موافق ارقام کو لکھو اب خیز مثال میں ہم ۱ کو ٹھہرا کر  
مضروب فیہ میں اول رقم وہ لکھی ہے کہ جس میں ۱ کی بڑی بڑی قوت یعنی اسکی دوسری  
قوت ہو اور بعد اسکی ہنسی رقم ۱۲۱۰۱ لکھی ہے جس میں ۱ کی وہ قوت ہو کہ بعد اسکی بڑی قوت کی  
یعنی پہلی قوت ہو اور بعد ازاں رقم ۱۲۱۰۱ لکھی ہے جس میں ۱ کی کوئی قوت بالکل نہیں ہے جب  
اس ترتیب سے رقمیں لکھی جاتی ہیں تو کہا کرتے ہیں کہ مضروب فیہ بہ ترتیب قرار دیا کہ جو تدریج کم  
ہوتی جاتی ہیں لکھا گیا ہے اور اسی ترتیب سے مضروب کی بھی لکھنا چاہئے اور ہم اس ترتیب کے مطابق  
بھی لکھتے ہیں یعنی اب تو ہم نے مضروب مضروب فیہ میں قواعد تدریج لکھتی لکھی ہیں لیکن اب  
ہم دو مضروب و مضروب فیہ کو اس طرح سے لکھیں کہ ان میں قواعد بڑھتے جائیں  
(۶۷) اب اور خیز مثال میں لکھتے ہیں ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱ - ۱۲۱۰۱ + ۱۲۱۰۱



۳۳  
رقمون کو اس ترتیب سے لکھو کہ او سیمین لہ کے فوین کم ہوتی جائیں

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 - 4 \\
 2 - 2 - 4 \\
 \hline
 3 - 2 + 2 + 3 - 4 \\
 4 - 2 - 4 + 2 - 4 \\
 2 - 4 + 2 - 4 + 2 - 4 \\
 \hline
 2 - 4 + 2 - 4 + 2 - 4 + 2 - 4
 \end{array}$$

ا + ب + ج - ا ب - ب ج - ج ا کو ا + ب + ج میں ضرب دو  
مضروب اور مضروب فیہ میں قوارا کی اس ترتیب سے کہ بندیرج کم ہوتی جائیں گامدین  
ا - ا ب - ا ج + ب - ب ج + ج  
ا + ب + ج

$$\begin{array}{r}
 ا - ا ب - ا ج + ب - ب ج + ج \\
 + ا ب - ا ب - ا ج + ج + ج - ب ج + ب ج + ج \\
 + ا ج - ا ج - ا ج + ج + ج - ب ج + ب ج + ج \\
 \hline
 ا - ا ب - ا ج + ج + ج - ب ج + ب ج + ج
 \end{array}$$

یہ مثال بذریعہ خطوط و حداتی کے ہی ا طرح حل ہو سکتی ہے

$$\begin{array}{r}
 ا - ا (ب + ج) + ب - ب ج + ج \\
 + (ب + ج)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ا - ا (ب + ج) + (ب - ب ج + ج) \\
 + ا (ب + ج) - ا (ب + ج) + (ب + ج) + (ب + ج) + (ب - ب ج + ج)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ا (ب + ج) - ا (ب + ج) + (ب + ج) + (ب + ج) + (ب - ب ج + ج)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 پس ا (ب - ب ج + ج) - ا (ب + ج) + (ب + ج) +
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ا (ب - ب ج + ج) - (ب + ج) + (ب + ج) +
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ا (ب - ب ج + ج) - ب ج + ج - ب ج - ب ج + ج = 3 ا ب ج
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 اور (ب + ج) (ب - ب ج + ج) = ب ج + ج
 \end{array}$$

پس ہی حاصل ضرب جو پہلے حاصل ہوا تھا حاصل ہوا کہ  $ا + ب + ج - ۳$  اور  $ب + ج$

$لا - ا$  اور  $لا - ب$  اور  $لا - ج$  کو ابسین ضرب دو

$لا - ا$

$لا - ب$

$لا - ج$

$لا - ب + ا$

$لا - (ا + ب)$

$لا - ج$

$لا - (ا + ب)$

$لا - ج + (ا + ب)$

$لا - (ا + ب + ج)$

طالب علم کو چاہئے کہ ہر مثال کو جسین مضروب و مضروب فیہ مرکب جملہ ہوں دو طرح سے نکالے گا  
یعنی اول مضروب کو مضروب فیہ میں ضرب دے پھر مضروب فیہ کو مضروب کو مضروب فیہ  
بنا کر ضرب دے اگر دونوں صورتوں میں نتیجہ ایک ہی نکلے تو جانے پہ عمل دونوں دفعہ صحیح کیا ہے  
غرض اسطرح دہری مشق ہوگی اور صحت عمل کا ہی امتحان ساتھ ساتھ ہوتا جاوے گا اور  
ایک مثال کی دو مثالیں مشق کے واسطے بنجائینگے

### امثلہ نمبری ۸

(۱)  $۲ لا$  کو  $۴ لا$  میں (۲)  $۳ لا$  کو  $۴ لا$  میں (۳)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں

(۴)  $۳ لا$  کو  $۵ لا$  میں (۵)  $۴ لا$  کو  $۴ لا$  میں (۶)  $۳ لا$  کو  $۳ لا$  میں

(۷)  $۸ لا$  کو  $۴ لا$  میں (۸)  $۳ لا$  کو  $۴ لا$  میں (۹)  $۵ لا$  کو  $۲ لا$  میں

(۱۰)  $۴ لا$  کو  $۴ لا$  میں (۱۱)  $۴ لا$  کو  $۴ لا$  میں

(۱۲)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں (۱۳)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں

(۱۴)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں (۱۵)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں

(۱۶)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں (۱۷)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں

(۱۸)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں (۱۹)  $۲ لا$  کو  $۲ لا$  میں

- (۱۴)  $۱ + ۴ - ۱۰ + ۴ - ۳ + ۳$  مین
- (۱۵)  $۲ - ۴ + ۱۱ - ۲۴ + ۴ + ۵$  مین
- (۱۶)  $۳ + ۴ + ۵ - ۲۴ + ۴ + ۱۱$  مین
- (۱۷)  $۲ - ۴ + ۵ + ۴ - ۲۴ + ۱$  مین
- (۱۸)  $۴ + ۴ + ۲۴ + ۴ - ۴ + ۱۲ + ۱۲$  مین
- (۱۹)  $۲ - ۲ + ۳ - ۴ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱۲$  مین
- (۲۰)  $۲ - ۲ + ۳ - ۳ + ۲ + ۴ + ۲ + ۳ + ۲ + ۱۲$  مین
- (۲۱)  $۳ - ۳ + ۳ + ۳$  مین
- (۲۲)  $۲ + ۲ - ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$  مین
- (۲۳)  $۲ + ۳ + ۳ - ۲ + ۲ - ۵$  مین
- (۲۴)  $۲ - ۱ + ۲ + ۲ + ۲ - ۲$  مین
- (۲۵)  $۲ - ۱ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$  مین
- (۲۶)  $۴ - ۳ - ۳ - ۲ + ۲$  مین
- (۲۷)  $۵ - ۲ + ۲ - ۲ - ۲ + ۲$  مین
- (۲۸)  $۲ + ۳ + ۳ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$  مین
- (۲۹)  $۲ + ۲ - ۲ + ۲ + ۲ - ۲ + ۲$  مین
- (۳۰)  $۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$  مین
- (۳۱)  $۸ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$  مین
- (۳۲)  $۲ + ۲ - ۲ + ۲ - ۲ + ۲ + ۲$  مین
- (۳۳)  $۲ - ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$  مین
- (۳۴)  $۲ + ۲ + ۲ - ۲ - ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲$  مین

(۳۵) وَا + م + ب + ل + م + پ + ل + ک + و + م + ب + ل + م + پ + ل + مین

(۳۴)  $\bar{a} - \bar{a}b + \bar{b} + \bar{a}k + \bar{a}b + \bar{b} - \bar{a}k$

جملہاں مفضلہ ذیل کو باہم ضرب دو

(۳۷) لا-لا اور لا+لا اور لا+لا کو

(۳۸) لا + لا اور لا + پ اور لا + ج کو

(۳۹)  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$  اور  $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$

(۴) ل-ز اور ع-ج اور ح-ط اور ط-ظ اور ذ+ض اور د+د

## نوان بافتیم کے بیان میں

(۶۸) حکایہ طح جبر مقابلہ میں یہی ضرب کا عکس تسمیہ ضرب میں دو اجزاء ضربی معلوم ہیں۔

اولنکا حاصل ضرب دریافت کرتے ہیں اور تقسیم میں حاصل ضرب اور ایک جز فرضی معلوم ہوتا ہے

اور دوسرا جعفری دریافت کرنے ہیں اور جس جعفری کو دریافت کرتے ہیں اوکو خارج قسمت

کہتے ہیں یہ باب اور اسے پہلے باب دونوں باسم نوام ہیں پہلے باب میں غلطی کا بیان

یہ باب اسکا بالعکس ہے، اسانی کے لئے تقسیم کی تین حالتیں بنائیں اول جملہ مفرد کو

جملہ مفرد پر تقسیم کرنا دوم ایک جملہ مرکب کو ایک جملہ مفرد پر تقسیم کرنا سوم ایک جملہ مرکب کو

جملہ مرکب پر تقسیم کرنا

(49) ایک جملہ کی تقسیم جو دوسرے جملہ پر مبنی ہے اس کا بیان دفعہ ۱۰ میں یہ کیا گیا ہے کہ اگر کو

۲۲ بر تقسیم کرنا ہو تو خارج قیمت کو اس طرح سے تعبیر کریں گے کہ ۱۵:۲۲ اور اگر اس طرح  $\frac{15}{22}$

یہ بھی ہوتا ہے کہ بعض اجزاء ہر ضربی مقسوم علیہ کے مقسوم میں ہی واقع ہو گئے ہوں تو میں دامن مختصراً

جس طرح حاجی ہوتا ہوکتا ہی مسئلہ ۱۵ ارب کو باب ج پر تقسیم کرے تو خارج قسمت یہ ہے

لہذا  $\frac{۱۵}{۳} = ۵$  اب  $۵ \times ۳ = ۱۵$  اور مقسوم علیہ  $۲ = ۷$  اب  $۷ \times ۲ = ۱۴$

[illegible]

کرن اور خارج قسمت کو  $\frac{1}{5}$  سے بغیر کرن اس طرح کہ  $\frac{1}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{4}{5}$  اور یہی ہوتا ہے کہ تمام اجزاء ضربی مقسوم علیہ کے اس طرح زایل ہو جائیں مثلاً  $12 \div 12 = 1$  اور  $18$  لا پر تقسیم کرنا ہوتا تو  $\frac{18}{18} = \frac{1}{1} = 1$  اور  $3 = \frac{3}{1}$

(۷۰) قاعدہ علامات کا اور صورتوں کے دیکھنے سے جو ضرب میں واقع ہوئے ہیں دریافت ہوتا ہے

مثلاً  $12 \div 3 = 4$  اور  $12 \div 4 = 3$  اور  $12 \div 12 = 1$

اور  $12 \div 3 = 4$  اور  $12 \div 4 = 3$  اور  $12 \div 12 = 1$

اور  $12 \div 3 = 4$  اور  $12 \div 4 = 3$  اور  $12 \div 12 = 1$

اور  $12 \div 3 = 4$  اور  $12 \div 4 = 3$  اور  $12 \div 12 = 1$

اے یہ معلوم ہو گیا کہ جو قاعدہ علامات کا ضرب میں ہر وہی قاعدہ تقسیم میں ہے

(۷۱) پس قاعدہ ایک جملہ مفرد کو جملہ مفرد پر تقسیم کر نیکا یہہ استخراج ہوا کہ مقسوم کو اور مقسوم علیہ

کے لکھو اور بھیچیں دونوں کے ایک خط کچھ اگر مقسوم اور مقسوم علیہ میں اجزاء ضربی مشترک ہوں

تو کو سا قط کرو اگر علامتیں مقسوم اور مقسوم علیہ کی یکساں ہوں تو علامت + کی

اور اگر علامتیں مختلف ہوں تو علامت - کی خارج قسمت میں تجویز کرو

(۷۲) ایک عدد کی ایک قوت اور اسکی دوسر قوت پر اس طرح سے تقسیم ہوتی ہے کہ مقسوم

کی قوت نامین سے مقسوم علیہ کا قوت نام تفریق کر کے حاصل تفریق کو خارج قسمت کا قوت نام

بناؤ فرض کرو کہ  $1$  کو  $1$  پر تقسیم کرتا ہے تو بموجب دفعہ  $1$  کے

$$1 \div 1 = 1$$

$$1 \div 1 = 1$$

$$1 \div 1 = 1 = 1 \times 1 = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 1} = \frac{1}{1}$$

اور ایسی ہی  $1 \div 1 = 1 = 1 \times 1 = 1 \times 1 \times 1 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

اسی طرح ہر مثال میں ثابت ہو سکتا ہے کہ قاعدہ درست ہے اور قاعدہ کو ہم اس طرح ثابت کر سکتے ہیں

کہ بموجب دفعہ ۵۹ کے  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  سو  $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

(۳۳) اگر کسی عدد کی قوت مقسوم علیہ میں بنسبت مقسوم کے بڑی ہو تو خارج قسمت بموجب

۲۰۷۱ کے حاصل ہوگا مثلاً فرض کرو کہ ۱۲ ب کو ۳ ح ب تقسیم کرتا ہے تو خارج قسمت

یہ ہوگا کہ  $\frac{12}{3} = 4$  یہاں ب دو نو مقسوم و مقسوم علیہ میں دافع ہوتا ہے اسلئے او کو فکرو

تو خارج قسمت  $\frac{12}{3} = 4$  سے تعبیر ہوگا یا اس طرح کہ  $\frac{12}{3} = 4$  سو  $\frac{12}{3} = 4$

(۳۴) حالت دوم ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد پر تقسیم کر نیکا قاعدہ ضرب کے قاعدہ صورت دوم

مستنبط ہو سکتا ہے مثلاً (۱-ب) ح = ۱ ح - ب ح اسو اسطے

۱ ح - ب ح = ۱-ب اور (۱-ب) ح = ۱ ح - ب ح

سو اسطے  $\frac{1}{1-ب} = \frac{1}{1-ب}$

پس آتے یہ قاعدہ ایک جملہ مرکب کو جملہ مفرد پر تقسیم کر نیکا حاصل ہوگا کہ جملہ مرکب کی ہر قسم

مقسوم علیہ پر تقسیم کرو اور جو اسطے سے حاصل ہوں اونکو مجتمع کرو تو پورا خارج قسمت حاصل

ہو جائیگا مثلاً  $\frac{12-12ب+3}{1-ب} = 12-12ب+3$  سو  $12-12ب+3$  ح

(۳۵) حالت سوم ایک جملہ مرکب کو ایک جملہ مرکب پر تقسیم کر نیکا ایسا ہی قاعدہ جیسے کہ

حساب میں تقسیم طولانی کا اور وہ قاعدہ یہ کہ ارقام مقسوم و مقسوم علیہ دونوں کو موافق قوا

ایک حرف کے جو دونوں میں مشترک ہو بالترتیب لکھو یعنی اسطے سے کہ قوتین بتدریج کم

ہوتی جائیں یا بتدریج بڑھتی جائیں اور ہر مقسوم کی اول رقم کو مقسوم علیہ کی اول

رقم پر تقسیم کر کے جو کچھ حاصل ہو اسکو خارج قسمت کی اول رقم بناؤ اور اس رقم کو

مقسوم علیہ میں ضرب دیکر حاصل ضرب کو مقسوم میں سے تفریق کرو اور حاصل تفریق کے

ساتھ اور رقموں کو مقسوم میں سے جقدر کہ ضرورت ہو بالترتیب ملاؤ اور یہی عمل کرو

جو اول کیا تھا اور اس عمل کو جاری رکھو جب تک کہ سب حصے مقسوم کی اناں بجائیں

دلیل اس قاعدہ کی وہی ہے جو حساب میں تقسیم طولانی کی ہے کہ مقسوم کے حصے کو









کے ہی آسانی سے حل ہو سکتی ہے

(۱+ب+ح) آ - ۳ ا ب ح + ۳ ح (آ - ۱+ب+ح) + ب - ب ح - ح (آ)

آ + آ (ب+ح)

- آ (ب+ح) - ۳ ا ب ح + ب + ح

- آ (ب+ح) - ۱ (ب+۲ ب ح + ح)

۱ (ب - ب ح + ح) + ب + ح

۱ (ب - ب ح + ح) + ب + ح

تقسیم کرو لا - (۱+ب+ح) لا + (۱+ب+ح) لا - ۱ ب ح کو لا ح پر

لا ح لا - (۱+ب+ح) لا + (۱+ب+ح) لا - ۱ ب ح (لا - ۱+ب) لا + ۱ ب

لا - ح لا

- (۱+ب) لا + (۱+ب+ح) لا - ۱ ب ح

- (۱+ب) لا + (۱+ب) ح لا

۱ ب لا - ۱ ب ح

۱ ب لا - ۱ ب ح

نمبر کی ہر مثال حسین مضروب و مضروب فیہ مختلف ہوں تقسیم کی دو مثالیں ہیں اس طرح ہر کا مضروب  
کو جب مضروب پر تقسیم کر لیں تو مضروب فیہ حاصل ہوگا اور جب مضروب فیہ پر تقسیم کر لیں تو مضروب  
حاصل ہوگا طالب علم کو چاہئے کہ وہ مثالیں جو فصل ضرب میں لکھ دی ہیں اسے مشق تقسیم کر لے اور غلط  
صحیح عمل کو بھی جانچ پڑتال لے اور ہر مثال حسین مقسوم علیہ و خارج قسمت مختلف جملے ہیں ایک اور  
مثال تقسیم کی ہو سکتی ہے اس طرح کہ خارج قسمت کو مقسوم علیہ اسی مقسوم کا بنا کر تقسیم کریں  
تو نیا خارج قسمت اصل مقسوم علیہ ہوگا

امثلہ نمبری

تقسیم کرو (۱) ۵۱ لا کو ۳ لا پر (۲) ۲۴ کو ۸ آ پر (۳) ۱۸ لا کو ۴ لا پر

(۴) ۲۴ آ ب ح کو ۳ آ ب ح پر (۵) ۲۰ آ ب ح کو ۵ ب لا پر

(۶) ۴۸ لا - ۱۴ لا کو ۴ لا - ۳ آ + ۱۵ آ کو ۳ - آ پر



(۸۱) اب بعض مقامات میں قوانین جبریہ دفعہ ۷ کی تفصیل لکھی ہیں اب ہم قوانین کو مکرر لکھتے ہیں اور اوپر نمبر لگا دیتے ہیں تاکہ حوالہ دینے میں آسانی ہو اور تمیز ہو جائے

$$(۱) (ا + ب)^۲ = ا^۲ + ۲اب + ب^۲ \quad (۲)$$

$$(۲) (ا - ب)^۲ = ا^۲ - ۲اب + ب^۲ \quad (۲)$$

$$(۳) (ا + ب)(ا - ب) = ا^۲ - ب^۲ \quad (۳)$$

(۸۳) یہ قوانین جبریہ بعض اوقات حساب میں بھی بکار آمد ہیں مثلاً حاصل تفریق ۱۲۷ اور ۱۲۳ کے مجذوروں کا دریافت کرنا ہو تو

$$(۱۲۷)^۲ - (۱۲۳)^۲ = (۱۲۷ + ۱۲۳)(۱۲۷ - ۱۲۳) = ۲۵۰ \times ۴ = ۱۰۰۰$$

پس عدد مطلوبہ نہایت آسانی سے حاصل ہو گیا اگر ۱۲۷ اور ۱۲۳ کا مجذور علیحدہ علیحدہ کرتے اور پہلے مجذور میں سے دوسرے مجذور کو تفریق کرتے تو ذرا پہلا ہوتا اور بموجب قانون (۲) کے

$$(۲) کے (۲۹)^۲ = (۳۰ - ۱)^۲ = ۹۰۰ - ۶۰ + ۱ = ۸۴۱$$

مجذور ۲۹ کا اس طرح آسانی سے حاصل ہو گیا پہلے ۲۹ کو ۲۹ میں ضرب دیجئے تو حاصل ہوتا اگر تم کو ۵۳ اور ۴۷ کا حاصل ضرب دریافت کرنا ہو تو بموجب قانون ۳ کے

$$۲۴۹۱ = ۵۳ \times ۴۷ = (۵۰ + ۳)(۵۰ - ۳) = ۵۰^۲ - ۳^۲ = ۲۵۰۰ - ۹ = ۲۴۹۱$$

(۲۴) فرض کرو کہ مربع ۵۳ + ۲ کا دریافت کرنا ہے تو ایک طریقہ تو اس کی معلوم کرنا معمولی ہے کہ ۵۳ + ۲ کو ۵۳ + ۲ میں ضرب بن حاصل ضرب ۵۳ + ۲ کا مربع حاصل ہوگا مگر ہم اس کو دوسرے طریقہ سے نکالتے ہیں اور قانون شکل (۱) کو کام میں لائے ہیں وہ سب اعداد کے واسطے عموماً ثابت ہو خواہ کوئی عدد ہو اور ب کوئی عدد ہو پس اس کی جگہ ۵۳ اور ب کی جگہ ۲ رکھو تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$(۵۳ + ۲)^۲ = (۵۳)^۲ + (۲ \times ۵۳) + ۲^۲ = ۲۸۰۹ + ۲۱۲ + ۴ = ۲۸۲۵$$

بتدی کے دین یہ خیال آویگا کہ اس طریقہ میں آسانی کیا ہے بلکہ یہ تو اس کی شکل معلوم

ہوتا ہے کہ ضرب کے فائدہ سے لگا لاجا تا ان قوانین جبرئیے تو اور دشواری میں ڈال دیا

یہ خیال اس کا درست ہے مگر حساب کو یاد رکھیے کہ اس خاص مثال میں یہ پریش ہوگا  
مگر یہ شکل بہت کام کے ہے اور بہت سی مثالوں میں کام آتی ہے

(۸۵)  $لا + س + ط$  کا مجذور دریافت کیا جاسکتا ہے  $لا + س$  کو  $لا$  سے تعبیر کر دو  $لا + س + ط$   
 $= لا + ط$  اور بموجب قانون (۱) کے ہکو یہ حاصل ہوگا

$(لا + ط)^۲ = لا^۲ + ۲لاط + ط^۲ = (لا + س)^۲ + ۲(لا + س)ط + ط^۲ = لا^۲ + ۲لا + س + ۲لاط + ۲س + ط + ط$   
 پس  $(لا + س + ط)^۲ = لا^۲ + س + ط + ۲لا + ۲س + ۲ط + ۲لاط$

اب فرض کرو کہ ہم مجذور  $ع - ق + ک - ص$  کا دریافت کیا جاسکتا ہے تب  $ع - ق + ک - ص$  کو  
 $لا$  سے اور  $ک - ص$  کو  $ب$  سے  $ع - ق + ک - ص = لا + ب$  تو بموجب قانون (۱) کے  
 $(لا + ب)^۲ = لا^۲ + ۲لاب + ب^۲ = (ع - ق)^۲ - ۲(ع - ق)(ک - ص) + (ک - ص)^۲$   
 بموجب قانون (۲) کے  $(ع - ق)(ک - ص)$  کو مبسوط کر کے لکھو تو  
 $(ع - ق + ک - ص)^۲$

$= ع^۲ - ۲عق + ق^۲ + ۲(ع - ق)(ک - ص) + (ک - ص)^۲ = ع^۲ - ۲عق + ق^۲ + ۲(ک - ص)ع - ۲(ک - ص)ق + (ک - ص)^۲$   
 $= ع^۲ + ق^۲ + ک^۲ + ص^۲ + ۲عک + ۲قک - ۲عص - ۲قک - ۲کص - ۲صق - ۲کق + ۲کص + ۲صق$   
 فرض کرو کہ حاصل ضرب  $ع - ق + ک - ص$  اور  $ع - ق + ک - ص$  کا دریافت کرنا ہے  
 فرض کرو کہ  $ع - ق = لا$  اور  $ک - ص = ب$  تو  $ع - ق + ک - ص = لا + ب$   
 اور  $ع - ق + ک - ص = لا + ب$  اور بموجب قانون (۳) کے

$(لا + ب)^۲ = لا^۲ + ۲لاب + ب^۲ = (ع - ق)^۲ - ۲(ع - ق)(ک - ص) + (ک - ص)^۲$   
 $(ع - ق + ک - ص)^۲ = (ع - ق)^۲ - ۲(ع - ق)(ک - ص) + (ک - ص)^۲$   
 $= ع^۲ - ۲عق + ق^۲ - ۲(ک - ص)ع + ۲(ک - ص)ق + (ک - ص)^۲$   
 $= ع^۲ + ق^۲ + ک^۲ + ص^۲ - ۲عق + ۲قک - ۲کص - ۲صق$

(۸۶) اوپر کی ترکیب جو بیان ہوئی وہ غلطی سے محفوظ ہو اور اس سے جبر جہد و تفتی اس

مطلوبہ بندی حاصل کریگا اور سیدہ رطل عمل سو بجگا مثلاً آخر مثال میں اسکی کچھ ضرورت  
 نہیں کہ اوپر تبصرہ کر کے عمل کرے بلکہ وہ اسانی سے اس طرح عمل کر سکتا ہے کہ  
 (ع - ق + ک - ص) (ع - ق - ک + ص)

$$= [(ع - ق) + (ک - ص)] \times [(ع - ق) - (ک - ص)]$$

$$= (ع - ق) - (ک - ص) = ع - ق - ک + ص$$

$$= ع - ق + ق + ک - ک + ص - ص = ع - ق + ک + ص - ص$$

(ع - ق + ک - ص) (ع - ق - ک + ص)

$$= (ع - ق) - (ک - ص) = ع - ق - ک + ص$$

مگر ابنا میں طالب علم احتیاطاً ہمیشہ اسی طرح عمل کیا کریں جس طرح دفعہ بالا میں لکھا گیا ہے  
 (۱۷) مثالیں آئندہ میں تینوں قوانین جبریہ کا کام پڑتا ہے کہ حاصل ضرب ۱ + ب + ح اور

$$۱ + ب - ح اور ۱ + ب + ح اور ۱ + ب - ح اور ۱ + ب + ح$$

$$(۲) کے یہ حاصل ہوگا کہ (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= ۱ + ۲ + ب + ب - ب - ب - ح - ح - ۲ - ۲ = ۱ + ۲ + ب + ب - ۲ - ۲ = ۱ + ۲ + ب + ب - ۲ - ۲$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$

$$= (۱ + ب + ح) (۱ + ب - ح) = (۱ + ب) (۱ + ح)$$



$$= \text{آ} - ۲\text{ا ب} + \text{ب}^۲ + \text{ب} - ۲\text{ب ح} + \text{ح}^۲ + \text{ح} - ۲\text{ا ح} + \text{آ}^۲$$

$$= ۲(\text{آ} + \text{ب} + \text{ح} - \text{ا ب} - \text{ا ح} - \text{ب ح}) \text{ اور}$$

$$(\text{ح} - \text{ب})(\text{ب} - \text{ح}) = (\text{ا} - \text{ح}) = \text{ح}^۲ - \text{ح} - \text{ا} - \text{ب ح} + \text{ا ب}$$

$$(\text{ب} - \text{ا})(\text{ا} - \text{ب}) = (\text{ح} - \text{ب}) = \text{ب}^۲ - \text{ب} - \text{ا} - \text{ب ح} + \text{ا ح}$$

$$(\text{ا} - \text{ب})(\text{ب} - \text{ا}) = (\text{ا} - \text{ح}) = \text{آ}^۲ - \text{ا} - \text{ب} - \text{ا ح} + \text{ب ح}$$

$$\text{اسو } \frac{1}{2} (\text{ح} - \text{ب})(\text{ب} - \text{ح}) + (\text{ا} - \text{ح})(\text{ا} - \text{ب}) + (\text{ا} - \text{ب})(\text{ب} - \text{ا}) + (\text{ا} - \text{ح})(\text{ح} - \text{ا})$$

$$= \text{آ}^۲ + \text{ب}^۲ + \text{ح}^۲ - \text{ا ب} - \text{ا ح} - \text{ب ح}$$

$$\text{اسو } \frac{1}{2} (\text{ا} - \text{ب})^۲ + (\text{ب} - \text{ا})(\text{ا} - \text{ح}) + (\text{ا} - \text{ح})^۲$$

$$= ۲(\text{ح} - \text{ب})(\text{ب} - \text{ح}) + (\text{ا} - \text{ح})^۲ + (\text{ا} - \text{ب})^۲ + (\text{ب} - \text{ا})^۲ + (\text{ا} - \text{ح})(\text{ح} - \text{ا})$$

## امثلی ۱۰

دفعہ ۸۲ کے قوانین کے موافق ان سولہ مثالوں کو حل کرو

$$(۱) (۱۵\text{ا} + ۱۴\text{ب} + ۱۳\text{ح} + ۱۲\text{ا ب} + ۱۱\text{ا ح} + ۱۰\text{ب ح} + ۹\text{آ}^۲ + ۸\text{ا} + ۷\text{ب} + ۶\text{ح} + ۵\text{آ} - ۴\text{ا} - ۳\text{ب} - ۲\text{ح} - \text{آ})$$

$$(۲) (۱۵\text{ا} + ۱۴\text{ب} + ۱۳\text{ح} + ۱۲\text{ا ب} + ۱۱\text{ا ح} + ۱۰\text{ب ح} + ۹\text{آ}^۲ + ۸\text{ا} + ۷\text{ب} + ۶\text{ح} + ۵\text{آ} - ۴\text{ا} - ۳\text{ب} - ۲\text{ح} - \text{آ})$$

$$(۳) (۱۵\text{ا} + ۱۴\text{ب} + ۱۳\text{ح} + ۱۲\text{ا ب} + ۱۱\text{ا ح} + ۱۰\text{ب ح} + ۹\text{آ}^۲ + ۸\text{ا} + ۷\text{ب} + ۶\text{ح} + ۵\text{آ} - ۴\text{ا} - ۳\text{ب} - ۲\text{ح} - \text{آ})$$

$$(۴) (۱۵\text{ا} + ۱۴\text{ب} + ۱۳\text{ح} + ۱۲\text{ا ب} + ۱۱\text{ا ح} + ۱۰\text{ب ح} + ۹\text{آ}^۲ + ۸\text{ا} + ۷\text{ب} + ۶\text{ح} + ۵\text{آ} - ۴\text{ا} - ۳\text{ب} - ۲\text{ح} - \text{آ})$$

$$(۵) (۱۵\text{ا} + ۱۴\text{ب} + ۱۳\text{ح} + ۱۲\text{ا ب} + ۱۱\text{ا ح} + ۱۰\text{ب ح} + ۹\text{آ}^۲ + ۸\text{ا} + ۷\text{ب} + ۶\text{ح} + ۵\text{آ} - ۴\text{ا} - ۳\text{ب} - ۲\text{ح} - \text{آ})$$

$$(۶) (۱۵\text{ا} + ۱۴\text{ب} + ۱۳\text{ح} + ۱۲\text{ا ب} + ۱۱\text{ا ح} + ۱۰\text{ب ح} + ۹\text{آ}^۲ + ۸\text{ا} + ۷\text{ب} + ۶\text{ح} + ۵\text{آ} - ۴\text{ا} - ۳\text{ب} - ۲\text{ح} - \text{آ})$$

$$(۷) (۱۵\text{ا} + ۱۴\text{ب} + ۱۳\text{ح} + ۱۲\text{ا ب} + ۱۱\text{ا ح} + ۱۰\text{ب ح} + ۹\text{آ}^۲ + ۸\text{ا} + ۷\text{ب} + ۶\text{ح} + ۵\text{آ} - ۴\text{ا} - ۳\text{ب} - ۲\text{ح} - \text{آ})$$

نتائج مفصلہ ذیل کو ثابت کرو کہ صحیح ہیں

$$(۸) (\text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{آ})^۲ = (\text{ا} + \text{ب})^۲ + (\text{ا} + \text{ح})^۲ + (\text{ا} + \text{آ})^۲ + (\text{ب} + \text{ح})^۲ + (\text{ب} + \text{آ})^۲ + (\text{ح} + \text{آ})^۲$$

$$(۹) (\text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{آ})^۲ = (\text{ا} + \text{ب})^۲ + (\text{ا} + \text{ح})^۲ + (\text{ا} + \text{آ})^۲ + (\text{ب} + \text{ح})^۲ + (\text{ب} + \text{آ})^۲ + (\text{ح} + \text{آ})^۲$$



$$(۱۹) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۰) (۱-ا) (ب-ب) + (ج-ب) (د-د) = (ج-ب) (د-د)$$

$$(۲۱) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۲) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۳) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۴) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۵) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۶) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۷) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$= (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۸) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۲۹) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۳۰) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۳۱) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۳۲) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$ج (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۳۳) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$= (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۳۴) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$

$$(۳۵) (۱+ا+ب+ج) (۱-ا) (ب-ب) (ج-ح) (د-د) = (ج-ب) (ب-ب) (د-د) + (ج-ب) (ب-ب) (د-د)$$



اور نیز  $\frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۳}$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۳}$$

اور علی ہذا القیاس

اور  $\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲}$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲}$$

اور علی ہذا القیاس بسوی عمل جہان کہ طالب علموں کا دل چاہے کہ جو جابین تو ان کو دلین بیان  
ذیل کا یقین ہو جائیگا اور انکے اثبات بڑی بڑی کتابوں میں لکھی اور وہ بیانات یہ ہیں کہ

اگر کوئی صحیح عدد ہو تو لا۔ کو لا۔ پر تقسیم کریگا

اگر کوئی جفت صحیح عدد ہو تو لا۔ کو لا۔ پر تقسیم کریگا

اگر کوئی طاق صحیح عدد ہو تو لا۔ کو لا۔ پر تقسیم کریگا

ہم تینوں صورتوں میں جو خارج قسمت نکلی ہیں یا ان کو عبارت میں بیان کرتے ہیں طالب علم پر  
کی مثالوں کو دیکھ کر مطلب خود ہی سمجھ جائیگا اور اگر سمجھنے کی تیز یا زیادہ مثالوں کی ضرورت ہوگی تو وہ اور  
اس طرح کی مثالیں لکھ کر سمجھ لیا اور یہ بات اور یہی قابل یاد رکھنے کے ہے کہ اگر کوئی جفت عدد ہو تو  
لا۔ کو کو کبھی لا۔ پر تقسیم نہیں کریگا

(۹۳) اوپر کی دفعہ میں جو چار نتیجے بیان ہوئے ہیں وہ نہایت آسانی سے یاد رکھ سکتے ہیں اگر  
طالب علم انہیں سہرہ یک کی ایک آسان ہی صورت کو خیال میں رکھے اور اوپر صورتوں کو اسی پر  
قیاس کر لیا کرے مثلاً جہان ہم یہ دریافت کرنا چاہتے ہیں کہ لا۔ کو لا۔ پر

یا لا۔ پر تقسیم کریگا یا نہیں اب قوت نماء ہے اور یہ طاق صحیح عدد ہے اور اس  
کی صورت کی نہایت آسان شکل لا۔ ہے اور وہ لا۔ پر تقسیم ہوتی ہے لیکن





- (۸) (ا-ب) لا + (ب-ج) د + (ج-د) ی اور  
 (د+ی) ب + (ی+لا) ح + (لا+ی) اور لا + ب + د + ح ی  
 (۹) ۲ (ا+ب-ج) لا + (ا+ب) د + ۲ (ا+ی) اور ۲ (ا+ج-ب) لا +  
 (ا+ج) د + ۲ (ب+ی) اور ۲ (ب+ج-ا) لا + (ب+ج) د + ۲ ح ی  
 (۱۰) ڈ - (ا-ب+ج) (ج+ب-ا) اور ب - (ب-ا+ج) (ب+ا-ج)  
 وح - (ج-ا+ب) (ج+د-ب)  
 مختصر کروجملہ ہاء مفصلہ ذیل کو  
 (۱۱) ۱-۲ (ب+ا-۳) ۳- [ب + ۲ (ا-ب)]  
 (۱۲) (ا+ب) (ب+ج) - (ج+د) (د+ا) - (ا+ج) (ج+د) (ب-د)  
 (۱۳) ۱۴- [۲ (ب+لا) - ۲ (ب+لا) (د+ی)]  
 (۱۴) (لا+ب) (لا+ج) - (ا+ب+ج) (لا+ب) + ڈ + ا + ب + ب + ۳ لا  
 (۱۵) ۱- [۵ ب - {۱-۳ (ج-ب) + ۲ (ج-ا) - ۲ (ج-ب)}]  
 (۱۶) ۱۵- (ب-ج) - {۱۴- (۳+ب+ج) + ۴- [۲ (ب+ج-ا)]}  
 (۱۷) (۳+لا) ۳- (۲+لا) ۳ + (۱+لا) ۳- لا  
 (۱۸) (لا+د) (د+ی) + (لا+د) (د+ی) - (۳+لا) (۵+د) (۲+د)  
 (۱۹) (ا+لا) (لا+د) + (ا+لا) (لا+د) + (ا+لا) (لا+د)  
 {۳ لا (لا+ا) + (د+ا) + ۲ لا (د+ا)} -  
 (۲۰) (ا+ب+ج) پ + (ا+ج) ح + (ا+ب) (ب-ا) (ا+ج) (ب-ج)  
 - (ا+ب) (ا-ج) (ب+ج) - (ا-ب) (ا+ج) (ب+ج)  
 (۲۱) (ا+ب) (ا+ج) - (ب+د) (ج+د)  
 (۲۲) ڈ - ۳ (ب+ا) ۲ - ڈ - ۴ (ب+ا) ۲ + ۱۲ ب  
 ۱-۲ ب ۱-۳ ب



$$(۷۴) ۲۰ + ۱۹ + ۱۸ + ۱۷ + ۱۶ + ۱۵ + ۱۴ + ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ + ۹ + ۸ + ۷ + ۶ + ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱$$

$$(۷۴) (۱ + ۱) + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

$$(۵۱) \text{ ثابت کرو کہ بہتہ نتائج درست ہیں کہ } (۱ + ۱) + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ = (۱ + ۱) + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ + ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

$$(۵۲) ۱ (۱ - ۱) + ۲ (۱ - ۱) + ۳ (۱ - ۱) + ۴ (۱ - ۱) + ۵ (۱ - ۱) + ۶ (۱ - ۱) + ۷ (۱ - ۱) + ۸ (۱ - ۱) + ۹ (۱ - ۱) + ۱۰ (۱ - ۱) + ۱۱ (۱ - ۱) + ۱۲ (۱ - ۱) + ۱۳ (۱ - ۱) + ۱۴ (۱ - ۱) + ۱۵ (۱ - ۱) + ۱۶ (۱ - ۱) + ۱۷ (۱ - ۱) + ۱۸ (۱ - ۱) + ۱۹ (۱ - ۱) + ۲۰ (۱ - ۱)$$

## بارہواں باب مقسوم علیہ عظم کے بیان میں

(۴۷) حساب میں جب ایک عدد دوسرے کو پورا تقسیم کرتا ہو تو اس کو وفق یا عادی مقسوم

کا مل اور علی دکا کہتے ہیں اور جب دو یا زیادہ اعداد کو ایک عدد پورا تقسیم کرتا ہو تو اس کو وفق مشترک

کہتے ہیں جبر مقابلہ میں جب ایک جملہ دوسرے جملہ کو پورا تقسیم کرتا ہے تو اول جملہ کو وفق

دوسرے جملہ کا کہتے ہیں اور جب ایک جملہ دو یا زیادہ جملوں کو پورا پورا تقسیم کرے تو اس کو وفق

مشترک اور جملوں کا کہتے ہیں

(۴۸) حساب میں مقسوم علیہ عظم یا عادی عظم یا وفق عظم دو یا زیادہ اعداد کا وہ بڑا سی بڑا عدد

ہوتا ہے جو ان اعداد کو پورا پورا تقسیم کرے کہ کو لفظ تو یہی جبر مقابلہ میں ہی استعمال میں آیا ہے

مگر اوپر معنی عظم کے بالکل صادق نہیں آتے اسوا کہ جملہا جبر یہ کے لئے قیمت عددی صحت

نہ مقرر کیجائی الفاظ عظم و صغر کا استعمال اوپر درست نہیں اسلئے اسکی یہی تعریف کیجائی

مناسب ہے کہ وہ وفق مشترک جملوں کا جسمین بڑی سی بڑی قوت ہو وفق عظم اور جملوں

ہوئے لیکن اب اصطلاح جو پڑ گئی سو پڑ گئی اسکی بدلنے سے کچھ فائدہ نہیں ہے ہم لفظ مقسوم

علیہ عظم کام میں لاوینگے اور خصار کے لئے ان الفاظ کی جگہ حروف مع استعمال کریں گے اور اس

مقسوم علیہ عظم سمجھینگے اس کے معنی جبر مقابلہ میں بیان کرتے ہیں

(۴۹) اکثر یوں بیان کیا جاتا ہے کہ دو یا زیادہ مفرد جملوں کا مقسوم علیہ عظم وہ بڑا سی

جملہ ہے جو ان سب کو پورا پورا تقسیم کرے مگر یہی تعریف مقسوم علیہ کی سمجھ میں طالب علم کے

صحتک بخوبی نہیں آئیگی جب تک ہم جملہا مفردہ کے مقسوم علیہ عظم درست کر کے قاعدہ



مع مثالوں کے نہ کہیں گے، اس کے اول جملہ ارمضرفہ کے مقسوم علیہ عظم دریا کر نیک قاعدہ لکھتے ہیں کہ اول موافق قاعدہ حساب کے اعداد کا مقسوم علیہ عظم جو جملوں کی مثال ہوں دریا کر کے لکھو اور ہر اون کے سب حروف جو جملوں میں مشترک ہوں لکھو اور ہر ان حروف پر وہ قوت نما ان حروف کی جو جملوں کے اندر نہایت کم ہوں لکھو پس اس طرح جو جملہ حاصل ہو وہ مقسوم علیہ عظم (۱۰۰) مثلاً معاً ۱۴ آ ب ح اور ۲۰ آ ب د کا دریافت کرو اب یہاں مثال عددی ۱۴ اور ۲۰ ہیں جبکہ معاً ۲۴ ہے اور حروف جو دونو جملوں میں مشترک ہیں وہ آ اور ب ہیں اور کم کر کے قوت نما ۱۳ اور ب کا ۲ ہے تو ۲۴ آ ب معاً مطلوبہ ہے

[illegible]

اب دوسری مثال دفعہ ۱۰۰ کی لو اور جملوں کو معا بر او بچی تقسیم کرو تو خارج قسمت  
۲ بٹاح لائی ۳۱۵ بٹو ۲۷۵ لاج ۳۲ ہوئے اور انکا کوئی وفق مشترک نہیں ہے  
پس ۱۰۰ اعظم کے معنی سمجھ میں آگئے کہ اگر وہ وفق مشترک اعظم نہ ہوتا تو خارج قسمت  
ایسے پیدا نہیں ہوتے

(۱۰۲) تینوں دفعہ بالا کو خیال میں رکھیں اور باب جزاء ضربی سے استدلالیں تو بہت  
صور تو نہیں مرکب جلوں کا ہی معادریافت کرنا طالب علم کو آسان ہوگا مثلاً معاً  
۴ (۱ + ۱) ب ۱۴ و ب (۱ - ۱) کا دریافت کرنا ہو بیان ۴ معاً ۴ و ۱۴ ب کا

مقسوم علیہ اعظم

اور ۱ + ۱ با ایک جز ضربی دونوں میں مشترک ہو اور فقط یہی جز ضربی مشترک ہو اس کے حاصل ضرب ۱۲ (۱ + ۱) ب) معاً مطلوب ہو اگر یہ قاعدہ سجدہ مثالوں میں نہیں متعل کر سکتے اس لئے کہ جملوں کی عموماً تجزی اجزاء ضربی میں کر لینی بالفضل طالب علم کی استعداد سے پر ہے اس لئے ہم ایک اور قاعدہ اور تعریف مقسوم علیہ اعظم کی لکھتے ہیں

(۱۰۳) تعریف جملہ مرکب کی مقسوم علیہ اعظم کی پون بیان ہوتی ہے کہ فرض کرو کہ دو یا زیادہ جملوں میں قوتیں کسی حرف مشترک کی واقع ہوں تو وہ جز ضربی جو ان جملوں کو پورا قسمت کرے اور اوس میں اوس حرف کے بڑے سے بڑے درجہ کی قوت واقع ہو تو اوس مقسوم علیہ اعظم اون جملوں کا کہینگے

(۱۰۴) دو مرکب جملوں کے مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنا قاعدہ یہ ہے کہ فرض کرو کہ اوس جملے میں انکو حرف مشترک کی قوا کی ترتیب سے اس طرح لکھو کہ قوتیں بتدریج کم ہوتی جاویں اور یہ بھی فرض کرو کہ جملہ میں حرف مشترک کا قوت نما اعظم چھوٹا نہیں ہے جملہ میں کی قوت نما اعظم کے حرف مشترک کو تو ط کو ص پر تقسیم کرو اور جو کچھ باقی رہے اوسکو مقسوم علیہ بنا کر اور پہلے مقسوم علیہ کو مقسوم بنا کر تقسیم کرو اور اب پہلے اس طرح کرتی کو مقسوم علیہ بناؤ اور مقسوم علیہ آخر کو مقسوم اور تقسیم کرو اور یہی عمل کر جاؤ جب تک کہ آخر میں کچھ باقی نہ رہے تو آخر مقسوم علیہ مقسوم علیہ اعظم مطلوب ہوگا

(۱۰۵) مثلاً مقسوم علیہ اعظم ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ اور ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ کا دریافت کرنا ہو تو

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸ + ۱۱۵ - ۱۱۹ - ۱۲ \\ ۱۳ + ۱۱۲ - ۱۱۹ - ۱۲ \end{array}$$

یس لا۔ ۳ مقسوم علیہ عظم ہے

(۱۰۶) دفعہ ۱۰۴ میں قاعدہ بیان کیا گیا ہے وہ موقوف ان دو بانوں پر ہے اول اگر ع تقسیم کو لو اگر ع تو م کو بھی ضرور پورا تقسیم کر لیا اس واسطے کہ فرض کرو کہ ع پر تقسیم کرنے سے ط خارج قسمت ہو تو  $1 = ط ع$  اس واسطے  $م = م ط ع$  اس واسطے ع پورا تقسیم م کو کرتا ہے

و وہم اگر ع پورا پورا تقسیم ط اور ص کو کرتا ہے تو وہ ۱  
پورا تقسیم کر لیا اس واسطے کہ اگر ع پورا تقسیم ط اور ص کو کرتا ہے تو ہم فرض کرتے ہیں کہ  
ط = ر ع ا و ص = ر ع اس واسطے م ط = ن ص (م ر = ن د) ع  
اس واسطے ع پورا تقسیم م ط = ن ص کو کرتا ہے

(۱۰۷) اب مقسوم علیہ اعظم کا قاعدہ جو دفعہ ۱۰۴ میں مرقوم ہے ثابت کرتے ہیں  
فرض کرو کہ  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$  دو جملوں کو تعبیر کرتے ہیں  $\frac{1}{2}$  کو  $\frac{1}{2}$  پر تقسیم کرو  
اور فرض کرو کہ  $\frac{1}{3}$  خارج قسمت نکلتا ہے اور  $\frac{1}{2}$  (ب) اور  $\frac{1}{3}$  (ع)  
باقی رہتا ہے اور  $\frac{1}{2}$  کو  $\frac{1}{3}$  پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ  $\frac{1}{2}$  (س) اور  $\frac{1}{3}$  (ق)  
خارج قسمت نکلتا ہے اور باقی رہتا ہے اور  $\frac{1}{2}$  (د) اور  $\frac{1}{3}$  (ر)  
پر تقسیم کرو اور فرض کرو کہ  $\frac{1}{2}$  خارج قسمت نکلتا ہے اور کچھ  
باقی نہیں رہتا تو ہکو یہ حاصل ہوگا کہ

$$1 = \text{ع} + \text{ب} + \text{س} + \text{اوجب} = \text{نس} + \text{د اور س} = \text{رد}$$

اب ہم اول بیہ ثابن کرتے ہیں کہ دو فنی مشترک اور با کا ہے اسلئے کہ  
 $S = \text{رد اسوٹے دلور اقسیم س کو کرتا ہے نو بموجب دفعہ } 1.04 \text{ کے دلور اقسیم}$   
 $ق س کو کر لگا اور ن س + د کو بھی یعنی دلور با کو اقسیم کرتا ہے اور چونکہ دلور با کو$   
 $\text{اقسیم کرتا ہے اور س کو بھی نو وہ ضرور دلور با } + س \text{ کو اقسیم کر لگا یعنی}$

دو پورا تقسیم کو کرتا ہے پس د کا وفق مشترک ۱ اور ب کا ہونا تو ثابت ہوا  
اب یہ ثابت کرنے ہیں کہ وہ اول کا مقسوم علیہ اعظم ہے بموجب دفعہ ۱۰۴ کے وفق  
مشترک ۱ اور ب کا وفق ۱-ع ب یعنی س کا ہو گا پس وفق مشترک ۱ اور  
ب کا وفق مشترک ب اور س کا ہے اور سطح وفق مشترک ب اور س کا  
وفق مشترک س اور د کا ہے پس اسی ہر وفق مشترک ۱ اور ب کا وفق د کا ہو  
لیکن کوئی جملہ بڑے درجہ کا بہ نسبت د کے درجہ کے د کو پورا تقسیم نہیں کر سکتا  
اسو <sup>سطح</sup> د وفق اعظم یعنی مقسوم علیہ اعظم ۱ اور ب کا ہوا

(۱۰۸) یہ بات ظاہر ہو کہ کسی دو یا زیادہ جملوں کے وفق مشترک کا وفق اون جملوں کا ضرور وفق  
(۱۰۹) دفعہ ۱۰۴ میں ثابت ہوا کہ وفق مشترک ۱ اور ب کا وفق د کا ہی یعنی ہر وفق  
مشترک دو جملوں کا اون کے مقسوم علیہ اعظم کا وفق ہے

(۱۱۰) اب ہم ایک قاعدہ بیان کرتے ہیں جس پر عمل کرنے سے خارج قسمتوں میں کس نہیں  
واقع ہوگی اور اس قاعدہ عمل میں آسانی ہوگی اور اس قاعدہ کا ثبوت بڑی جبر مقابلہ میں لکھا گیا ہے  
پہلے اسے کہ ہم کوئی نئی رقم تجویز کر کے خارج قسمت میں لکھیں ہم مقسوم علیہ کو ہر طبقہ پر تقسیم  
کر سکتے ہیں بشرطیکہ او میں کوئی جز ضربی ایسا نہ ہو کہ وہ مشترک اون جملوں میں ہو جگا  
مقسوم علیہ اعظم نکال رہے ہیں اور مقسوم کو ہم ہر طبقہ میں ضرب دے سکتے ہیں بشرطیکہ او میں  
جز ضربی ایسا نہ ہو جو مقسوم علیہ میں واقع ہو

(۱۱۱) مثلاً مقسوم علیہ اعظم ۲-۵+۵+۳-۵-۲ کا دریافت کرنا ہم بیان  
۲-۵+۵ کو مقسوم علیہ بناؤ اب ظاہر ہے کہ اگر ۳-۵ کو ۲ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت  
کر ہوگا اس کے چھیلے سے بچنے کی لئے مقسوم کو ۲ میں ضرب دیکر سطح سے تقسیم کرلو

$$۲-۵+۵-۲(۵+۳-۵-۲) ۸+۵-۳$$

$$۱۵+۵-۲۱-۴$$

$$۴-۵-۴$$

مقسوم علیہ عظم

اب اگر ۵- کو مقسوم علیہ اور ۲۵- ۵+ کو مقسوم بناوین تو اول رقم خارج قسمت  
کی کسر ہوگی اسلئے جز ضربی ۵ کو جو مقسوم علیہ جدید ہر جز میں ہر قطر کر کے تقسیم کرو

$$(۱-۲) ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵-$$

$$۲۵- ۲۵-$$

$$۵+ ۲۵-$$

$$۵+ ۲۵-$$

پس ۵- مقسوم علیہ عظم مطلوبہ ہوا

بیان اول مرتبہ ابتداء عمل میں دفعہ ۱۱ کے قاعدہ کے دو سکر جز کو کام میں لائے ہیں اور  
دوسرے مرتبہ قاعدہ کے اول جز کو جہاں ممکن ہو قاعدہ کے جز اول کو کام میں لایا اور اگر نہ ہو تو  
قاعدہ کے دو سکر جز کو عمل میں لایا قاعدہ کے بیان میں تو ہم نے لفظ جملہ کا لکھ دیا ہے  
لیکن مثالوں کے حل کر نہیں طالب علم دیکھینگے کہ اجزاء ضربی داخل خارج کرنے پڑینگے وہ اکثر  
عددی اجزاء ضربی ہونگے جیسے کہ مثال گذشتہ میں

اب ایک اور مثال لکھتے ہیں کہ دریا کرو معاً ۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- اور ۳۵- ۱۱- ۲۵- ۱۴- ۲۵-

دو سکر جملہ کو ۲ میں ضرب دو اور مقسوم بناؤ

$$۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۴۹- ۲۵- ۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

$$۴۹- ۲۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

$$۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

اب اس باقی کو مقسوم علیہ بنانے سے پہلے - امین ضرب دین یعنی علامتیں بدلیں تو

$$۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۴۹- ۲۵- ۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

$$۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۴۹- ۲۵- ۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

$$۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۴۹- ۲۵- ۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

$$۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۴۹- ۲۵- ۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

$$۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۴۹- ۲۵- ۲۵- ۵- ۲۵- ۵+ ۵- ۲۵- ۳۲- ۳۲-$$

یہاں ۲۵ باقی کی ہر رقم کا جز ضربی ہے اسے خارج کر کے باقی کو مقسوم علیہ بناؤ تو

$$\text{لا} - ۳ - \text{لا} - ۴ \quad \text{لا} - ۸ - \text{لا} + ۱۱ + ۲۰ - \text{لا} - ۵$$

$$\text{لا} - ۳ - \text{لا} - ۴$$

$$۲۰ + ۱۱ + ۵ - \text{لا} - ۵$$

$$۲۰ + ۱۱ + ۵ - \text{لا} - ۵$$

لا - ۳ - لا - ۴ معا مطلوبہ ہے

(۱۱۲) فرض کرو کہ فقط دیکھتے ہی یہیہ معلوم ہو جائے کہ اصل جملوں میں جز فی مشترک ہے اور فرض کرو کہ ۱ = طو اور ۱ = ص ف اور یہیہ دفعہ ۱۰ کو جز منی معا کا ہو گا تو طو اور ص کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو اور اس کو ف من ضرب دے لو تو حاصل ضرب معا اور ۱ کا ہو گا

(۱۱۳) دو سے زیادہ جملوں کے مقسوم علیہ اعظم لگانے کا قاعدہ بیان ہوتا ہے فرض کرو دو سے زیادہ مثلاً تین جملوں طو و ص و س کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنا ہی نہیں کسی دو مثلاً طو و ص کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو اور اس کو دس سے تعبیر کرو تو مقسوم علیہ اعظم اور س کا مقسوم علیہ اعظم مطلوبہ ہو گا اس واسطے کہ بموجب دفعہ (۱۰۸) کے وفق مشترک و س کا وفق مشترک طو و ص و س کا ہے اور بموجب دفعہ ۱۰۹ کے ہر وفق مشترک طو و ص و س کا وفق مشترک د اور س کا ہے اس واسطے مقسوم علیہ اعظم د اور س کا مقسوم علیہ اعظم طو و ص و س کا ہوا

(۱۱۴) اور اس طرح سے چار جملوں کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کر سکتے ہیں اور یہ ایک اور طرح سے بھی دریافت ہو جائیگا کہ اول مقسوم علیہ اعظم دو جملوں کا دریافت کریں اور باقی دو جملوں کا اور اس طرح جو دو مقسوم علیہ اعظم دریافت ہوں ان کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کریں تو یہیہ مقسوم علیہ اعظم ان چاروں جملوں کا مقسوم علیہ اعظم ہو گا

مثلاً نمبر ۱۲

مثلاً مفصلہ ذیل کا مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو

- (۱)  $15\bar{u}$  و  $18\bar{u}$  (۲)  $14\bar{u}$  و  $20\bar{u}$  ج
- (۳)  $34\bar{u}$  و  $48\bar{u}$  ج (۴)  $35\bar{u}$  و  $49\bar{u}$  ج
- (۵)  $14(1+\bar{u})$  و  $4(1+\bar{u})$  (۶)  $9(1-\bar{u})$
- (۷)  $12(\bar{u}+1)$  و  $8(\bar{u}-1)$  (۸)  $7-\bar{u}$  و  $5-\bar{u}$
- (۹)  $15+\bar{u}8$  و  $20+\bar{u}9$
- (۱۰)  $14+\bar{u}9$  و  $11-\bar{u}$
- (۱۱)  $12+\bar{u}$  و  $12-\bar{u}$
- (۱۲)  $15+\bar{u}9$  و  $9-\bar{u}$
- (۱۳)  $4+\bar{u}$  و  $13+\bar{u}$  و  $14+\bar{u}$  و  $14+\bar{u}$
- (۱۴)  $9-\bar{u}$  و  $13+\bar{u}$  و  $10-\bar{u}$  و  $18+\bar{u}$
- (۱۵)  $14+\bar{u}$  و  $14+\bar{u}$  و  $15-\bar{u}$
- (۱۶)  $14+\bar{u}$  و  $11+\bar{u}$  و  $25+\bar{u}$
- (۱۷)  $14+\bar{u}$  و  $15+\bar{u}$  و  $8+\bar{u}$  و  $14+\bar{u}$
- (۱۸)  $10-\bar{u}$  و  $14+\bar{u}$  و  $8-\bar{u}$  و  $13+\bar{u}$
- (۱۹)  $14(1+\bar{u})$  و  $3(1+\bar{u})$
- (۲۰)  $5(1+\bar{u})$  و  $14(1-\bar{u})$
- (۲۱)  $4+\bar{u}$  و  $2+\bar{u}$  و  $18+\bar{u}$  و  $52+\bar{u}$
- (۲۲)  $14+\bar{u}$  و  $13+\bar{u}$  و  $12+\bar{u}$  و  $12+\bar{u}$
- (۲۳)  $4+\bar{u}$  و  $3+\bar{u}$
- (۲۴)  $12+\bar{u}$  و  $13+\bar{u}$  و  $4-\bar{u}$  و  $12-\bar{u}$
- (۲۵)  $1-\bar{u}$  و  $2+\bar{u}$  و  $2+\bar{u}$  و  $2+\bar{u}$  و  $2+\bar{u}$

$$(۲۶) \quad ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ - ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۲۷) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۲۸) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۲۹) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۳۰) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۳۱) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۳۲) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۳۳) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۳۴) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

$$(۳۵) \quad ۱۰۰ + ۹۹ - ۹۸ - ۹۷ + ۹۶ + ۹۵ - ۹۴ - ۹۳ + ۹۲ + ۹۱ - ۹۰ - ۸۹ + ۸۸ - ۸۷ + ۸۶ - ۸۵ + ۸۴ - ۸۳ + ۸۲ - ۸۱ + ۸۰ - ۷۹ + ۷۸ - ۷۷ + ۷۶ - ۷۵ + ۷۴ - ۷۳ + ۷۲ - ۷۱ + ۷۰ - ۶۹ + ۶۸ - ۶۷ + ۶۶ - ۶۵ + ۶۴ - ۶۳ + ۶۲ - ۶۱ + ۶۰ - ۵۹ + ۵۸ - ۵۷ + ۵۶ - ۵۵ + ۵۴ - ۵۳ + ۵۲ - ۵۱ + ۵۰ - ۴۹ + ۴۸ - ۴۷ + ۴۶ - ۴۵ + ۴۴ - ۴۳ + ۴۲ - ۴۱ + ۴۰ - ۳۹ + ۳۸ - ۳۷ + ۳۶ - ۳۵ + ۳۴ - ۳۳ + ۳۲ - ۳۱ + ۳۰ - ۲۹ + ۲۸ - ۲۷ + ۲۶ - ۲۵ + ۲۴ - ۲۳ + ۲۲ - ۲۱ + ۲۰ - ۱۹ + ۱۸ - ۱۷ + ۱۶ - ۱۵ + ۱۴ - ۱۳ + ۱۲ - ۱۱ + ۱۰ - ۹ + ۸ - ۷ + ۶ - ۵ + ۴ - ۳ + ۲ - ۱$$

## تیسرا بیان باب دو ضعاف قفل کی بیان میں

(۱۱۵) حساب میں جب ایک صحیح عدد دوسرے صحیح عدد پر پورا تقسیم ہوتا ہو تو پہلے عدد کو دو ضعاف دوسرے عدد کا کہتے ہیں اور جب ایک عدد صحیح دوسرا زیادہ اعداد صحیح پر تقسیم ہو جاتا ہو تو اس کو دو ضعاف مشترک اور ان اعداد کا کہتے ہیں

(۱۱۶) علم حساب میں قفل دو ضعاف مشترک دوسرا زیادہ اعداد کا وہ عدد ہو جو ہر دو اعداد پر پورا تقسیم ہو

جو ان سب عددوں پر پورا پورا تقسیم ہوتا ہو اس اصطلاح قفل دو ضعاف مشترک کا جبر مقابلہ

میں بھی استعمال ہوتا ہے مگر فقط قفل جبر مقابلہ میں غیر مناسب معلوم ہوتا ہے وجہ اسکی یہی ہے

جو دفعہ ۴۴ میں مذکور ہوئی الفاظ قفل دو ضعاف مشترک کی جگہ فقط دو ضعاف

قفل اور اسکی جگہ حروف ضیق اختصاراً لکھا کر نیچے اب یہ بیان کرتے ہیں کہ اس اصطلاح

کے معنی جبر مقابلہ میں کیا ہیں

(۱۱۷) اکثر اس طرح سے بیان کیا کرتے ہیں کہ دو ضعاف قفل دوسرا زیادہ مفرد جموں کا وہ عدد کہ



جملہ ہے جو اول پر پورا پورا تقسیم ہو جائے مگر یہ معنی طالب علم کے سمجھ میں تمام و کمال نہیں آئیگی جب تک ہم قاعدہ اور مثال ذو ضعاف اقل مفرد جملوں کی نہ لکھیں قاعدہ مفرد جملوں کی ذو ضعاف اقل نکالنے کا یہ ہے کہ جو مثال عددی جملوں میں ہوں گے کوئی عدد ذو ضعاف اقل موافق قاعدہ حساب کے نکال کر لکھو اور اس عدد کے آگے جسد حروف جملوں میں ہوں ان کو لکھو اور ہر حرف پر قوت نما جو جملوں میں بڑی قوت ہو لکھو تو ذو ضعاف اقل حاصل ہو جائیگا

(۱۱۸) مثلاً ذو ضعاف اقل ۱۴ ا ب ح د ۲۰ آ ب تا د کا دریافت کرنا ہر اب بیان مثال عددی ۱۴ میں جنکا ذو ضعاف اقل ۸۰ ہے اور حروف جو جملوں میں آتی ہیں وہ اور ب اور ح اور د میں اور ان کے بڑے سے بڑی قوت نما بالترتیب ۴ و ۳ و ۲ و ۱ ہیں پس اس طرح سے ۸۰ آ ب تا ح د ذو ضعاف اقل حاصل ہوا دریافت کرو ضیق ۸ آ ب تا ح ۵ د مٹی اور ۱۲ آ ب تا ح ۱۴ آ ب تا ح ۲ آ ب تا ح ضیق مثال عددی کا ۲۸ ہے اور حروف جو جملوں میں آتے ہیں وہ اور ب اور ح اور د اور اور ہی ہیں اور بالترتیب بڑے سے بڑی قوت نما ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۳ و ۲ و ۱ ہیں پس ضیق مطلوبہ ۲۸ آ ب تا ح ۵ د مٹی ہوا

(۱۱۹) ذو ضعاف اقل سے جبر مقابلہ میں یہ مراد ہونی ہو کہ وہ ایسا جملہ ہو کہ جسکو جب تک جنکا وہ ذو ضعاف اقل ہے پورا پورا تقسیم کر دیں اور خارج قسمت ایسی چل ہوں کہ ان کا کوئی وفق مشترک نہ ہو مثلاً دفعہ ۱۱۸ کے پہلی مثال میں ذو ضعاف اقل کو جملوں پر تقسیم کر کے خارج قسمت ۵ ب تا د اور ۲ آ ب ہونگے جو کوئی وفق مشترک نہیں کہتا اور ایسی ہی دفعہ میں ضیق کو جملوں پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۴ آ ب تا ح ۲ د و ۲ ب تا ح ۵ د مٹی اور ۳ آ ب تا ح اور ان سب خارج قسموں کا کوئی وفق مشترک نہیں ہے پس یہ بات جب ہی ہوگی کہ ذو ضعاف مشترک اقل ہو پس بیان تشریح اقل کے معنی کے ہو گئے

(۱۲۰) مضمون دفعہ بالا کو دلیں کہہیں اور قوانین اجزاء ضربی کی استعانت لین تو اکثر صورتوں میں طالب علم مرکب جملوں کا یہی ذو اضعاف اقل نکال لیگا مثلاً ضیق  
 ۴ (۱+ب) و ۴ (۱+ب) (۱-ب) کا دریافت کرنا یہی اب ذو اضعاف اقل ۴ (۱+ب) و ۴ (۱+ب) کا  
 ۱۲ (۱+ب) اور ۱۲ (۱+ب) و ۱۲ (۱-ب) میں جز ضربی ۱+ب مشترک ہے تو  
 (۱+ب) (۱+ب) (۱-ب) ذو اضعاف (۱+ب) و (۱-ب) کا ہوا اور جب  
 (۱+ب) و ۱۲ (۱+ب) پر تقسیم کرتے ہیں تو خارج قسمت ۱-ب اور ۱۲ (۱+ب) حاصل ہو جائیگا  
 کوئی وفق مشترک نہیں ہے تو ۱۲ (۱+ب) (۱-ب) ضیق مطلوبہ ہے  
 (۱۲۱) دو یا زیادہ مرکب جملوں کے ذو اضعاف اقل کی تعریف یہ ہے کہ او نہیں فرض کرو ایک  
 حرف کی قوتیں مشترک ہیں تو وہ جملہ حصین اس حرف کی قوت کم از کم درجہ کی ہو مگر  
 سب جملوں پر پورا پورا تقسیم ہو جائے تو اضعاف اقل اون جملوں کا کہلاتا ہے  
 (۱۲۲) اب مرکب جملوں کے ذو اضعاف اقل نکالنے کی ترکیب بیان کرتے ہیں قاعدہ کا  
 ثبوت بخوبی سمجھنا بالفعل طالب علم کی استعداد سے پرے ہی فرض کرو کہ ۱ اور ۲ دو جملے  
 ہیں اور ۱ اور ۲ کا مقسوم علیہ اعظم ہے اور فرض کرو ۱ = ط اور ۲ = ص تو بموجب خاصیت  
 مقسوم علیہ اعظم کے ط و ص کا کوئی وفق مشترک نہیں ہے اسلئے اولیٰ ذو اضعاف اقل  
 ط ص ہوگا اور اسلئے ادنیٰ درجہ کا جملہ جو ط و ص دہر تقسیم ہو ط ص د ہے اور  
 ط ص = ۱ ص = ۲ ب = ۳ پس یہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ جملوں کی حامل ضرب کو  
 اونکے مقسوم علیہ اعظم پر تقسیم کرو تو ذو اضعاف اقل حاصل ہوگا یا اس طرح بیان کرو کہ  
 جملوں کے مقسوم علیہ اعظم پر ایک جملہ کو تقسیم کرو اور جو خارج قسمت نکلو اور کو دو سہر جملہ  
 میں ضرب دو حاصل ضرب ذو اضعاف اقل ہوگا  
 (۱۲۳) مثلاً ۱۲- ۱۲+ ۳ و ۴- ۹- ۱۵+ ۱۸ کا ذو اضعاف اقل دریافت کرو  
 معاً اولیٰ ۱۲- ۳ ہے بموجب دفعہ ۱۰۵ کے تقسیم کرو ۱۲- ۱۲+ ۳ کو ۱۲- ۳ پر تو خارج قسمت

۱-۱۱ ہوا اسو اسطی ذو اضعاف اقل (۱-۱۱) (۴-۱۱-۱۱-۱۱) ہوا اور جب

اگو ضرب دین تو حاصل ضرب ۴-۱۱-۱۱-۱۱ + ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ ہوا

اسمین اکثر آسانی ہوتی ہے کہ ذو اضعاف اقل کو اجزا و ضربی بین لکھتی ہیں ضرب کا عمل کر کے

نہیں لکھتے مثلاً ۱۱-۱۱ مقسوم علیہ عظم ہو تو ضرور وہ جملہ ۴-۱۱-۱۱-۱۱ + ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ کو تقسیم

اور تقسیم سے جو خارج قسمت حاصل ہوگا اسکو اسطرح سے لکھو کہ

(۱۱-۱۱) (۱-۱۱) (۴-۱۱-۱۱-۱۱) یہ ذو اضعاف اقل ہے

دوسری مثال فرض کرو کہ ذو اضعاف اقل ہو ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ + ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ اور ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱

کا دریافت کرتا ہے بموجب دفعہ ۱۱ کے معالہ ۱-۱۱ ہے اور

(۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) ÷ (۱-۱۱) = ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱

اور (۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) ÷ (۱-۱۱) = ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱

پس ذو اضعاف اقل (۱-۱۱) (۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) ہوا

اب ضیق ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ + ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ اور ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ کا دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۱ کے معالہ ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ ہے اور نیز

(۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) ÷ (۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) = ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱ اور

(۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) ÷ (۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) = ۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱-۱۱

پس ذو اضعاف اقل (۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) (۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) (۱۱-۱۱-۱۱-۱۱) ہوا

(۱۱۴) ظاہر ہے کہ دو یا زیادہ جملوں کے ذو اضعاف مشترک ذو اضعاف اور جملوں کا ذو اضعاف

مشترک ہوگا

(۱۲۵) دو یا زیادہ جملوں کا ذو اضعاف مشترک انکی ذو اضعاف اقل کا ذو اضعاف ہوتا ہے

مثلاً فرض کرو کہ ۱۱ اور ۱۱ دو جملہ ہیں اور انکا ذو اضعاف اقل ۱۱ اور ۱۱ کوئی اور ذو اضعاف

مشترک ہے اگر ممکن ہو تو ان کو ہم بتقسیم کرو اور فرض کرو کہ باقی رہتی ہو اور قی خارج قسمت

نکلتا ہر تور = ن - ق م اور ب اور ن کو لا اور ب پورا تقسیم کرتے ہیں تو بموجب دفعہ ۱۶۶ کے وہ رکوبہی پورا تقسیم کرتے ہیں لیکن بموجب خاصیت تقسیم باقی رقم درجوں کا جملہ بہ نسبت م کے ہونا چاہئے تو اسے ثابت ہوا کہ ذو ضعات مشترک اور ب کا بہ نسبت ذو ضعات اقل کے کم درجہ کا ہے اور ذو ضعات اقل سے کم درجہ کا ذو ضعات مشترک ہونا نامکن ہے اسے معلوم ہوا کہ باقی رکابہنا نامکن ہے یعنی ن ذو ضعات م کا ہے

(۱۲۶) فرض کرو کہ ذو ضعات اقل تین جملوں ۱ اور ب اور س کا دریا کرنا ہر تو ذو ضعات اقل اور نہیں کسی دو مثلاً اور ب کا دریافت کرو اور فرض کرو کہ وہ م سے تعبیر ہوتا، تو م اور س کا ذو ضعات اقل اور ب وس کا ذو ضعات اقل مطلوب ہوگا اسوٹے کہ ذو ضعات مشترک م وس بموجب دفعہ ۱۲۴ کے ذو ضعات مشترک ۱ اور ب اور س کا ہے اور ہر ایک ذو ضعات مشترک ۱ اور ب کا بموجب دفعہ ۱۲۵ کے ذو ضعات م کا ہے پس ہر ایک ذو ضعات مشترک م وس کا ذو ضعات مشترک ۱ اور ب اور س کا ہوا اسوٹے ذو ضعات اقل م وس کا ذو ضعات اقل ۱ اور ب اور س کا ہے (۱۲۷) اسی طرح سے چار جملوں کا ذو ضعات اقل دریافت ہو سکتا ہے

(۱۲۸) مقسوم علیہ اعظم اور ذو ضعات اقل کے قاعدے جو نایت کسی ہو ہی ہیں اگر متبادی اور کو نہ سمجھ سکے تو بالفعل چوڑ دی جیسا و ات پر توبت پہنچے جب سمجھے بالفعل او کی کچھ ضرورت بھی نہیں پڑے گی مگر مثالیں جو ان بالوں میں لکھی ہیں وہ ضرور حل کر لیں اور ان کے جبر مقابلہ کا آگے چلنا مشکل ہے وہ اعمال میں بہت جگہ کام آتے ہیں

امثلہ نمبر ۱۳۰  
جملہا مفصلہ ذیل کا ذو ضعات اقل دریا کرو

(۲) ۱۲ آ ب ج و ۱۸ آ ب ج

(۱) ۵ آ ب و ۱۴ آ ب

- (۳) ۸ و ۱۲ و ۱۶ ب ۱۲ (۴) (۱-ب) اور ۱۲-ب  
 (۵) ۱۴ و (۱+ب) اور ۶ ب (۴+ب) ۴-ب و ۴-ب  
 (۶) ۸-ب-۱۳-ب-۱۴-ب-۱۲-ب (۸) ۵+ب+۴+ب+۲+ب+۸  
 (۹) ۱۲+ب+۵-ب-۳-ب+۴+ب-۱۰-ب (۱۰) ۴+ب+۱۱-ب-۴-ب-۴+ب-۱۲-ب  
 (۱۱) ۱۲-ب-۴-ب+۴+ب+۸+ب+۱۰-ب (۱۲) ۱۲+ب+۲+ب+۱۰-ب-۱  
 (۱۳) ۱۲-ب-۳-ب+۳-ب+۸-ب-۱۴-ب-۵+ب-۱۴-ب  
 (۱۴) ۱۲+ب+۴+ب-۱۲-ب-۱۲+ب (۱۵) ۴+ب+۴+ب+۸+ب+۱۲-ب  
 (۱۶) ۸ (۴-ب) ۱۲ (۱+ب) ۲ (۱-ب)  
 (۱۷) ۴ (۱+ب) ۴ (۴-ب) ۱۸ (۴+ب)  
 (۱۸) ۱۵ (۱+ب-۱+ب) ۱۲ (۴-ب) ۳۵ (۱+ب+ب)  
 (۱۹) ۱۲-ب-۱۲+ب-۱  
 (۲۰) ۱۲-ب-۱۲+ب+۱۲+ب-۱  
 (۲۱) ۱۲-ب-۱۲+ب+۱۲+ب-۱  
 (۲۲) ۱۲+ب+۳+ب+۲+ب+۱۴+ب+۳+ب+۵+ب  
 (۲۳) ۱۲+ب+۳+ب+۳+ب-۱۲-ب-۳+ب+۱۴+ب-۴  
 (۲۴) ۱۲+ب+۵+ب+۱۰+ب-۱۴-ب-۳۰-ب-۱۵-ب-۵۰

### چودھوان باب کسور کی بیان میں

(۱۲۹) اس باب میں اور آگے کے چار بابوں میں کسور کا ذکر ہو گا اور کسور کا ذکر ہو گا  
 کو دریافت ہو جائیگا کہ کسور کے نتیجہ مقابلہ میں ہی دہی قاعدہ اور توت قاعدوں کے ہیں  
 جو علم حساب میں کسور کے اوسنے سمجھے تھے  
 (۱۳۰) جملہ ۱۱ یہ بتلانا ہے کہ واجب برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور ان میں سے

۱۱ حصہ لے کر گئی ہیں اسی بچے کو کہتے ہیں اور اگر کو شمار کنندہ اور ب کو نسب نما لیں  
نسب نما سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ واحد کتنے برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور شمار کنندہ  
سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ اوغین سے کتنے حصے لئے گئے ہیں  
ہر صحیح اور صحیح جملہ ایک کسر سے جس کا نسب نما واحد ہو بغیر ہو سکتا ہے مثلاً  
$$1 = \frac{1}{1} \text{ و } \frac{2}{2} = \frac{1}{1} \text{ و } \frac{3}{3} = \frac{1}{1}$$

(۱۳۱) حساب کی طرح جبر مقابلہ میں بھی کسر کو مقدار مخطوط کی صورت میں لکھا کرتے ہیں اور  
اوس کا قاعدہ یہ ہے کہ شمار کنندہ کو نسب نما پر حتی الامکان تقسیم کرو اور خارج قسمت کے  
ساتھ ایک کسر جس کا شمار کنندہ باقی ہوا اور نسب نما مقسوم علیہ ہو شامل کرو مثلاً  
$$\frac{13}{14} = \frac{13}{14} + \frac{1}{14} = \frac{13+1}{14} = \frac{14}{14}$$

اور 
$$\frac{12-11}{14+11} = \frac{1-22}{25} = \frac{1-22}{25}$$

طالب علم کو آخر مثال کے ہر جزو پر توجہ خاص چاہیے کہ وہ ایک مثال خطوط وحدانی کی ہے  
یعنی 
$$+(-11) = -(11-)$$

(۱۳۲) کسر کو ایک صحیح میں ضرب دینے کا یہ قاعدہ ہے کہ صحیح کو کیا تو شمار کنندہ میں ضرب کر لو  
یا نسب نما پر تقسیم کرو مثلاً فرض کرو کہ  $\frac{1}{2}$  ایک کسر کو بغیر کرنا ہو اور  $\frac{1}{2}$  ایک صحیح ہو  
تو  $\frac{1}{2} \times 2 = 1$  اس واسطے دونوں کسروں کے دہجے میں واحد برابر حصوں میں  
تقسیم ہوا ہے اور  $\frac{1}{2}$  کے دہجے میں بہ نسبت  $\frac{1}{2}$  کے  $2$  حصے لئے گئے ہیں  
اسے  $\frac{1}{2}$  کا  $2$  گنا ہونا کہتے ہیں

پس قاعدہ کی صورت اول ثابت ہوئی فرض کرو  $\frac{1}{2}$  ایک کسر کو بغیر کرتی ہے اور  $\frac{1}{2}$   
ایک صحیح ہے تو  $\frac{1}{2} \times 2 = 1$  اس واسطے کہ ہر کسر  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{2}$  میں تعداد حصوں کی  
جولئے گئے ہیں ایک ہی ہے اور ہر ایک حصہ  $\frac{1}{2}$  میں  $2$  گنا ہر ایک حصہ  $\frac{1}{2}$  سے ہے  
اسلئے کہ واحد  $\frac{1}{2}$  میں بہ نسبت  $\frac{1}{2}$  کے  $2$  حصوں میں زیادہ تقسیم ہوا ہے

ثابت ہوا کہ  $\frac{1}{2}$  کا گنا  $\frac{1}{2}$  ہے  
اسے دوسری صورت قاعدہ کی ثابت ہوئی

(۱۳۳) کسر کو صحیح پر تقسیم کرینا قاعدہ یہ ہے کہ کیا تو نسب نما کو اس صحیح میں ضرب دے لو یا شمار کنندہ کو اس پر تقسیم کر لو فرض کرو  $\frac{1}{2}$  کسر کو تعبیر کرتا ہے اور  $\frac{1}{2}$  کو صحیح عدد ہے تو  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 1$  اور اس واسطی کہ  $\frac{1}{2}$  بموجب دفعہ ۱۳۲ کے  $\frac{1}{2}$  کا گنا  $\frac{1}{2}$  سے ہے اور اس واسطی کہ  $\frac{1}{2}$  کا  $\frac{1}{2}$  وان حصہ  $\frac{1}{2}$  ہے

پس صورت اول قاعدہ کی ثابت ہوئی  
فرض کرو کہ  $\frac{1}{2}$  ایک کسر کو تعبیر کرتا ہے اور کسی صحیح کو تو  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 1$  اس واسطی کہ  $\frac{1}{2}$  بموجب دفعہ ۱۳۲ کے  $\frac{1}{2}$  کا گنا  $\frac{1}{2}$  سے اور اس وجہ سے  $\frac{1}{2}$  یعنی  $\frac{1}{2}$  وان حصہ  $\frac{1}{2}$  کا ہے

اسی قاعدہ کی دوسری صورت ثابت ہوئی

(۱۳۴) اگر کسی کسر شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد میں ضرب دین تو کسر کی قدر نہیں بدلتی اس واسطی کہ جب کسی کسر شمار کنندہ کو کسی صحیح میں ضرب دینے تو کسر کی ضرب صحیح میں ہوگی اور جب نسب نما کو صحیح میں ضرب دینے تو تقسیم اس صحیح پر ہوگی پس کسی شمار کنندہ اور نسب نما کو صحیح عدد میں ضرب دینے کے معنی یہ ہوئے کہ ایک عدد کو ایک عدد میں ضرب دو اور اسی عدد پر تقسیم کرو تو بدیلی بات ہے کہ ایسی صورت میں کچھ تبدیلی عدد میں نہیں ہوتی سوائے کہ میں بھی نہیں تبدیلی ہوتی اور اس نتیجہ کو سطح سے بھی بیان کر سکتے ہیں کہ اگر کسی کسر شمار کنندہ اور نسب نما کو کسی صحیح عدد پر تقسیم کریں تو کسر کی قدر نہیں بدلنے کی یہ دونو باتیں جو اوپر عبارت میں بیان ہوئی ہیں اور

خلاصہ جبر مقابلہ میں اس طرح ہے کہ  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 1$

یہ ایک نتیجہ عظیم ہے کسر کے عمل اور موقوف ہیں آگے کے بابوں میں دیکھو گے





## پندرہواں باب نحویل کسوتین

(۱۳۶) کسری ایک نحویل نو ہے کہ اُسکی رتین ادنیٰ درجہ کی یعنی اقل لغوا ہو جائیں۔  
دوم یہ ہے کہ کسور کو ایسی کسری طرف نحویل کہ اُن سب کا نسب نامہ یعنی یکساں ہو جائے  
ان دونوں باتوں کے لئے دفعہ (۱۳۷) کا نتیجہ برے کام آتا ہے۔

(۱۳۷) کسری ادنیٰ درجہ کی رفتوخی طرف نحویل کرنے کا قاعدہ یہ ہے کہ شمار کنندہ اور  
اُنکے مقسوم علیہ عظم پر تقسیم کرو مثلاً نحویل کرو  $\frac{14}{12}$  یا  $\frac{14}{12}$  کو ادنیٰ درجہ کی طرف مقسوم  
علیہ عظم نسب نامہ اور شمار کنندہ کا ۱۲ رہا ہے اس پر ان دونوں کو تقسیم کرو تو  
 $\frac{14}{12}$  حاصل ہوئے پس  $\frac{14}{12}$  کے برابر ہے  $\frac{14}{12}$  یا  $\frac{14}{12}$  کی اُسکی صوت نہایت  
مختصر ہے اور ایسی کہتے ہیں کہ کسری نحویل ادنیٰ درجہ کی طرف کی گئی ہے اور اس سے  
زیادہ ادنیٰ درجہ کی قیون کی طرف نحویل نہیں ہو سکتی ہے اسلئے کہ بموجب ۱۳۲  
کے نسب نامہ اور شمار کنندہ زیادہ ادنیٰ درجہ کا نہیں ہو سکتا اور

ل۱ - ۷۴ + ۳ = ۷۷  
ل۲ - ۶۹ - ۱۵ = ۵۴  
ل۳ - ۱۸ + ۱۵ = ۳  
کو ایسی کسری طرف نحویل کرو کہ اُسکی رتین ادنیٰ درجہ کی ہوں  
شمار کنندہ اور نسب نامہ کا مقسوم علیہ عظم ل۱ - ۳ ہے پس شمار کنندہ و نسب نامہ دونوں کو

ل۱ - ۳ پر تقسیم کرو تو نتیجہ مطلوب یہ حاصل ہوگا کہ  $\frac{1-74}{4-77}$

بعض مثالوں میں بغیر مقسوم علیہ عظم نکالنے نہیں ہو جاتا یا کرتا ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نامہ میں جڑ  
ضرب مشترک ہے مثلاً  $\frac{(1-74)}{(4-77)} = \frac{(1-74)}{(4-77)}$  پس مشترک جڑ ضربی کے ساقط کر نیے مطلب حاصل ہو جاتا ہے۔

$\frac{1-74}{4-77}$  پس مشترک جڑ ضربی کے ساقط کر نیے مطلب حاصل ہو جاتا ہے۔  
(۱۳۸) کسور کو یکساں نسب نامہ کی کسری طرف نحویل کرنے کا قاعدہ یہ ہے کہ ہر شمار کنندہ کو سوا

اپنے نسب نامہ کے سب نسب نامہ یوں میں ضرب دیکر شمار کنندہ بناؤ اور سب نسب نامہ یوں کو  
باہم ضرب دیکر ان شمار کنندہ و نسب نامہ مثلاً  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{5}{6}$  کا نسب نامہ متحد کرو تو

$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$  اور  $\frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$  پس کسور  $\frac{1}{2}$  اور

ح باس دس دس ایسے کسور میں جن کا نسب نامہ ہے اوقمتین اونچی برابر میں جے دس  
ب دس کے قاعدہ جو اوپر مذکور ہوا اسی کسور کا نسب نامہ ہو جاوے گا لیکن نسب نامہ اقل القواء نہیں  
ہوگا اسلئے اکثر تشبیل کے لئے ایک قاعدہ ملکہا جاتا ہے کہ جسے کسور کی تحويل ایسی کسور کی طرف  
ہو جاتی ہے کہ اس کا متحد نسب نامہ اقل القواء ہو جاتا ہے

(۱۳۹) وہ قاعدہ یہ ہے کہ دو ضعیف اقل سب نسب یوں کا دریافت کرو اور اس کو متحد نسب بناؤ اور  
کے شمار کنندہ کو اونس خارج قیمت میں کہ اس کے نسب پر دو ضعیف اقل کو تقسیم کرے یہ سیداموضرب  
اور حاصل ضرب کو شمار کنندہ بناؤ اور اس کے نیچے دو ضعیف اقل لکھ دو میں اس طرح سب  
کسور کا نسب نامہ ملے اور اقل القواء ہو جاتا ہے مثلاً  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$  کا اقل القواء  
نسب نامہ متحد بناؤ دو ضعیف اقل نسب یوں کا لاری ہے

$$\text{پس } \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \text{ و } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \text{ لاری و } \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \text{ لاری}$$

## امثلہ نمبری ۱۵

کسور مفصلہ ذیل کو ایسے کسور کی طرف تحويل کرو کہ اونچی رمتین اقل القواء ہو جائیں

$$(۱) \frac{12}{18} \text{ و } \frac{1}{2} \quad (۲) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۳) \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$(۴) \frac{10}{15} \quad (۵) \frac{2}{5} \quad (۶) \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$(۷) \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \quad (۸) \frac{21}{15} \quad (۹) \frac{15}{35}$$

$$(۱۰) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۱۱) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۱۲) \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$$

$$(۱۳) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۱۴) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۱۵) \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$(۱۶) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۱۷) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۱۸) \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$(۱۹) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۲۰) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad (۲۱) \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{l}
 (۲۲) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۲۳) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۲۴) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \\
 (۲۵) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۲۶) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۲۷) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \\
 (۲۸) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۲۹) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۳۰) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \\
 (۳۱) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۳۲) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۳۳) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \\
 (۳۴) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۳۵) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۳۶) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \\
 (۳۷) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۳۸) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۳۹) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \\
 (۴۰) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۴۱) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱} \quad (۴۲) \frac{۳-۱۱}{۱+۱۱}
 \end{array}$$

کسو مفصلہ ذیل کا نسب اقل المقواء بناؤ

$$\begin{array}{l}
 (۳۳) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۳۴) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۳۵) \frac{۳}{۱+۱۱} \\
 (۳۶) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۳۷) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۳۸) \frac{۳}{۱+۱۱} \\
 (۳۹) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۰) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۱) \frac{۳}{۱+۱۱} \\
 (۴۲) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۳) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۴) \frac{۳}{۱+۱۱} \\
 (۴۵) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۶) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۷) \frac{۳}{۱+۱۱} \\
 (۴۸) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۹) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۵۰) \frac{۳}{۱+۱۱}
 \end{array}$$

$$(۴۰) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۱) \frac{۳}{۱+۱۱} \quad (۴۲) \frac{۳}{۱+۱۱}$$

## سولہواں باب کسور کی جمع و تفریق میں

(۱۴۰) قاعدہ کسور کے جمع یا تفریق کا یہ ہے کہ کسور کا پہلے نسب متحد بناؤ اور شمار کنندہ کو جمع یا تفریق کر کے حاصل کو شمار کنندہ بناؤ اور متحد نسب او کے نیچے لکھ دو پس حاصل حاصل جمع یا حاصل تفریق ہوگا مثالین جمع کرو  $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = \frac{۳+۲}{۶} = \frac{۵}{۶}$  کو  $\frac{۱}{۲}$  سے گڑا ہے جو کہ یہاں کہیں

نسب نام متحد رکھتے ہیں اسلئے تحلیل کی ضرورت نہیں

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = \frac{۳+۲}{۶} = \frac{۵}{۶}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{تفریق کرو } \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲} = \frac{۳-۲}{۴} = \frac{۱}{۴} \\
 \text{نمونہ } \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲} = \frac{۳-۲}{۴} = \frac{۱}{۴}
 \end{array}$$

$$\frac{۴-۱۳-۲+۱}{۳} = \frac{۴-۱۳-۲+۱}{۳}$$

طالعکم کو چنانکہ وہ عمل پورا اسی طرح جس طرح اوپر کی مثال میں لکھا گیا کرتی تاکہ غلطی کا احتمال نہ ہو  
جمع کرو  $\frac{۴}{۳} + \frac{۱}{۳}$  کو  $\frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$  کے ساتھ

یہاں نسبت نامتحدہ حاصل ضرب  $\frac{۴}{۳} + \frac{۱}{۳}$  ب  $\frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$  یعنی  $\frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$  ہوگا

$$\frac{۴}{۳} + \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} \quad \text{و} \quad \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$$

$$\text{اس واسطے} \quad \frac{۴}{۳} + \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳} - \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۲+۱۳-۱۴}{۱۸+۱۱۵-۱۱۹-۱۲} = \frac{۱+۱}{۱۸+۱۱۵-۱۱۹-۱۲}$$

تفریق کرو

بموجب دفعہ ۱۳۳ کے ذواضعاف اقل نسبتاً یونکھا

$$(۱-۱) (۳-۱) (۴+۱۳-۱۴) = (۱-۱) (۳-۱) (۴+۱۳-۱۴)$$

$$\frac{(۱+۱) (۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)}{(۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)} = \frac{۱+۱}{۳+۱۳-۱۴}$$

$$\frac{(۱-۱) (۲+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)}{(۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)} = \frac{۲+۱۳-۱۴}{۱۸+۱۱۵-۱۱۹-۱۲}$$

$$\frac{۲+۱۳-۱۴}{۱۸+۱۱۵-۱۱۹-۱۲} = \frac{۱+۱}{۳+۱۳-۱۴}$$

$$\frac{(۱-۱) (۲+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)}{(۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)} = \frac{(۱+۱) (۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)}{(۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)}$$

$$\frac{۲-۱۱-۱۴}{(۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)} = \frac{(۲-۱۱-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)}{(۴+۱۳-۱۴) (۳-۱) (۱-۱)}$$

(۱۳۱) جب کسی ایک مقدار مخط کی غویل ایک کسر کی طرف کرتی ہو تو ایک آسان صورت جمع یا تفریق کی خیال کر کے عمل کر لو :

$$\text{مثالین } ۱ + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

$$۱ + \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۳} + \frac{۲}{۳} = \frac{۵}{۳}$$

$$۱ + \frac{۳}{۴} = \frac{۴}{۴} + \frac{۳}{۴} = \frac{۷}{۴}$$

$$\frac{۱۲}{۳} + \frac{۵}{۴} = \frac{۱۲ \times ۴}{۳ \times ۴} + \frac{۵ \times ۳}{۴ \times ۳} = \frac{۴۸}{۱۲} + \frac{۱۵}{۱۲} = \frac{۶۳}{۱۲}$$

(۱۳۲) جملے اکثر ایسے ہی آ جاتے ہیں کہ جنہیں جمع اور تفریق دونوں شامل ہوتے ہیں مثلاً

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴}$$

مختصر کرو

ذوضعاف اقل نسبتاً یونہی (۱-۲) (۱-۳) یعنی ۱-۲ ہے

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} = \frac{(۱-۲)(۱-۳)}{(۲-۳)(۳-۴)} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} = \frac{(۱-۲)(۱-۳)}{(۲-۳)(۳-۴)} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} = \frac{(۱-۲)(۱-۳)}{(۲-۳)(۳-۴)} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} = \frac{(۱-۲)(۱-۳)}{(۲-۳)(۳-۴)} = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} = \frac{(۱-۲)(۱-۳)}{(۲-۳)(۳-۴)} = \frac{۱}{۲}$$

بتدی کو چاہیے کہ اس خاص مثال پر بہت توجہ کرے غائبانہ ب نسبتاً یونہی حاصل ہے متحد نسبتاً

بنائیکا واسطہ سے مثال حل کرنا ایک مختصر کام ہو جائیگا دوسری کسر نسبتاً میں ایک

ضروری ہے اور یہ جزئی پہلی کسر کے نسبتاً کے جزئی (۱-۲) سے فقط علائق

رکتا ہے اور یہ جزئی ۲ کے (۱-۲) (۱-۳) (۱-۴) اور یہ کسر نسبتاً

$$(ح-۱) (۱-ح) = (ح-ب) (۱-ح) (ب-ح)$$

پس جلد مذکورہ سطر ح سے لکھا جاسکتا ہے کہ

$$\frac{۱}{(ح-۱)(۱-ح)} - \frac{ب}{(ب-ح)(۱-ح)} + \frac{ح}{(ح-ب)(۱-ح)}$$

اب یہاں صاف عیاں ہے کہ دو ضعاف اقل نسبتاً یوں کا (۱-ب) (۱-ح) (ب-ح) ہے  
تو کسور کی تخیل اونے نسبتاً متحد کی طرف کرنے سے یہ حاصل ہوگا

$$۱ (ب-ح) - ب (۱-ح) + ح (۱-ب)$$

$$(۱-ب) (۱-ح) (ب-ح)$$

یعنی  $\frac{۱ (ب-ح) - ب (۱-ح) + ح (۱-ب)}{(۱-ب) (۱-ح) (ب-ح)}$  یعنی صفر

(۱۴۳) اس فصل میں ہم دو یا زیادہ کسروں کو مرکب کر کے ایک مختصر صورت میں ایک

کسر بنانے کا تذکرہ کیا ہے لیکن ایک کسر کو دو یا زیادہ کسروں میں حصے کر کے

$$\frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۱۰} \quad \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۲} \quad \frac{۱}{۷} = \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۵۶}$$

۲-۳+۵ پس اس طرح اگر ہم چاہیں تو ایک کسر کی کئی کسریں بنا سکتے ہیں

## ۱۶ مسئلہ نمبری

دریافت کرو قیمت

$$(۱) \frac{۱۳-۵}{۴} + \frac{۱۲-۱}{۱۲} + \frac{۱۱+۲}{۱۲} = (۲) \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲}$$

$$(۳) \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = (۴) \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = (۵) \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲}$$

$$(۶) \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = (۷) \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = (۸) \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = (۹) \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = (۱۰) \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲}$$

$$(۱۱) \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲}$$

$$(۱۲) \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲}$$

$$(۱۳) \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲}$$

$$\begin{aligned}
 & (۱۳) \quad \frac{(۱-۱)۱۳}{۱-۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۱۴) \quad \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۱۵) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۱۶) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۱۷) \quad \frac{۱-۱}{۱-۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۱۸) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۱۹) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۰) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۱) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۲) \quad \frac{۱-۱}{۱-۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۲۳) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۴) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱-۱} + \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۵) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۶) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۷) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} + \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۸) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۲۹) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۳۰) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۳۱) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} - \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۳۲) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱-۱} \\
 & (۳۳) \quad \frac{۱-۱}{(۱-۱)(۱-۱)} + \frac{۱-۱}{(۱-۱)(۱-۱)} - \frac{۱-۱}{(۱-۱)(۱-۱)} \\
 & (۳۴) \quad \frac{۱-۱}{(۱+۱)۱} + \frac{۱-۱}{(۱+۱)(۱+۱)} - \frac{۱-۱}{(۱+۱)۱} \\
 & (۳۵) \quad \frac{۱-۱}{(۱+۱)۱} + \frac{۱-۱}{(۱+۱)۱} + \frac{۱-۱}{(۱+۱)۱} \\
 & (۳۶) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۳۷) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۳۸) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۳۹) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۴۰) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۴۱) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱} \\
 & (۴۲) \quad \frac{۱-۱}{۱+۱} - \frac{۱-۱}{۱+۱} + \frac{۱-۱}{۱+۱}
 \end{aligned}$$

$$(۴۳) \quad \frac{۲}{۱+۲} - \frac{۲}{۱+۲} - \frac{۱}{۱+۲} - \frac{۱}{۱+۲}$$

$$(۴۴) \quad \frac{۳}{۱-۲} - \frac{۳}{۱+۲} + \frac{۱}{۱+۲} - \frac{۱}{۱+۲}$$

$$(۴۵) \quad \frac{۱}{۱+۲} - \frac{۲}{۱+۲} - \frac{۱}{۱+۲} + \frac{۲}{۱+۲}$$

$$(۴۶) \quad \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۴۷) \quad \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۴۸) \quad \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۴۹) \quad \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۵۰) \quad \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۵۱) \quad \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۵۲) \quad \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} - \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۵۳) \quad \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۲}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۵۴) \quad \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۵۵) \quad \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

$$(۵۶) \quad \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)} + \frac{۱}{(۱-۲)(۱-۲)}$$

### ستروان باب ضرب کسور میں

(۱۴۴) ضرب کسور کا قاعدہ یہ ہے کہ نسب شما کنند و نحو ضرب دیگر یا شمار کنند بناؤ اور سب

نسب نامیوں کو ضرب دیگر یا نسب ناما بناؤ تو یہ نتیجہ حاصل ضرب ہوگی

(۱۴۵) اکثر اس ضرب کو قاعدہ کو سطح سے ثابت کیا کرتے ہیں کہ فرض کرو چے و چے

دو کسب میں ہیں جنکو ضرب دینا ہی ہے = لا اور چے = د کے فرض کرو



$$1 = ب لا اور ح = د$$

$$اسو اسطی ۱ ح = ب د لا$$

$$ب د ب تقسیم کرو تو ۱ ح = لا$$

$$لیکن لا = ۱ ح = ۱ ح$$

$$اسو اسطی ۱ ح = ۱ ح = ۱ ح$$

اور ۱ ح حاصل ضرب شمار کنندون کا ہے اور ب د حاصل ضرب نسب نمایوں کا پس اسی قاعدہ

ثابت ہوا اور اسطرح سے اگر کسر میں زیادہ ہوں تو یہی قاعدہ ثابت ہو سکتا ہے

(۱۴۶) ہم بعض مثالیں لکھتے ہیں نئے شمار کنندہ اور نئے نسب کے اجراء ضربی کو پہلی

ضرب دینے سے یہ دیکھ لینا چاہئے کہ کوئی جز ضربی ایسا تو نہیں ہے کہ دو نو شمار کنندہ

اور نسب نمایں مشترک ہو اگر ایسا ہو تو اس کو بموجب دفعہ ۱۳۷ ساقط کرو اس طرح

ماحصل کا مختصر بھی ہوتا جائیگا اور کو ۱ ح میں ضرب دو

$$1 = ۱ ح و ۱ ح = ۱ ح = ۱ ح$$

پس اسی معلوم ہوا کہ ۱ ح و ۱ ح مساوی ہیں اسی ہی ۱ ح = ۱ ح و ۱ ح = ۱ ح = ۱ ح

ضرب دو کو ۱ ح میں

$$\frac{۱۲}{۱۳} \times \frac{۱۲}{۱۳} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۳ \times ۱۳}$$

$$پس \left( \frac{۱۲}{۱۳} \right) = \frac{۱۲}{۱۳}$$

ضرب دو کو ۱ ح میں

$$\frac{۱۲}{۱۳} \times \frac{۱۲}{۱۳} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۳ \times ۱۳} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۳ \times ۱۳} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۳ \times ۱۳}$$

$$\frac{۱۲}{۱۳} \times \frac{۱۲}{۱۳} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۳ \times ۱۳} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۳ \times ۱۳} = \frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۳ \times ۱۳}$$

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} = ۱ - ۱ ح$$

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} = ۱ - ۱ ح$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3+2-6}{6} = \frac{-1}{6} \\
 \text{نو } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3+2+1-6}{6} = \frac{0}{6} = 0 \\
 \text{یا اسکو اس طرح حل کرو} \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3+2+1-6}{6} = \frac{0}{6} = 0 \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3+2+1-6}{6} = \frac{0}{6} = 0 \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3+2+1-6}{6} = \frac{0}{6} = 0 \\
 \text{دو نوح عمل کرنیے حاصل ایک ہی ہوا اسلئے کہ } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - 1 = 0 \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} - \frac{6}{6} = \frac{3+2+1-6}{6} = \frac{0}{6} = 0
 \end{aligned}$$

اب دو طرح ضرب دی سکتے ہیں اول دو اجزاء کو ضرب دیں اور حاصل ضرب کو ب میں ضرب دیں اور پہلے  $\frac{1}{2}$  میں اور حاصل ضرب کو جوڑ لیں لیکن یہ ترکیب نہایت آسان ہے کہ مقدار مرکب ب +  $\frac{1}{2}$  کو کسر مفرد بنالین اس طرح ہے کہ

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{6}{6} = \frac{-1}{6} \\
 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1 &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{6}{6} = \frac{-1}{6}
 \end{aligned}$$

(۱۴۷) جسطرح باب گذشتہ میں ہم نے کہا ہے اس طرح بیان ہی چند مثالیں لکھتے ہیں جنکو طالعلم بطور قاعدہ بالا مثالوں کے حل کرنیہ کام میں لاوین اور نکات ثبوت بڑے جبر مقابلوں میں ہوتا ہے بالفعل طالب علم اور کچھ فیض کر لے ضرب دو  $\frac{1}{2}$  کو -  $\frac{1}{3}$  میں

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

ضرب دو -  $\frac{1}{2}$  کو  $\frac{1}{3}$  میں

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

ضرب دو -  $\frac{1}{2}$  کو -  $\frac{1}{3}$  میں

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

## امثلہ نمبری ۱۷

ذیل کے جملوں کی قیمت دریافت کرو

- (۱)  $\frac{12}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$
- (۳)  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$
- (۴)  $\frac{1-11}{2(2+11)} \times \frac{2+11}{1-11} \times \frac{1+11}{1-11}$
- (۵)  $\left(\frac{1}{11} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{11}{1+11}$
- (۶)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3} - 1\right)$
- (۷)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3} - 1\right)$
- (۸)  $\frac{(11+1) \cdot 1}{11+11 \cdot 2-1} \times \frac{(11-1) \cdot 11}{11+11 \cdot 2+1}$
- (۹)  $\frac{1-11}{11+11 \cdot 2+1} \times \frac{1+11}{11+11 \cdot 2-1} \times \frac{11}{11-11}$
- (۱۰)  $\frac{11-11(1+1)}{11+11} \times \frac{11}{11+11}$
- (۱۱)  $\left(\frac{1}{11} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{11}{11+11}$
- (۱۲)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$
- (۱۳)  $\left(\frac{1}{11} - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{11} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$
- (۱۴)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$
- (۱۵)  $\frac{1+11 \cdot 2-11}{4+11 \cdot 5-11} \times \frac{11-11 \cdot 2+11}{3+11 \cdot 2-11} \times \frac{11+11 \cdot 2-11}{2+11 \cdot 2-11}$

## اٹھارہواں باب تقسیم کسور میں

(۱۴۸) ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنا یکساں قاعدہ ہے کہ مقسوم علیہ کو اولیٰ یعنی شمار کنندہ کو نسب نما اور نسب نما کو شمار کنندہ بنا کر عمل ضرب کا کرو تو تقسیم ہو جاوے گی

(۱۴۹) اکثر تقسیم کے قاعدہ کو ثابت اس طرح سے کیا کرتے ہیں کہ فرض کرو  $\frac{1}{2}$  کو  $\frac{1}{3}$  پر تقسیم کرنا ہے تو  $\frac{1}{2} = 1$  اور  $\frac{1}{3} = 2$  کے فرض کرو تو

$$1 = 2 \text{ ب ل ا اور } 2 = 3 \text{ د}$$

$$\text{اسو اسطی } 1 = 2 \text{ ب ل ا اور } 2 = 3 \text{ د}$$

$$\text{اسو اسطی } 1 = 2 \text{ ب ل ا اور } 2 = 3 \text{ د}$$

$$\text{لیکن } \frac{1}{2} = 1 \text{ د اور } \frac{1}{3} = 2 \text{ د}$$

$$\text{اسی واسطی } \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1}$$

(۱۵۰) مثالین تقسیم کرو اور کو ح پر تو  $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1}$

تقسیم کرو اور کو ح پر

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

(۱۵۱) بعض یا کل قاعدوں کی استقامت سی جو اوپر مذکور ہوئی ہیں یہ جگہ کسور کو مختصر اور سادہ بنانے میں استعمال کیے جاسکتے ہیں اور انہی مثالین ذیل میں درج ہیں

$$\left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right\} \div \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right\} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}}{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{5}{6} \times \frac{6}{1} = 5$$

اس مثال میں اجزاء ضربی ۱-۲ اور ۱-۳ کو ضرب دی گئی اور بجای (۱+۲) اور (۱-۳)

۱-۲ اور ۱-۳ کو کچھ ایسی اجزاء ضربی کو باہم آسانا اور عمل میں ضرب نہ دے اسلئے کہ کوئی جز ضربی مشترک نسب نہ ہو و شمار کنندہ میں نکل آئے اور اسی عمل میں آسانی ہو جائے

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$



$$(۱۰) \frac{x^2 + 11x + 24}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر } (۱۱) \frac{x^2 + 11x + 24}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر}$$

$$(۱۲) \left(\frac{x}{x} - 1\right) \left(\frac{x}{x} + 1\right) \text{ کو } \frac{x}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر } (۱۳) \frac{x}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر}$$

$$(۱۴) \frac{x}{x^2 + 11x + 24} - \frac{x}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر } (۱۵) \frac{x}{x^2 + 11x + 24} - \frac{x}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر}$$

$$(۱۶) \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر } (۱۷) \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر}$$

$$(۱۸) \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر } (۱۹) \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر}$$

$$(۲۰) \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ کو } \frac{x^2 - 5}{x^2 + 11x + 24} \text{ پر}$$

جلد ۱، مفصلہ ذیل کو مختصر اور سادہ بناؤ

$$(۲۱) \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ کو } \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ پر } (۲۲) \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ کو } \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ پر}$$

$$(۲۳) \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ کو } \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ پر } (۲۴) \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ کو } \frac{1-x}{x} + \frac{x^2}{x^2 - 11x - 24} \text{ پر}$$

$$(۲۵) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۲۶) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۲۷) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۲۸) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۲۹) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۳۰) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۳۱) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۳۲) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۳۳) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۳۴) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۳۵) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

دریافت کرو قیمت جہاں مفصلہ ذیل کی

$$(۳۶) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۳۷) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۳۸) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۳۹) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۴۰) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۴۱) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۴۲) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر } (۴۳) \frac{1}{x} - 1 \text{ کو } \frac{1}{x} - 1 \text{ پر}$$

$$(۳۸) \frac{12+0}{12-0} + \frac{12-0}{12+0} - \frac{12}{12} = \frac{12}{12} \text{ جب } 12 = 12$$

$$(۳۹) \frac{(1-0)}{(1+0)} - \frac{(12-0)}{(12+0)} = \frac{12}{12} \text{ جب } 12 = 12$$

$$(۴۰) \frac{12-0}{12+0} = \frac{1}{1} \text{ و } \frac{1+0}{1+0} = 1$$

## اوٹیسوان باب مساوات درجہ اول

(۱۵۳) جب دو جملے جبریہ کو علامت مساوات وصل کرتی ہو تو کل کو ایک مساوات یا معادلہ کہیں گے اور جو جملے سطح وصل ہوتے ہیں ان کو خط فرین مساویا ارکان مساوات اور جو جملہ دالین طرف ہوتا ہے اس کو طرف اول و جوبائیں طرف ہوتا ہے اس کو طرف ثانی کہتے ہیں

(۱۵۴) مساوات مترادفہ یا معادلہ متشابہ یا متطابقہ اس مساوات کو کہتے ہیں جسکی طرفین ایسی ہوں کہ ہر ایک حروف خواہ کچھ ہی اعداد کو تعبیر کریں وہ صورتوں میں آپس میں برابر رہیں مثلاً یہ مساواتیں متطابقہ

$$(1+1) (1-1) = 1-1$$

$$(1+1) = 1+1$$

$$(1+1) (1-1) = 1-1$$

یہہ بیانات جبریہ خواہ لا اور کوئی سے عدد ہوں درست اور صحیح ہیں یہہ بات طابع علم تو آپ سمجھ گیا ہو گا کہ انک جو کچھ بیان ہوا انہیں نتائج سے متعلق تھا جنکو مساوات مترادفہ یا متطابقہ کہتے ہیں۔ مساوات مترادفہ کو مختصراً فقط مترادف اکثر لکھتے ہیں

(۱۵۵) ایک مساوات شرطیہ ہوتی ہے اور ہمیں یہہ نہیں ہوتا کہ حروف خواہ کیسے ہی اعداد کو تعبیر کریں تو وہ مساوات درست رہی بلکہ وہیں حروف خاص عدد یا اعداد کو تعبیر کرتے ہیں مساوات ٹھیک ہوتی ہے مثلاً  $1+1=2$  کو کبھی نہیں ہو سکتا اگر  $1=2$  کے نہو اس مساوات کو مساوات شرطیہ کہتے ہیں اور فقط مساوات مختصراً کہتے ہیں

(۱۵۶) ایک حرف جسکی ایک خاص قیمت یا کئی خاص قیمتیں مقرر کرنے سے بیان مساوات درست ہوتا ہے اس کو مقدار مجهول کہتے ہیں اور اس مقدار مجهول کی قیمت یا کئی قیمتیں جو ہوتی ہیں

انہیں کو مساوات کی قیمت یا قیمتیں کہتے ہیں اور جس ترکیب سے قیمت اس مجہول کی دریافت کرتے ہیں اسکو حل مساوات کہتے ہیں۔

(۱۵۷) مساوات میں حرف مجہول کی بڑی بڑی قوت کا جو قوت نما ہوا دیکھ کر موافق اس کی مساوات وہ کمالاتی ہے مثلاً لا اگر مقدار مجہول کو تعبیر کرے اور اسکی ایک ہی قوت مساوات میں واقع ہو تو اس مساوات کو مساوات درجہ اول کی کہیں گے اور اگر لا واقع ہو اور کوئی اس سے بڑی قوت نہ واقع ہو تو اسکو مساوات درجہ دوم یا مقترنات اور اگر لا واقع ہو اور کوئی اس سے بڑی قوت نہ واقع ہو تو اسکو مساوات درجہ سوم یا ملغبی مساوات کہیں گے اور علیٰ ہذا القیاس۔ اور یہ بھی معلوم رہے کہ ان حدود میں فرض کیا گیا ہے کہ طرفین مساوات باعتبار لا کے ناطق اور صحیح چلے ہیں۔

(۱۵۸) ہر فصل میں مساوات درجہ اول کے حل کرنے کے طریقے بتلائیں گے لیکن پہلے اس سے ہم چند عمل ایسے لکھتے ہیں جو مساوات پر ہونے سے مساوات کی معادلت کو بنین کہوتے۔

(۱۵۹) اگر طرفین مساوات کی ہر رقم کو ایک ہی عدد میں ضرب دیں تو مساوات کی معادلت میں کچھ فرق نہ ہوگا۔ اس بیان کی صداقت اس علم متعارفہ پر موقوف ہے کہ مقادیر متساویہ کو ایک عدد میں ضرب دیں تو حاصل میں بھی مساوات ہوگی اور یہ ایک بدیہی بات ہے اور فائدہ اس اصول کا آگے دیکھو گے اور اسید طرح سے اگر طرفین مساوات کی ہر ایک رقم کو ایک ہی عدد پر تقسیم کر لیں تو مساوات میں کچھ فرق نہ آئے گا۔

(۱۶۰) دفعہ ۱۵۵ کا بڑا فائدہ مساوات کی کسر کا دور ہونا ہے اور دور کرنے کی ترکیب یہ ہے کہ کسور کے سب نمایوں کی حاصل ضرب کو یا اگر دل چاہے نوسب نمایوں کے ذواضعاف اقل کو مساوات کی ہر رقم میں ضرب دو مثلاً فرض کرو کہ

$$۹ = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} \quad \text{اب ہر رقم کو } ۳ \times ۴ \times ۵ \text{ میں ضرب دیں تو}$$

$$۹ \times ۳ \times ۴ \times ۵ = ۱ \times ۴ \times ۵ + ۱ \times ۳ \times ۵ + ۱ \times ۳ \times ۴$$



یعنی  $۲۲ + ۱۸ + ۱۲ = ۵۲$  ہر رقم کو ۶ پر تقسیم کرو تو

$۲۲ + ۱۸ + ۱۲ = ۵۲$  بجائے ضرب دینے کے ہر رقم کو  $۳ \times ۲ \times ۶$  میں ہم

۱۲ میں جو دو اضعاف اقل ۳ و ۲ و ۶ کا ہے ضرب دین تو ہم کو ایک ہی دفعہ میں یہ حاصل

$$۱۰۸ = ۲۲ + ۱۸ + ۱۲$$

ہوگا کہ

$$۱۰۸ = ۹ \times ۱۲$$

طرفین مساوات کو ۹ پر تقسیم کرو تو  $۱۲ = \frac{۱۰۸}{۹}$

پس ۱۲ قیمت مساوات کی ہے اور اگر ۱۲ کو بجائے ۱۲ کے مساوات میں رکھیں تو صداقت مساوات

کی ثابت ہو جاوے گی اور اول طرف یہ ہوگی کہ  $\frac{۱۲}{۳} + \frac{۱۲}{۲} + \frac{۱۲}{۶}$

یعنی  $۴ + ۶ + ۲$  یعنی ۱۲ جو مطابق دوسری طرف کے ہے۔

(۱۶۱) اگر مساوات میں ایک طرف سے دوسری طرف کسی رقم کو علامت بدلا کر لجاؤ

تو مساوات میں کچھ فرق نہیں آتا مثلاً فرض کرو کہ  $۱ - ۲ = ۳$

طرفین مساوات پرآ زیادہ کرو

$$۱ - ۲ = ۳ + ۱$$

$$۱ - ۲ = ۳ + ۱$$

اب طرفین مساوات سے ب کو تفریق کرو تو

$$۱ - ۲ = ۳ + ۱ - ۱$$

اب دیکھ لو کہ اول طرف سے ۱ منتقل ہو کر دوسری طرف ۱ ہو گیا اور ب دوسری

طرف سے منتقل ہو کر اول طرف ۲ اس عمل کو عمل انتقال یا تقلیب یا

جبر و مقابلہ کہتے ہیں۔

(۱۶۲) اگر مساوات کی ہر رقم کی علامت تبدیل کجاوے تو مساوات میں کچھ فرق نہیں عائد ہوگا۔ یہ

موجب دفعہ ۱۶۱ کے تقلیب مساوات سے ظاہر ہے مثلاً  $۱ - ۲ = ۳$  موافق عمل انتقال کے

$$د - ب = ۱ - ۱$$

یعنی ۱ - ۱ = د - ب اور یہ وہ نتیجہ ہے جو اصل مساوات کی ہر رقم کی علامت بدلنے سے حاصل ہوتا ہے اس عمل کا نام تبدیل علامات ہے

(۱۶۳) اب ہم یہ لکھتے ہیں کہ مساوات درجہ اول ایک مقدار مجہول کی کسطح حل ہوتی ہے قاعدہ او سکا یہ ہے کہ مساوات میں کسور کو دور کر دو اور اگر ضرورت ہو تو تبدیل علامات کر کے مقدار مجہول کو ایک طرف لاؤ اور مقدار معلوم کو دوسری طرف لیجاؤ اور مقدار مجہول کی امثال کو جمع کر کے حاصل جمع پر طرفین مساوات کو تقسیم کرو تو قیمت مطلوبہ تکو حاصل ہو جائیگی

$$(۱۶۴) \text{ اب ہم چند مثالیں لکھتے ہیں مساوات } ۷ + ۲۵ = ۵ + ۳۵ \text{ لا کو حل کرو}$$

$$\text{یہاں کسر نہیں ہی موافق عمل انتقال کے } ۷ - ۵ = ۳۵ - ۲۵$$

$$\text{یعنی } ۲ = ۱۰$$

$$\text{۲ پر تقسیم کرو } ۱۰ \div ۲ = ۵$$

اب ہم اس قیمت کا صحیح ہونا اس طرح ثابت کر سکتے ہیں کہ بجای لا کے ۵ اصل مساوات میں رکھیں تو ہر ایک طرف مساوات کے برابر ۲۰ کے ہوگی

$$(۱۶۵) \text{ حل کرو } ۴(۳ - ۷) - ۲(۳ - ۷) = ۳(۴ - ۷) - ۰$$

ضرر میں لگا کر سطر سے مساوات کو لکھو کہ

$$۱۲ - ۸ - ۱۴ + ۶ = ۱۲ - ۲۱ - ۰$$

اب خطوط وحدانی ساقط کرو تو

$$۱۲ - ۸ - ۱۴ + ۶ + ۱۲ - ۲۱ = ۰ \text{ اب رقموں کو جمع کرو تو}$$

$$۰ = ۱۲ - ۱۴$$

$$۰ = ۱۴ - ۱۲ \text{ تقسیم کرو } ۲ \text{ پر تو}$$

$$۰ = \frac{۱۴}{۲} = ۷$$

طالب علموں کے لئے یہ عمدہ مشق ہے کہ وہ صحت حل کا امتحان کر لیا کریں مثلاً مثال گذشتہ میں  
۲ بجائے لا کے اصل مساوات میں رکھیں تو یہ حال ہوگا کہ ۱۰-۱۰-۶ یعنی صفر ہونا چاہیے

$$(۱۶۶) \text{ حل کرو لا } -۲ - (۳ - ۱۱۲) = \frac{۱+۱۱۳}{۲} \text{ اب خطوط وحدانی دور کرو تو}$$

$$\frac{۱+۱۱۳}{۲} = ۳ + ۱۱۲ - ۲ - لا$$

$$\frac{۱+۱۱۳}{۲} = لا - ۱ \quad \text{یعنی}$$

$$۱ + ۱۱۳ = لا - ۲ \quad \text{ضرب دو میں تو}$$

$$۱۱۳ + لا = ۱ - ۲ \quad \text{انتقال سے}$$

$$لا = ۱$$

$$\frac{۱}{۵} = لا \quad \text{سویلی لا}$$

$$(۱۶۷) \text{ حل کرو مساوات } \frac{۲+۱۱۵}{۲} - \frac{۴+۱۱۴}{۱۰} = \frac{۵}{۵} - \frac{۳}{۵} - \frac{لا}{۲} - \frac{۳}{۵} = ۲۸ \text{ وضاحتی اقل}$$

$$\text{کل فریب یوں لگا ۱۰ ہے پس ۱۰ میں ضرب دو تو } ۵(۲+۱۱۵) - (۴+۱۱۴) = ۲۸ \times ۲۰ - ۵(۱۱-۱) \text{ یعنی}$$

$$۵ + لا ۵ - ۵۶ = ۵ - لا ۴ - ۲۰ + لا ۲۵$$

$$۵ + ۲۰ - ۵ + ۵۶ = \quad \text{تقلیب سے} \quad لا ۵ + لا ۴ - لا ۲۵$$

$$۲۶ = \text{یعنی } لا ۲۳$$

$$۲ = \frac{۲۶}{۲۳} = لا \quad \text{سویلی لا}$$

مبتدی کو چاہئے کہ وہ کامل عمل کیا کرے جب طر حے اوپر کی مثال میں سمجھنے کیا ہی تاکہ غلطی کا

احتمال نہ رہے علامات میں غلطیاں اکثر مساوات کی کسر دور کر نہیں ہو جاتی ہیں اوپر کی

مساوات میں کسر  $\frac{۵+۱۱۴}{۱۰}$  کو ۱۰ میں ضرب دیکر مناسب گ کہ حاصل کو اول اس صورت

میں لکھیں -  $(۵+۱۱۴)$  اور بعد ازاں اس صورت میں  $- لا ۴ - ۲۰$  یہ بہتر ہے

کہ پہلی ضرب کی طرف خیال رکھیں پھر دوسری دفعہ فقط علامات کی طرف سطح ایک ایک

بات کو جدا جدا خیال کر نہیں غلطی کے واقع ہونیکا احتمال نہیں ہے

(۱۶۸) حل کرو  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x-14} - \frac{1}{x-15}$   $2x - 34 = 15 - 14$   $2x - 34 = 1$   $2x = 35$   $x = \frac{35}{2}$   $17\frac{1}{2}$   $\therefore$  مساوات کو اس صورت میں لکھا جائے گا  $\frac{2x-34}{2} = \frac{15-14}{x-14}$   $\therefore$  ضرب دیو تو

$$\begin{aligned} (2x-34)2 &= (15-14)(x-14) \text{ یعنی} \\ 4x-68 &= x-14 \text{ یا } 3x-54=0 \\ 3x &= 54 \text{ یا } x=18 \end{aligned}$$

اوسطی  $x = \frac{18+35}{2} = 26\frac{1}{2}$

(۱۶۹) حل کرو  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x-10} - \frac{1}{x-15}$   $5x-50 = 10-15$   $5x-50 = -5$   $5x = 45$   $x = 9$   $\therefore$  ضرب دو اعداد کے حاصل ضرب میں

تو  $(5x-50)5 = (10-15)(x-10)$   $25x-250 = -5x+50$   $30x = 300$   $x = 10$

تفتیش  $5 \times 9 - 50 = 45 - 50 = -5$   $10 - 15 = -5$   $\therefore$  مساوات میں بدل ڈالو

تو  $5 \times 9 - 50 = 45 - 50 = -5$   $10 - 15 = -5$   $\therefore$  مساوات میں بدل ڈالو

یعنی  $538 = 1412$

اوسطی  $x = \frac{1412}{538} = 26\frac{1}{2}$

## امثلہ نمبری ۱۹

(۱)  $5 + \frac{1}{x} = 50 + \frac{1}{x-14}$   $54 + \frac{1}{x} = 50 + \frac{1}{x-14}$   $4 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-14}$   $4(x-14) + 1 = 1$   $4x-56+1=1$   $4x=56$   $x=14$

(۲)  $12 - \frac{1}{x} = 29 - \frac{1}{x-14}$   $12 - \frac{1}{x} = 29 - \frac{1}{x-14}$   $-17 - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x-14}$   $17 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-14}$   $(17x+1)(x-14) = 1$   $17x^2-238x-1=0$   $x = \frac{238 \pm \sqrt{238^2+4}}{34}$   $x = \frac{238 \pm 238.008}{34}$   $x = 14.0002$

(۳)  $18 - \frac{1}{x} = 3 - \frac{1}{x-14}$   $18 - \frac{1}{x} = 3 - \frac{1}{x-14}$   $15 - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x-14}$   $15(x-14) - 1 = -1$   $15x-210-1=-1$   $15x=210$   $x=14$

(۴)  $9 = 63 + \frac{1}{x-14}$   $9 = 63 + \frac{1}{x-14}$   $-54 = \frac{1}{x-14}$   $-54(x-14) = 1$   $-54x+756=1$   $-54x=-755$   $x=13.98$

(۵)  $59 = 41 - \frac{1}{x-14}$   $59 = 41 - \frac{1}{x-14}$   $18 = -\frac{1}{x-14}$   $18(x-14) = -1$   $18x-252=-1$   $18x=251$   $x=13.94$

(۶)  $11 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-14}$   $11 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-14}$   $11x(x-14) = x-14$   $11x^2-154x = x-14$   $11x^2-155x+14=0$   $x = \frac{155 \pm \sqrt{155^2-4 \times 11 \times 14}}{22}$   $x = \frac{155 \pm 154.9}{22}$   $x = 14.0002$

(۷)  $4 + \frac{1}{x} = 22 + \frac{1}{x-14}$   $4 + \frac{1}{x} = 22 + \frac{1}{x-14}$   $-18 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-14}$   $18(x-14) - 1 = 1$   $18x-252=2$   $18x=254$   $x=14.11$

(۸)  $8 = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-14}$   $8 = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-14}$   $8(x-14) = 1 - x$   $8x-112 = 1 - x$   $9x = 113$   $x = 12.56$

(۹)  $2 + \frac{1}{x} = 5 + \frac{1}{x-14}$   $2 + \frac{1}{x} = 5 + \frac{1}{x-14}$   $-3 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-14}$   $3(x-14) - 1 = 1$   $3x-42=2$   $3x=44$   $x=14.67$

(۱۰)  $9 + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{x-14}$   $9 + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{x-14}$   $7 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-14}$   $7(x-14) + 1 = 1$   $7x-98=0$   $7x=98$   $x=14$

$$\frac{u}{x} - 2r = r - \frac{u}{y} \quad (20)$$

$$\frac{ur - 14y}{5} = \frac{ur}{y} \quad (22)$$

$$\frac{u4}{12} 4r - 1 - \frac{u5}{4} (23)$$

$$r - u = \frac{1+u}{2} + \frac{u}{y} \quad (24)$$

$$\frac{u5}{x} - 2r = \frac{ur}{y} - 54 \quad (19)$$

$$4 + \frac{ur}{5} = 12 + \frac{ur}{y} \quad (21)$$

$$1 - \frac{u9}{10} = 5 - \frac{u4}{x} \quad (23)$$

$$29 = \frac{u5 - 10}{4} + \frac{ur}{y} \quad (25)$$

$$u - 4 = (r - u)4 - (r - u)r \quad (26)$$

$$\frac{1}{4} + \frac{u}{y} - \frac{1}{5} - \frac{u}{5} = \frac{1}{r} + \frac{u}{y} - \frac{1}{r} - \frac{u}{y} \quad (28)$$

$$\frac{1}{y}r - \frac{ur}{y} = \frac{ur}{y} - \frac{u}{y} + 1 \quad (29)$$

$$r - u = \frac{1 - ur}{5} - \frac{1 + u}{y} \quad (31)$$

$$1 - \frac{u10}{12} = \frac{4 - ur}{y} - \frac{r + u10}{y} \quad (33)$$

$$1 = \frac{r - u}{y} + \frac{r - u}{y} - 1 - u \quad (35)$$

$$\frac{1 - ur}{4} - u + 1 = \frac{9 + ur}{y} \quad (36)$$

$$1 = \frac{r}{y} + \frac{r - u5}{y} - \frac{5 - ur}{y} \quad (39)$$

$$r = \frac{5 - u}{y} + \frac{r - u}{y} - \frac{1 - u}{y} \quad (41)$$

$$\frac{u5 - 1}{12} = \frac{4 + u5}{y} - \frac{5 + ur}{4} \quad (43)$$

$$9 = \frac{r + u}{4} - \frac{4 + ur}{y} + \frac{1 - u}{y} \quad (45)$$

$$\frac{1 - 14 - u5}{y} = \frac{r + ur}{y} + \frac{5 - ur}{4} \quad (47)$$

$$= \frac{ur}{5} - 10 + \frac{4 + ur}{y} - \frac{5 + ur}{4} \quad (49)$$

$$\frac{12 - u5}{y} - r = \frac{9 - ur}{5} + u \quad (32)$$

$$12 - ur = \frac{4 + ur}{y} - \frac{4 - u5}{y} \quad (34)$$

$$14 = \frac{5 + u}{y} + \frac{r + u}{y} + \frac{r + u}{y} \quad (37)$$

$$\frac{1 - ur}{14} = \frac{5 - ur}{y} - \frac{r - ur}{y} \quad (38)$$

$$\frac{1 - u}{4} + \frac{5 - u}{4} = \frac{r - u}{y} \quad (40)$$

$$r = \frac{r - u}{5} + \frac{u}{y} - \frac{u}{y} \quad (42)$$

$$\frac{1 - ur}{15} + r = \frac{r - u}{5} - \frac{r + u}{y} \quad (44)$$

$$\frac{r}{y} = \frac{r - u}{y} + \frac{r - u}{y} - \frac{1 - u}{y} \quad (46)$$

$$\frac{9 - ur}{y} = \frac{1 + u5}{4} - \frac{u}{y} \quad (48)$$

$$u5 - 2r = (r + u5)\frac{1}{y} + (r - ur)\frac{1}{2} \quad (50)$$

$$\frac{5}{4} 4 = \frac{u}{5} + \frac{u}{y} - \frac{u}{y} + \frac{u}{y} \quad (51)$$

$$\frac{r}{y} - \frac{r + u}{y} = \frac{r - u}{y} - \frac{u}{y} \quad (52)$$

$$\frac{u5 - r - r}{y} = \frac{u5}{y} + \frac{ur - 5}{y} \quad (53)$$

$$\begin{aligned}
 & (52-11) \frac{1}{11} - \frac{9}{11} = (112-24) \frac{1}{11} \quad (52) \\
 4 = & \left[ (115-2) - 114 - 17 \right] 3 - 11 \quad (55) \\
 & = \frac{13}{11} + \frac{115-2}{4} - \frac{112-1}{3} \quad (54) \\
 & \frac{1-112}{4} + 12 = 112 + \frac{1-11}{11} - \frac{1+11}{3} \quad (56) \\
 & -\frac{13}{11} + 11 = \frac{112-4}{11} + \frac{2}{11} 2 + \frac{4-112}{8} \quad (58) \\
 & \frac{4-119}{5} = \frac{5-119}{11} + \frac{1-115}{2} \quad (59) \\
 & \frac{1}{11} + \frac{5-112}{11} = \frac{2-11}{3} - \frac{3+11}{2} \quad (60) \\
 & \frac{11}{11} - (4+11) \frac{1}{11} = \frac{2}{11} 1 - 11 + (11-1) \frac{1}{4} \quad (61) \\
 & (3+11) \frac{11}{4} - \frac{114}{3} = \frac{11-13}{2} - \frac{1-112}{5} \quad (62) \\
 & \frac{12+114}{11} = \frac{12-114}{2} + \frac{1-112}{5} \quad (63) \\
 & \frac{4}{11} - 11 = \frac{114-2}{11} + \frac{2}{11} 2 + \frac{12-114}{8} \quad (64) \\
 0 = & \frac{3}{11} + \frac{11-5}{4} + \frac{11-2}{5} + \frac{11-2}{11} + \frac{11-2}{3} \quad (65) \\
 & (12-11) \frac{19}{4} + \frac{115}{2} = \frac{11-9}{3} - \frac{3-115}{2} \quad (66)
 \end{aligned}$$

## میسواں باب مساوات درجہ اول کا بیان

(۷۰) پہلے باب سے ذرا مشکل مثالیں اب ہم لکھینگے طالب علم کو یہ بات معلوم ہو جائیگی کہ بعض اوقات مساوات کو حل کرنے میں آسانی اس طرح ہو جاتی ہے کہ کل کسروں کو ایک ہی دفعہ دور نہ کریں بلکہ ایک دفعہ کچھ کسریں دور کرنا احتضار کریں اور بعد اختصار کے پہر باقی کسریں دور کریں مثالوں سے یہ بات خوب عیاں ہوگی

$$(141) \quad \text{مساوات} \quad \frac{3+112}{11} + \frac{1}{11} 5 = \frac{3+112}{11} + \frac{11-112}{3} - \frac{4+11}{11} \quad \text{کو حل کرو}$$

آسانی کے لئے ۱۲ میں ضرب دو

$$۱۲ \frac{(۴+۱۱)}{۱۱} - (۱۸-۱۱)۲ + (۳+۱۱)۳ = ۱۲ \times \frac{۱۴}{۱۱} + ۱۱ + ۱۲$$

$$۱۲ \frac{(۴+۱۱)}{۱۱} - (۱۸-۱۱)۲ + (۳+۱۱)۳ = ۱۲ + ۱۱ + ۱۲$$

تقلیب اور اختصار ساوات سے حاصل ہوگا کہ

$$۱۲ \frac{(۴+۱۱)}{۱۱} = ۱۳ - ۱۱$$

$$\text{ضرب ۱۱ میں دو تو } ۱۲ (۴+۱۱) = (۱۳-۱۱)۱۱$$

$$۱۲۳ - ۱۱۵ = ۷۲ + ۱۱$$

$$\text{تقلیب سے } ۱۲۳ + ۷۲ = ۱۱۵ - ۱۲$$

$$\text{یعنی } ۱۲۳ = ۲۱۵$$

$$\text{اس واسطے } ۵ = \frac{۲۱۵}{۱۲۳}$$

$$(۱۷۲) \text{ حل کرو } \frac{۱۸-۵۲۰}{۳} - \frac{۵۴}{۱۲} = \frac{۱۵-۱۱}{۲۲} + ۱۱ + \frac{۱۳-۱۱}{۱۲-۱۵}$$

اب یہاں آسانی کے لئے ۲۲ میں ضرب دو نویہ حاصل ہوگا کہ

$$(۱۷۲) \frac{(۱۲-۱۱)}{۱۲-۱۵} + ۱۱ + ۱۱ = ۱۵ - ۱۱ + ۱۱ + \frac{۴۴}{۱۲} \times ۲۲ = ۱۸ - \frac{(۱۷۵)}{۱۲}$$

$$\text{یعنی } ۱۲۲ \frac{(۱۲-۱۱)}{۱۲-۱۵} + ۱۱ + ۱۱ = ۱۵ - ۱۱ + ۱۱ + ۳۲۰ - ۱۵$$

$$\text{اور تقلیب اختصار سے } ۱۲ = \frac{۳۲۰-۱۱۲۲}{۱۲-۱۵}$$

$$\text{ضرب دو ۱۵-۱۲ میں تو } ۱۲۲ (۱۲-۱۱) = ۳۲۰ - ۱۸$$

$$\text{اس واسطے } ۱۲۲ + ۱۸ = ۳۲۰ + ۱۵$$

$$\text{یعنی } ۱۵۲ = ۳۸۰$$

$$\text{اس واسطے } ۱۲ = \frac{۳۸۰}{۱۵۲} = \frac{۴۴}{۱۵۲}$$

$$(۱۷۳) \text{ حل کرو } \frac{۳+۱۱}{۹+۱۱} = \frac{۵-۱۱}{۲-۱۱}$$

$$(۱۷۳) \text{ میں ضرب دو } (۹+۱۱)(۵-۱۱)$$

$$(۹+۷)(۵-۷) = (۳+۷)(۷-۷)$$

تو

$$۷۱+۷-۷۵ = ۷۱-۷۵$$

یعنی لآ کو دونوں طرف مساوات سے تفریق کرو

$$۷۱-۷۵ = ۷۱-۷۵$$

$$۷۱-۷۵ = ۷۱-۷۵$$

$$۷۱ = ۷۱$$

$$۷۱ = ۷۱$$

اس مساوات میں دو طرف مساوات میں لآ آیا اسکو اور اسکو طرفین سے قطع کر دیا

تو مساوات درجہ اول بن گئی

$$\frac{۷۱+۷}{۱+۷} + \frac{۵+۷}{۷+۷} = \frac{۳+۷}{۱+۷} \quad (۱۷)$$

اب یہاں آسانی کے لئے مساوات کو ۷+۷ یعنی ۱۴ (۱+۷) میں ضرب دے

$$\frac{۷۱(۱+۷)}{۱+۷} + \frac{۵(۱+۷)}{۷+۷} = \frac{۳(۱+۷)}{۱+۷}$$

$$\frac{۷۱(۱+۷)}{۱+۷} = ۵-۷-۱۴+۷۱$$

$$\frac{۷۱(۱+۷)}{۱+۷} = ۷+۷$$

ضرب دو ۷+۷ میں

$$۷۱(۱+۷) = (۱+۷)(۷+۷)$$

$$۷۱+۷۱ = ۷+۷+۷+۷$$

طرفین سے ۷۱ لآ کو ساقط کرو

$$۷۱-۷۱ = ۷-۷-۷-۷$$

$$(۱۷) \text{ حل کرو } \frac{۷-۷}{۷-۷} - \frac{۷-۷}{۷-۷} = \frac{۷-۷}{۷-۷} - \frac{۷-۷}{۷-۷}$$

$$\frac{(۷+۷)(۷-۷)}{(۷-۷)(۷-۷)} = \frac{(۷-۷)(۷-۷)}{(۷-۷)(۷-۷)} = \frac{۷-۷}{۷-۷} - \frac{۷-۷}{۷-۷}$$

$$\frac{۷(۷-۷)}{(۷-۷)(۷-۷)}$$

$$\frac{(۷+۷)(۷-۷)}{(۷-۷)(۷-۷)} = \frac{(۷-۷)(۷-۷)}{(۷-۷)(۷-۷)} = \frac{۷-۷}{۷-۷} - \frac{۷-۷}{۷-۷}$$

$$\frac{۷(۷-۷)}{(۷-۷)(۷-۷)}$$



پس مساوات مفروضہ یہ ہوگی

$$\frac{(4-لا)}{(5-لا)} = \frac{(۳-لا)}{(۲-لا)}$$

تبدیل علامات

$$\frac{(4-لا)}{(5-لا)} = \frac{(۳-لا)}{(۲-لا)}$$

کسو کو دور کنیسی (۵-لا) = (۴-لا) = (۳-لا)

یعنی لا - ۱۱ = ۳۰ + لا - ۵

اسوٹے ۳۰ - ۴ = لا - ۵ + لا - ۵

پس - ۷۶ = ۲۴

اسوٹے لا ۴ = ۲۴ اور لا = ۶

(۱۷۶) حل کرو  $\frac{۴}{۵} + لا = \frac{۵}{۴} + لا = \frac{۲۵}{۴}$

یہاں اعداد کے اوپر نقطہ علامت عشریہ ہے صحت کے لئے کسو عشریہ کو کسو عا میں تحویل کر کے لکھو تو یہ صحت حاصل ہوگی کہ

$$\frac{۵}{۱۰} + \frac{۴}{۱۰} = \frac{(۲۵-۵)}{۱۰} = \frac{۲۰}{۱۰} \times \frac{۴}{۴} = \frac{۱۶}{۴} - \frac{(۲۵-۵)}{۴}$$

مختصر کرو تو  $\frac{۵}{۴} + \frac{۴}{۴} = \frac{(۲۵-۵)}{۴} = ۴ - \frac{(۲۵-۵)}{۴}$

یعنی  $\frac{۵}{۴} + \frac{۴}{۴} - ۴ = \frac{۵}{۴} - \frac{۲۵}{۴}$

۱۲ میں ضرب بنیسی ۴ + لا - ۱۵ = ۱۵ - ۷۶ = ۷۶ - ۱۵ = ۶۱

تقلیبے ۶۵ = ۱۵ + ۸ + ۷۶ = ۱۵۹

اسوٹے لا =  $\frac{۶۵}{۱۹} = ۵$

(۱۷۷) ایسی مساواتیں ہی ہوتی ہیں کہ ان میں مقادیر معلومہ کو حروف تعبیر کرتے ہیں اور مقادیر مجهول ان میں ہی لاسے تعبیر ہوتی ہے اور مقادیر معلومہ اور حروف سے تعبیر ہوتی

ہیں اب ہم تین مساواتیں اس قسم کی حل کرتے ہیں

(۱۷۸) حل کرو  $\frac{۴}{۵} + \frac{۴}{۵} = ح$

اب میں ضرب دو تو ب لا + لا = لا = اب ح

یعنی (ب + ب) لا = اب ح

تقسیم ب پر کرو تو لا =  $\frac{اب ح}{ب + ب}$

$$(۱۷۹) \text{ حل کرو } (۱+۱) (۱+۱) = (۱+۱) (۱+۱) + (۱+۱) (۱+۱) + (۱+۱) (۱+۱)$$

$$\text{یہاں } ۱+۱ = ۲ \text{ اور } ۱+۱ = ۲ \text{ اور } ۱+۱ = ۲ \text{ اور } ۱+۱ = ۲ \text{ اور } ۱+۱ = ۲$$

$$\text{اسو } ۱+۱ = ۲ \text{ اور } ۱+۱ = ۲ \text{ اور } ۱+۱ = ۲$$

$$\text{یعنی } (۱+۱) (۱+۱) = (۱+۱) (۱+۱) = (۱+۱) (۱+۱)$$

$$\text{تقسیم کرو } ۱+۱ = ۲ \text{ اور } ۱+۱ = ۲$$

$$(۱۸۰) \text{ حل کرو } \frac{۱-۱}{۱-۱} = \frac{۱-۱}{۱-۱} \text{ کسور کو دور کر دو تو}$$

$$(۱-۱) (۱-۱) = (۱-۱) (۱-۱)$$

$$\text{یعنی } (۱-۱) (۱-۱) = (۱-۱) (۱-۱) = (۱-۱) (۱-۱)$$

$$\text{اسو } ۱-۱ = ۰ \text{ اور } ۱-۱ = ۰ \text{ اور } ۱-۱ = ۰ \text{ اور } ۱-۱ = ۰$$

$$\text{اسو } ۱-۱ = ۰ \text{ اور } ۱-۱ = ۰ \text{ اور } ۱-۱ = ۰$$

(۱۸۱) مساوات ذیل کو صحیح سمجھو اس باب سے تعلق نہیں کہتی مگر اس کو یہاں اس سبب لکھتے ہیں کہ اس کو حل ہونے میں کوئی وقت نہیں ہے اور وہ ایک نمونہ اس قسم کی مساواتوں کو حل کرنے کے لئے اوسط قیاس کر کے اور اوسط حکم مساواتیں حل کر سکتے ہیں فقط اس کو مساوات درجہ اول سے اہمیت میں بہت مشابہت ہے کہ قیمت مقدار مجہول کی ایک ہی ہوتی ہے

$$\text{حل کرو } ۸ = ۱۴ - ۲۸ + ۱۴$$

$$\text{انتقال سے } ۲۸ - ۸ = ۱۴ - ۱۴$$

$$\text{طرفین مساوات کے مجزہ در کر نیسے } ۱۴ - ۲۸ = ۱۴ - ۱۴$$

$$\text{اسو اوسط } ۱۴ - ۲۸ = ۱۴ - ۱۴$$

$$\text{انتقال سے } ۱۴ = ۱۴ + ۲۸ = ۴۲$$

$$\text{اسو } ۵ = ۵$$

$$\text{اسو } ۲۵ = ۲۵$$

## امثال نمبری ۲۰

$$\frac{۳۵}{۳۵-۷} = \frac{۳۲}{۲-۷} \quad (۲) \quad \frac{۲۹}{۲۳} = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱۲}{۲۳} \quad (۱)$$

$$\frac{۵۷}{۵-۷۳} = \frac{۲۵}{۳+۷۲} \quad (۳) \quad \frac{۲۱۹}{۹-۷۵} = \frac{۱۲۱}{۳-۷۳} \quad (۴)$$

$$۱+۷ = \frac{۷}{۹} - \frac{۳-۷}{۳} + \frac{۵-۷۲}{۳} - \frac{۱-۷۳}{۳} \quad (۵)$$

$$\frac{۷-۱۰}{۹} = \frac{۷-۳}{۳} + \frac{۱۰-۷۲}{۳} + \frac{۳-۷}{۳} + \frac{۱-۷۳}{۳} \quad (۶)$$

$$\frac{۱}{۹} ۳ = \left(\frac{۱}{۲} - \frac{۷}{۵}\right) \frac{۷}{۹} + \left(\frac{۱}{۳} - \frac{۷}{۵}\right) \frac{۵}{۹} \quad (۷)$$

$$\frac{۱-۷۲}{۳} - ۷ = \frac{۱}{۳} + \frac{۲-۷}{۳} \quad (۸) \quad \frac{۱-۷۳}{۵} - ۹ = \frac{۱-۷۵}{۳} + ۷ \quad (۹)$$

$$\frac{۲۱-۷۷}{۲۴-۷۷} = \frac{۱-۷}{۲-۷} \quad (۱۰) \quad ۲ = \frac{۳+۷}{۲+۷} - ۱+۷ \quad (۱۱)$$

$$\frac{۱}{۱۳} + \frac{۱+۷۳}{۲} = \frac{۷}{۲} + \frac{۷۳}{۲} - \frac{۷}{۲} \quad (۱۲) \quad \frac{۲۹-۷۷}{۳-۷} = \frac{۳-۷۷}{۱-۷} \quad (۱۳)$$

$$\frac{۵-۷۲}{۲-۷۳} = \frac{۹-۷۲}{۱-۷۳} \quad (۱۴)$$

$$۸ + (۳-۷) ۷ = (۱+۷)(۷-۳) - ۳-۷ \quad (۱۵)$$

$$(۷۲-۵)(۳-۷) = (۲+۷)(۱-۷) ۲-۷-۳ \quad (۱۶)$$

$$(۳+۷) = (۱+۷)(۷+۷)(۱۱) ۷ ۷ = \frac{۷-۲}{۹} + ۱ - \frac{۷۹}{۳} + ۷ \quad (۱۷)$$

$$(۷-۵۷) \frac{۱}{۵} - ۱۵ = (۳۰-۷۳) \frac{۱}{۱۱} - (۱۰-۷۲) \frac{۱}{۳} \quad (۱۸)$$

$$\frac{۷}{۱} - \frac{۷-۹}{۲} = \frac{۷۲-۱۵}{۳۰} + \frac{۵-۷}{۳۲} - \frac{۱-۷}{۳} \quad (۱۹) \quad ۱ = \frac{۳۱+۷۲}{۱۲+۷} - \frac{۱+۷۹}{۱+۷۲} \quad (۲۰)$$

$$(۱-۷) = (۲-۷) ۷ + \frac{۱+۷}{۲} \quad (۲۱) \quad ۷ = \frac{۱۰-۷۳}{۳-۷} + \frac{۱۷+۷۳}{۳+۷} \quad (۲۲)$$

$$۳-۷ ۲-۷ = (۲-۷)(۱-۷) + \frac{۳-۷}{۳۰} \quad (۲۳)$$

$$\frac{(۹-۷۳)(۲-۷۷)}{۳۵} = \frac{۱-۷۲-۷۳}{۵} \quad (۲۴)$$

$$\frac{۲}{۱۵} - ۷ = \frac{(۳-۷۲)(۲-۷۳)}{۹} + (۳-۷۳) \frac{۲}{۵} - \frac{۱+۷}{۳} \quad (۲۵)$$

$$\frac{۷}{۲+۷۳} = \frac{۱}{۲-۷} + \frac{۲-۷}{۳-۷۲} \quad (۲۶) \quad \frac{۱}{۹} = \frac{۲-۷۳}{۲-۷۳} - \frac{۱-۷۳}{۱-۷۲} \quad (۲۷)$$

$$\frac{۱-۷}{۹-۷} - \frac{۷-۷}{۸-۷} = \frac{۵-۷}{۹-۷} - \frac{۳-۷}{۵-۷} \quad (۲۸)$$

$$\frac{2-11}{4-11} + \frac{1+11}{1-11} = \frac{9-11}{2-11} + \frac{11}{7-11} \quad (30)$$

$$\frac{1-11}{11+11} \frac{2}{4-11} - 1 = \frac{5-11}{2-11} - \frac{11}{11-11} \quad (31)$$

$$1 = \frac{11+1}{11-1} - \frac{11+2}{11-2} - \frac{11+3}{11-3} \quad (32)$$

$$3 + \frac{1+11}{4} - \frac{2-11}{7} - \frac{4+11}{11} + \frac{5-11}{2} \quad (33)$$

$$(1+11)(2-11)^3 + (3-11)(2-11)(1-11) = (3+11)(2+11)(1+11) \quad (34)$$

$$(10-11)(4-11)(2-11)(2-11) = (1-11)(5-11)(4-11)(9-11) \quad (35)$$

$$(5-11)(4-11) = (1-11)(3-11) \quad (36)$$

$$1-11 + 11 + 11 = 2-11 \quad (37) \quad \frac{1+11}{1+11} + \frac{1+11}{1-11} \quad (38)$$

$$\frac{11-11}{4} - \frac{2}{7} = \frac{5-11}{11} + 11 \quad (39) \quad 11 + 11 + 11 = 11-11 + 11 \quad (40)$$

$$11 = \frac{11-11}{7} + \frac{11-11}{7} + \frac{11-11}{7} \quad (41)$$

$$\frac{2}{7} - \frac{11}{7} = \frac{11-11}{7} - \frac{11-11}{7} \quad (42)$$

$$(11-11)(11-11) = 11(11-11) + (11-11)(11-11) \quad (43)$$

$$(11-11)(11-11)(11-11) = (11-11)(11-11)(11-11) \quad (44)$$

$$(11-11)(11-11) = (11-11)(11-11) \quad (45)$$

$$\frac{11+11}{11+11} = \frac{11-11}{11+11} + \frac{11}{11+11} \quad (46) \quad \frac{11-11}{11-11} = \frac{11}{11-11} - \frac{11}{11-11} \quad (47)$$

$$\frac{11-11}{11-11} = \frac{11}{11-11} - \frac{11}{11-11} \quad (48)$$

$$\frac{11}{11-11} - \frac{11}{11-11} = \frac{11}{11+11} - \frac{11}{11-11} \quad (49)$$

$$\frac{11-11}{11-11} = \frac{11}{11-11} - \frac{11}{11-11} \quad (50)$$

$$= (11-11)(11-11) - (11-11)(11-11) \quad (51)$$

$$\frac{11}{11-11} = \frac{11+11}{11+11} - \frac{11-11}{11-11} \quad (52)$$

$$(11-11)(11-11) = (11-11)(11-11) \quad (53)$$

$$(۵۵) \frac{1}{1-\frac{1}{b}} - \frac{1}{1-\frac{1}{a}} = \frac{1}{1-\frac{1}{b}} - \frac{1}{1-\frac{1}{a}}$$

$$(۵۶) (۱+۱)(۲+۱+۱) = (۲+۱+۱)(۱+۱) = (۲+۱+۱)(۱+۱)$$

$$(۵۷) (۱+۱)(۲+۱+۱) = (۲+۱+۱)(۱+۱) = (۲+۱+۱)(۱+۱)$$

$$(۵۸) (۱+۱)(۲+۱+۱) = (۲+۱+۱)(۱+۱) = (۲+۱+۱)(۱+۱)$$

$$(۵۹) \sqrt{12} = \sqrt{12-1} + \sqrt{12+1} \quad (۶۰) \quad \sqrt{12} = \sqrt{12-1} + \sqrt{12+1}$$

$$(۶۱) \sqrt{10} = \sqrt{9-1} + \sqrt{9+1} \quad (۶۲) \quad \sqrt{10} = \sqrt{9-1} + \sqrt{9+1}$$

$$(۶۳) \sqrt{12} = \sqrt{12-1} + \sqrt{12+1} \quad (۶۴) \quad \sqrt{12} = \sqrt{12-1} + \sqrt{12+1}$$

## اکیوان باب سوالات مین

(۱۸۴) اوپر کے دو بابوں میں جو مذکور ہو او سکون بعض سوالات کی حل کرنیکی اندر کام مین تہا ہرین طالب علم کو فواید جبر پر بطور شتی بنوا ز خود اس دیکھائی تہی مین ان سوالات مین خاص ترین معلوم ہوتی مین او ایک مقدار جو ان مقداروں سے تعلق و ارتباط خاص کہتی ہی در یافت کرنی ہوتی ہی اور یہ مقدار جو در یافت کرنی ہوتی ہی او سے مقدار مجہول کہتی مین اور یہ تعلقات جو ان مقدار معلوم او مجہول مین ہوتی مین وہ روزمرہ کی بول چال مین ال کی اندر بیان کئی جاتی مین عام ترکیب سوالات کی حل کرنیکی سطح سے ہی کہ مقدار مجہول کو حرف لاسی تعبیر کرو اور جو اس مقدار مجہول کو متغایر معلومہ سے ارتباط ہون او کو جبر مقابلہ کی زبان مین بیان کرو اس ترکیب سے ایک مساوات پیدا ہوگی اور او سے قیمت مقدار مجہول کی دریافت ہو جائیگی جبر مقابلہ کی زبان سے ہمارا مطلب یہ ہے کہ او میں بیان کو رموز یعنی علامات جبر یہ مین اس طرح بیان کرو کہ وہ تعلقات جو روزمرہ کی بول چال مین بیان کی گئی مین وہ اون رموز سے مفہوم ہون

(۱۸۵) وہ کونسی دو عدد مین کہ جنکا حاصل جمع ۸۵ ہی ہو حاصل تفریق ۷۷ ہے

فرض کرو کہ لاچوٹے عدد کو تعبیر کرتا ہے چونکہ حاصل تفریق اعداد کا ۷۷ مانا

تو دوسرا عدد لا + ۷۷ ہوگا اور مجموعہ اعداد کا ۸۵ ہے

تو بکویہ مساوات حاصل ہوگی کہ  $۸۵ = ۲۷ + ۵۸$

یعنی  $۸۵ = ۲۷ + ۵۸$

اسو  $۸۵ = ۲۷ - ۵۸ = ۵۸$

اسو  $۲۹ = \frac{۵۸}{۲} = ۲۹$

پس چوتھا عدد ۲۹ ہے تو بڑا عدد ۲۷ + ۲۹ یعنی ۵۶ ہے

(۱۸۴) زید اور بکر اور عمر میں تین روپیہ دو آنہ سطح تقسیم کرو کہ بکر کو زید سے ۵

زیادہ ملین اور عمر کو اتنا ملے جتنا کہ دونوں زید اور بکر کو ملا ہے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اون آنون کو جو زید کے حصہ میں آوین تو لا + ۵ آنون کو

تعبیر کریگا جو بکر کے حصہ میں آینگے اور لا + ۵ تعبیر کریگا آنون کو جو عمر کے حصہ میں

آینگے اور تمام آنون کا مجموعہ ۵۰ آنہ ہے

تو لا + لا + ۵ + ۵ + لا = ۵۰

یعنی  $۵۰ = ۱۰ + لا$

اور  $۷۰ = ۱۰ - ۵۰ = لا$

اسو  $۱۰ = \frac{۷۰}{۷} = لا$

پس زید کو حصہ ۱۰ ارہین اور بکر کے حصہ ۱۵ اور عمر کے حصہ ۲۵ یعنی ۴۰

(۱۸۵) زید و بکر و عمر میں کچھ پیسہ تقسیم ہوا سطح سہ کہ زید و بکر نے ملکر ۱۲ روپیہ ۱۲ پائی اور زید و عمر نے

ملکر ۱۲ روپیہ ۱۲ اور بکر و عمر نے ملکر ۱۲ روپیہ ۱۲ تو بتلاؤ ہر ایک کے حصہ میں کیا کیا آیا - فرض کرو کہ لا

اوس میں کہ تعبیر کرتا ہے جو زید نے پایا تو  $\frac{۳}{۴}$  روپیہ - لا وہ روپیہ ہی کہ جو بکر نے پایا ہی ہو سطح کہ زید

و بکر نے ملکر  $\frac{۳}{۴}$  روپیہ پائی میں اور  $\frac{۳}{۴}$  - لا وہ روپیہ ہو گا جو عمر نے پایا ہی ہو سطح کہ عمر و زید

ملکر  $\frac{۳}{۴}$  روپیہ پائی میں اور بکر و عمر نے ملکر  $\frac{۳}{۴}$  روپیہ پائی میں

تو  $\frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۴} - لا + لا = \frac{۳}{۴}$

یعنی  $\frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۴} - لا$

اسو  $لا = \frac{۳}{۴} - \frac{۳}{۴} = ۱۱$

اس واسطے لا =  $\frac{۲۲}{۱۰}$  = ۲ روپیہ کے

پس زید کو  $\frac{۲۲}{۱۰}$  اور بکر کو  $\frac{۲۲}{۱۰}$  اور عمر کو  $\frac{۲۲}{۱۰}$  ملے

(۱۸۶) ایک پنساری کے پاس کچھ مرچیں ۲ سیر کی اور کچھ ۰.۳ سیر کی تھیں تو بتاؤ ہر ایک

قسم کی مرچوں میں سے کس کس قدر ملائی کہ ڈھائی من مرچیں ۰.۲ سیر کی بنجاوین

فرض کرو کہ لاپہلی قسم کی مرچوں کی سیروں کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۰۰ - لا دوسری قسم کی

مرچوں کی سیروں کو تعبیر کرتا ہے اور لا سیر کے قیمت ۲ لا آنہ ہو گے

اور ۱۰۰ - لا کی قیمت ۱۰۰ - لا آنہ ہوگی اور کل قیمت  $\frac{۲۲}{۱۰} \times ۱۰۰$  آنہ ہوگی

اس واسطے  $\frac{۲۲}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۲۲۰$  لا (۱۰۰ - لا) ضرب دو ۲۲ میں

تو  $۵۰۰ = ۲۲۰ + لا - ۲۲۰$  لا

اس واسطے لا - ۲۲۰ = ۵۰۰ - ۲۲۰

یعنی ۳ لا = ۲۰۰

اس واسطے لا =  $\frac{۲۰۰}{۳}$  = ۶۶ سیر

پس ۶۶ سیر اول قسم کی مرچیں اور ۳۳ سیر دوسری قسم کی مرچیں ملائی جائیں

(۱۸۷) ایک خط ۲ فیٹ ۴ انچ لمبا ہے اس کو سطح سے تقسیم کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصہ کی

تین چوتھائی ہو

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے انچوں کو جو بڑے حصہ میں ہوں تو  $\frac{۲۲}{۱۰}$  لا تعبیر انچوں کو کرتا

جو دوسرے حصہ میں ہوں اور تعداد انچوں کی کل خط میں ۲۸ ہے

تو  $۲۸ = لا + \frac{۲۲}{۱۰} لا$

اس واسطے  $۱۱۲ = لا + ۲۲ لا$

یعنی لا = ۱۱۲

اس واسطے لا = ۱۶

تو ایک حصہ ۱۶ انچ اور دوسرا ۱۲ انچ ہوگا

(۱۸۸) ایک شخص کے پاس ایک ہزار روپیہ تھی اور میں نے کچھ روپیہ تو ۴ روپیہ سبکدہ سود پر دے

اور باقی روپیہ ۵ روپیہ سیکڑہ پر اوکل آمدنی سود کی ۴۴ روپیہ ہے تو تباؤ کس قدر روپیہ  
 ۴ روپیہ سیکڑہ پر دیا گیا اور کس قدر پانچ روپیہ پر  
 فرض کرو کہ لا وہ روپیہ ہے جو چار روپیہ سیکڑہ سود پر دیا گیا ہے  
 تو ۱۰۰۰ - لا وہ روپیہ ہوگا جو پانچ روپیہ سیکڑہ پر روپیہ دیا گیا ہے تو سود جو پہلے روپیہ سے حاصل ہوگا  
 وہ ۱۱۱۱ اور جو دوسرے سے وہ ۵ (۱۰۰۰ - لا) ہوگا اس واسطی  

$$\frac{۵ (۱۰۰۰ - لا)}{۱۱۱۱} + \frac{۱۱۱۱}{۱۱۱۱} = ۴۴$$

اس واسطی ۴۴۰۰ = ۱۱۱۱ + ۵ (۱۰۰ - لا)

یعنی ۴۴۰۰ = ۱۱۱۱ + ۵۰۰ - ۵ لا

اس واسطی لا = ۴۴۰۰ - ۵۰۰ = ۳۹۰۰

پس چہ سو روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر دے تھے

(۱۸۹) ان سوالوں کے دیکھنے سے طالب علم کو معلوم ہوگا کہ حفظ دشواری سوالات کی حل کرنا  
 یہی ہے کہ سوال کی عبارت کو رمز جبریہ یعنی جبر مقابلہ کی علامتوں میں ٹھیک ٹھیک بیان کریں  
 اس دشواری سے طالب علم کو ہمت ہارنی نہ چاہیے توڑی مشق اس مشکل کو ہان کر دی جائے  
 قابل لکھنے کر ہے مبتدیوں کو اس پر خوب متوجہ ہونا چاہئے کہ جب کو مقدار مجہول کہتے ہیں وہ حقیقت  
 ایک عدد مجہول ہے مساوات بنا نہیں اس پر خوب لحاظ رکھنا چاہئے کہ وہ کیا ہر سوال میں  
 ہمنے لکھا ہے کہ لا تعبیر کرتا ہوں آنچوخی تعداد کو جو زید کے حصہ میں آئے مگر مبتدی اکثر  
 لکھینگے کہ لا = زید کے حصہ کے اب اسی بہ نہیں معلوم ہوتا کہ زید کے حصہ میں روپیہ ہیں  
 آئے ہیں پیسے ہیں غرض ایسی قیدوں کے نہ لگانے سے غلطیاں ہو جاتی ہیں اور سوال ختم  
 ہونے فرض کیا کہ لا تعبیر کرتا ہے اوں آنچوخی تعداد جو بڑے حصہ میں ہوں مبتدی اکثر یہ کہتے ہیں  
 کہ فرض کرو لا = بڑے حصہ کے یا لا = ایک حصہ کے اس طرح مبتدیوں کے لکھنے سے غلطیاں  
 واقع ہو جاتی ہیں





- (۵) حاصلتقریب دو عدد دون کا ۴۷ ہے اور حاصلجمع ۴۸ ہے اونحو دریافت کرو
- (۶) زید کی عمر بکری سے دو چند ہے اور سات برس پہلے ان دونوں کی عمریں ملکر برابر تھیں زید کی عمر کی جو اسکی ابھی
- (۷) اوس عدد کو بتاؤ کہ جسپر ۵۶ زیادہ کریں تو سہ چند ہو جائے
- (۸) ایک لڑکا نومبر کے مہینہ میں پیدا ہوا اور دسویں دسمبر کو اسکی عمر اتنے دنوں کی تھی جتنی تاریخین نومبر کی اسکی روز ولادت سے پہلے گزر چکی تھیں تو بتاؤ کس تاریخ ماہ نومبر کی لڑکا پیدا ہوا تھا
- (۹) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اسکے دو چند پر ۲۴ زیادہ کریں تو وہ انہی سہ ہفتہ بڑا ہو جقدر وہ خود عدد ۱۰۰ سے چھوٹا ہے
- (۱۰) ایک پھلی ہے جسکا سرو اچھہ لٹا ہے اور دم اسکی ہفتہ لٹنی ہے جقدر کہ سرو نصف پشت اور پشت اسکی ہفتہ لٹنی ہے جقدر کہ دم اور سرو نو نو ملکر تو بتاؤ کہ دم اور پشت کا طول کیا ہے
- (۱۱) ۸۴ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ سہ چند ایک حصہ کا برابر دوسرے حصہ کو چار چند ہو
- (۱۲) زید و بکر و عمر نے ملکر ۷۷ روپیہ کا چندہ کیا بکر نے زید کے برابر روپیہ دیا اور دس روپیہ اور زیادہ اور عمر نے ہفتہ روپیہ دیا جقدر کہ زید اور بکر نے تو بتلاؤ ہر ایک نے کیا دیا
- (۱۳) ۶۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا سا تو ان حصہ برابر دوسرے حصہ کے آٹھویں حصہ ہو
- (۱۴) دو برابر بھر ہوئے پیہ شرب کی تھے جب ایک میں ۳۴ بوتلیں اور دوسرے میں سے ۸۰ بوتلیں نکال لین تو ایک پیہ کی شراب دوسرے پیہ کی شراب سے چند ہو گئی تو بتاؤ جب وہ پیہ بھرے ہوئے تھے تو کس قدر شراب تھی
- (۱۵) ۷۵ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ بڑے حصہ کا سہ چند چھوٹے حصہ کے ست گئے

بھدرہ کے زیادہ ہو

(۱۶) ایک شخص نے ۲۰ آنہ ۲۰ آدمیوں میں تقسیم کی طرح سے کہ بعض کو تو آدہ آنہ دیا اور باقی کو ۸ پائی تو بتاؤ کتنے کو آدہ آنہ دیا

(۱۷) ۲۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا سہ چہند اور دوسرے حصہ کا چہکنا

ملکر برابر ۸۴ کے ہوں

(۱۸) ایک کتاب کے حصے علیحدہ علیحدہ خریدے گئے تو وہ ۷۸ ۸ پائی کو آئے لیکر

اگر قیمت ہر حصہ کی ۱۳ پائی زیادہ ہوتی تو اس کی قیمت ۷۸ ۳ پائی ہو جاتے

تو بتاؤ کس قدر اس کے حصہ ہیں

(۱۹) ۲۵ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کو ۲ پر تقسیم کریں اور دوسرے کو

۲ میں ضرب دیں تو نتیجہ ایک ہی ہو

(۲۰) باپ اپنی لڑکے سے سہ چہند عمر کا ہے اور چار برہن ہلے باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے چوہن

تھی تو بتاؤ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۲۱) ۸۸ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ چوتھائی ایک حصہ کی دوسرے حصہ کے اٹھویں

حصہ سے بھدرہ کے زیادہ ہو

(۲۲) فقیروں کی جماعت سی ایک شخص ملا اور ہر ایک فقیر کو ۷ پائی اوسنے دین تو وہ اپائی

اوس پاس باقی رہیں اگر اوس پاس ایک آنہ اور ہوتا تو وہ ہر ایک فقیر کو چہہ پائی

دے سکتا تو بتاؤ کس قدر فقیر ہیں

(۲۳) ۱۰۰ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کی تہائی دوسرے حصہ کی چوتھائی

سے کم کیجائے تو باقی رہیں

(۲۴) زید اور بکر جو کہیلنے بیٹھے تو زید پاس ۷۲ روپیہ تھی اور بکر پاس ۵۲ روپیہ لیکن

کچھ بازیوں کی حاجت کو بعد زید پاس سہ چہند روپیہ بکے ہو گئے تو بتاؤ کہ زید نے

کس قدر روپیہ جیتا

(۲۵) ۶۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ بڑے حصہ اور ۶۴ کا حاصل فرق برابر ہو دو چند حاصلت فرق چھوٹے حصہ اور ۳۸ کے

(۳۶) زید و بکر و عمر نے ۲۷ روپیہ کا چندہ بطرح سے کیا کہ بکر نے بہ نسبت زید کو دو چند روپے دئے اور بارہ روپے اور زیادہ اور عمر نے سہ چند روپیہ بکر سے دئے اور ۲۲ روپے اور زیادہ تو ہر ایک نے کیا کیا دیا

(۲۷) ایک ایسا عدد دریافت کرو کہ اس کے پانچویں اور ساتویں حصہ کا مجموعہ اس کے آٹھویں اور بارہویں حصہ کے مجموعہ سے بقدر ۱۱۳ کے زیادہ ہو

(۲۸) شکست میں سپاہ کا چٹا حصہ زخمی اور قتل ہوا اور چار ہزار قید ہوئے بعد ازاں تین ہزار سپاہ میوخی اوکو ملک اور پوٹھنگمی لیکن مراجعت کرنہیں چوتھائی فوج بہر غات ہو گئی اور کل تہارہ ہزار آدمی باقی سلامت رہے تو بتاؤ کس قدر سپاہ میں دراصل آدمی تھے (۲۹) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اس کے پانچویں اور ساتویں حصہ کا مجموعہ اس کی چوتھی اور ساتویں حصہ فرق سے بقدر ۹۹ کے زیادہ ہو

(۳۰) خاص آدمیوں میں ۲ روپیہ ۱۲ اس طرح تقسیم ہوئے کہ آدمیوں کو ڈیڑہ ڈیڑہ آنہ اور تہائی کو ڈھائی ڈھائی آنہ تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

(۳۱) ایک آدمی پاس نو سو روپیہ تھی اوسمیں کچھ روپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر سودی دئے اور باقی پانچ روپیہ سیکڑہ پر اور ان دونوں صورتوں میں آمدنی سود کی برابر رہی تو بتاؤ

کتناروپیہ چار روپیہ سیکڑہ پر قرض دیا تھا

(۳۲) ایک شخص نے کچھ بیٹے اوپر تلے چار چار برس کے فرق سے پیدا ہوئے اور سب بڑے کی عمر گنتی سب چھوٹے کی عمر سے ہے تو بتاؤ ہر ایک کی عمر کیا ہے

(۳۳) ۹۲ کو ایسے چار حصوں میں تقسیم کرو کہ پہلا حصہ دوسرے سے بقدر ۱۰ کو دوسرے

بعد ۱۸ کے اور چوتھے سے بعد ۲۴ کے زیادہ ہو

(۳۴) ایک شخص نے ۵۵۰ روپیہ اپنی چار خد متگاریوں زید و بکر و عمر و خالد میں سطح تقسیم کئے کہ بکر کو دو چند زید سے اور عمر کو اس قدر حصہ کہ زید و بکر کو اور خالد کو اس قدر حصہ کہ بکر و عمر کو ملکر تو بتاؤ ہر ایک کو کیا دیا

(۳۵) دو عدد اوپر تلے کے ایسے دریافت کرو کہ پہلے عدد کا آدھا اور پانچواں حصہ ملکر برابر دوسرے عدد کے تہائی اور چوتھائی حصوں کے مجموعہ کے ہو

(۳۶) زید و بکر و عمر میں کچھ روپیہ سطح تقسیم ہوا کہ زید و بکر کو ملکر ۶۰ روپیہ اور زید و عمر کو ملکر ۸۰ روپیہ اور بکر و عمر کو ملکر ۹۲ روپیہ ملے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا کیا ملا

(۳۷) زید و بکر ساتھ چلے زید پاس سو روپیہ تھی اور بکر پاس ۴۸ روپیہ چوروں نے راہ میں اونچی سطح سے خبر لی کہ زید سے بہ نسبت بکر کے دو چند چھپا اور زید پاس بہ نسبت بکر کے سہ چند روپیہ چھوڑا تو بتاؤ ہر ایک سے جو کیا لیکے

(۳۸) پانچ سو روپیہ چار آدمیوں میں سطح سے تقسیم ہوئے کہ پہلے اور دوسرے کو ملا کر ۲۸ روپیہ ملے اور پہلے اور تیسرے کو ۲۶ روپیہ اور پہلے اور چوتھے کے ۲۲ روپیہ تو ہر ایک کا حصہ دریافت کرو

(۳۹) زید اور بکر پاس چالیس و پتہ تھے اور جب زید نے بکر سے ۱۰ روپیہ لئے تو اوہ پاس بکر کے روپیوں سے چھ روپیہ زیادہ ہو گئے تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنا روپیہ پہلے تھا

(۴۰) ایک بننے پاس دو قسم کی شکر تھی ایک ۲ سیر کی اور دوسری ۳ سیر کی ان دونوں شکر کو ملا کر سو اسی سیر بنانی چاہتا ہے کہ ۲ سیر پانی سیر کی شکر بجا دے تو ہر ایک قسم کی شکر کتنی کتنی لیکر ملائے

(۴۱) عرق گاؤ زبان اور بادریان کو ملا کر اس سطح عرق مرکب بنایا کہ گاؤ زبان کا عرق

نصف عرق مرکبے اور ۲۵ تولین اور زیادہ اور عرق بادیان ایک تہائی عرق مرکبے مگر  
 ۵ تولین کم تو بتاؤ ہر ایک عرق کی کتنی کتنی تولین ہتین  
 (۴۲) دس ہزار چھپیان ایک ٹہی کو بچنے کے لئے تجویز کی گئیں اونہن سے کچھ چھپیان پڑیں اور  
 کچھ باقی رہیں جو چھپیان پڑیں تہیں اونہی آدھی تعداد اور جو باقی رہیں اونہی تہائی  
 تعداد ملکہ ۳۵۰ ٹہی تو بتاؤ کتنی چھپیان پڑیں

(۴۳) کچھ وزن کی بارود ہے اور اوسہن شورہ اوسے آدھا اور ۶ سیر اور زائد اور گندک  
 ایک تہائی مگرہ سیر کم اور کوئلہ چوتہائی مگرہ سیر کم تو بتاؤ یہ اجزا کتنے کتنے سیر ہین  
 (۴۴) ایک سپہ سالار نے سنگت کہا کر اپنی فوج کا حساب کیا تو معلوم ہوا کہ آدھی سپاہ  
 اور ۳۶۰۰ آدمی اور بھی لڑنے کے قابل ہیں اور ایک آٹھواں حصہ سپاہ کا اور ۶۰۰ آدمی  
 زخمی ہوئے ہیں اور باقی ایک پانچواں حصہ سپاہ کا رہا سپاہ مارا گیا یا قید ہوا تو بتاؤ پٹنا  
 میں کتنے آدمی تھے

(۴۵) کتنی بہترین فی بہیرہ روپیہ ۱۲ کے حساب خریدین کہ اگر کوڑی ایک رات کی رکھوائی  
 دیکر دس روپیہ فی بہیرہ کے بچنے سے دویسہ فائدہ کے حاصل ہوں

(۴۶) کچھ روپیہ بزرگ عمر خالہ واحد میں تقسیم ہوا ہر حصہ کی بکر کو ۱۰ روپیہ کم بابت زید کو ملے اور عمر نے  
 ۶ روپیہ بکر سے زیادہ پائے اور خالہ نے ۵ روپیہ کم بابت عمر کو پائی اور خالہ ۵ روپیہ بابت بابت  
 کے پائی اور خالہ کا حصہ بزرگ اور بکر کے حصوں کے تھا تو بتاؤ ہر ایک نے کیا پایا

(۴۷) ایک سوداگر نے کچھ سرمایہ سے تجارت شروع کی پہلے سال کے آخر میں اصل سرمایہ دو چند  
 ملکہ اونہن سے سو روپیہ دو چند نہیں ہوئے اور دوسرے سال کے آخر میں جو شروع سال میں تھا  
 دو چند ہو گیا مگر سو روپیہ اونہن بھی دو چند نہیں ہوا اور سی حال تیسرے سال میں ہوا۔  
 اور اس سال کے آخر میں اوس پاس سرمایہ سے چند ہو گیا تو بتاؤ کتنے روپیہ کے  
 سرمایہ سے تجارت شروع کی تھی۔

(۴۸) ایک شرابی روپیہ لیکر شراب خانہ میں گیا اور سنے وہاں اوسیتقدر روپیہ قرض لیا جبقدر اوس پاس تھا اور ایک روپیہ صرف میں لایا اور پھر دوسرے شراب خانہ میں گیا وہاں اوسیتقدر روپیہ قرض لیا جبقدر اوس پاس تھا اور ایک روپیہ صرف کیا اور علیٰ ہذا القیاس تیسرے شراب خانہ میں بھی یہی کیفیت قرض اور خرچ کی ہوئی اور آخر کو اوس پاس کچھ نہیں رہا تو تباؤ گہرے لیکر کیا چلا تھا

## بامیسوان باب سوالات میں

(۱۹۲) اب ذرا پہلے مسئلہ عباتی سوالات لکھتے ہیں اور نین عجائبات کے مضمون کو جو برتا بلہ میں اور ان کے نام مشکل ہوگا

(۱۹۳) ۸۰ کو ایسی جابجہ مین تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ پر ۳ زیادہ کریں اور دوسرے مین سے ۳ تفریق کریں اور بیکر کو ۳ مین ضرب دیں اور چوتھے کو ۳ پر تقسیم کریں تو سب نتائج حاصل ایک ہی عدد ہوگا فرض کرو کہ پہلے حصہ کو تعبیر کرتا ہے جبنا و سپر زیادہ کئی تو لا + ۳ ہوئے اور یہی حاصل ہوتا ہے جب دوسرے حصہ مین سے ۳ تفریق کریں تو دوسرے حصہ لا + ۶ ہوا اور لا + ۳ حاصل ہوتا ہے اگر تیسرے حصہ کو ۳ مین ضرب دیں تو تیسرے حصہ لا + ۳ ہوگا اور لا + ۳ حاصل ہوتا ہے اگر چوتھے حصہ کو ۳ پر تقسیم کریں تو چوتھا ۳ (لا + ۳) ہوگا اور مجموعہ سب حصوں کا ۸۰ ہے تو لا + لا + ۶ + لا + ۳ + ۳ + لا + ۳ = ۸۰

$$۸۰ = ۹ + لا + ۳ + لا + ۳ + لا + ۳$$

$$۶۵ = ۱۵ - ۸۰ = لا + لا + ۳$$

$$۱۹۵ = ۳ + لا + لا + لا + ۱۵$$

$$۱۹۲ = لا + لا$$

$$۱۲ = \frac{۱۹۲}{۱۶} = لا$$

تو حصے ۱۲ و ۱۸ و ۵ و ۵ و ۲۵ ہوئے

(۱۹۴) زید ایک کام کو ۹ دن میں بالکل تیار کر لیتا ہے اور بکر ۱۲ دن میں تو دو نو ملکر اوس کام کو

کتنے دنوں میں بنائینگے +

فرض کرو کہ لاتعبیر کرتا ہے اُن دنوں کو جنہیں دونوں ملکر کام کرینگے ایک دن میں زید کا  $\frac{1}{12}$  کام کرے گا اور ایک دن میں بکر  $\frac{1}{12}$  کام کرتا ہے تو لا دین  $\frac{1}{12}$  کام کرے گا اور چونکہ لا دن میں زید اور بکر ملکر کام کریتے ہیں تو یہ کس دن کام کی ملکر واحد کی برابر ہونگے یعنی  $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = 1$

ضرب ۳۶ میں دو تو ۷۲ = ۷۲ + ۷۲ = ۱۴۴

یعنی ۷۲ = ۱۴۴ اور

اس واسطے  $\frac{1}{2} = \frac{72}{144} = \frac{1}{2}$

(۱۹۵) ایک حوض میں تین موریان ہیں ایک ایسی ہے کہ اگر کہو لید جائے تو ۶ گھنٹہ میں سارا حوض بہر جائے اور دوسری ایسی ہے کہ اگر اُسکو کہو لیدیں تو آٹھ گھنٹہ میں حوض بہر جائے لیکن تیسری موری ایسی ہے کہ اگر دونوں موریوں کو بند کر کے کہو لیدیں تو بہر اہو حوض ۱۲ گھنٹہ میں بالکل خالی ہو جائے تو بتاؤ اگر موریان کہو لید جائیں تو کتنی دیر میں حوض بہر جائے گا۔ فرض کرو کہ لاتعبیر کرتا ہے تعداد گھنٹوں کو جنہیں حوض پر ہوگا ایک گھنٹہ میں پہلی موری  $\frac{1}{6}$  حصہ حوض کا پرہوتا ہے تو لا گھنٹہ میں  $\frac{1}{6}$  حصہ پر ہوگا اور دوسری موری ایک گھنٹہ  $\frac{1}{6}$  حصہ حوض کا پر کرتی ہے تو لا گھنٹہ میں  $\frac{1}{6}$  حصہ پر کرے گی اور تیسری موری  $\frac{1}{6}$  حصہ حوض کا ایک گھنٹہ میں خالی کرتی ہے تو  $\frac{1}{6}$  حصہ لا گھنٹہ میں خالی کرے گی اور چونکہ لا گھنٹہ میں کل حوض پر ہوتا ہے

اس واسطے  $1 = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$

پس میں ضرب دو تو ۷۲ = ۷۲ - ۷۲ + ۷۲ = ۷۲

یعنی ۷۲ = ۷۲

اس واسطے  $\frac{1}{5} = \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$





اور ایسے ہی بکر ۵ میل فی گھنٹہ چلتا ہے تو لا-۸ گھنٹہ میں  $\frac{5}{8}$  (۸-۷) میل چلے گا  
اور جب زید و بکر کی ملاقات ہوگی تو دونوں کی طے کی ہوئی مسافت مساوی ہوگی

$$\text{اوسط } \frac{5}{8} = (۸-۷) = \frac{۷}{۸}$$

$$\text{ضرب } ۱۵ \text{ میں دو تو } ۲۵ = (۸-۷) = ۷۲۱$$

$$\text{یعنی } ۷۲۵ - ۷۲۱ = ۲۰۰$$

$$\text{اوسطی } ۲۰۰ = ۷۲۱ - ۷۲۵$$

$$\text{یعنی } ۷۲۱ = ۲۰۰$$

$$\text{اوسطی } ۷۲۱ = \frac{۲۰۰}{۸}$$

$$\text{اوسطی } ۷۲۱ = ۵۰ \times \frac{۷}{۸} = ۷۰$$

پس زید ستر میل چل چکیگا تب بکر اسے ملےگا

(۱۹۹) طالب علم متناسب کے معنی حاسبین سمجھ گئے ہونگے دو سوال ایسی ہی لکھتے ہیں جنہیں

نسبت کا کام ہوتا ہے بعض اوقات ایسی سوالات بھی آجاتے ہیں

(۲۰۰) کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ کو دوسرے حصہ سے نسبت ہو جو ۲ کو ۳ سے

فرض کرو لا تعبیر کرتا ہے پہلے حصہ کو تو ۵۶ - لا تعبیر کرے گا دوسرے حصہ کو تو ہم کو یہ

$$\text{حاصل ہوگا کہ } \frac{۷}{۸} = \frac{۵۶}{۷۲۱}$$

$$\text{کے مساوات کو صاف کرو تو } ۷۲۱ = ۳ (۵۶ - ۷)$$

$$\text{یعنی } ۷۲۱ - ۱۶۸ = ۷۲$$

$$\text{اوسطی } ۷۲۱ = ۷۲$$

$$\text{اور } ۷۲ = \frac{۱۶۸}{۲}$$

پس ایک حصہ ۷۲ تو دوسرے حصہ ۵۶ - یعنی ۳۲ ہو ایسے ترکیب حل کی متدیون کی  
استعداد کے موافق ہے اور اصل اسکے حل کی مختصر ترکیب یہ ہے کہ فرض کرو ۳ لا

ایک حصہ کو تعبیر کرتا ہے تو ۴۴ لازم و دو حصہ کو تعبیر کر لگا اسلئے کہ پہلا حصہ دو حصہ  
حصہ سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسے ۳ و ۴ اور مجموعہ دونوں حصوں کا ۵۶ ہے اسلئے

$$۵۶ = ۱۲ + ۱۳$$

$$\text{یعنی } ۱ = \frac{۱۲}{۱۳} \times ۵۶ = ۵۶$$

تو پہلا حصہ ۳۲ یعنی ۸ × ۴ اور دوسرا حصہ ۲۴ یعنی ۳ × ۸ ہوا

(۲۰۱) شراب کی ۱۲ بوتلوں اور پانی کی ۸ بوتلوں سے ایک چینی کا برتن بھر ہوا ہے  
شراب کی ۹ بوتلوں سے اور پانی کی ۳ بوتلوں سے دوسرا کالج کا برتن معمور ہے تو ہر ایک  
برتن میں سے کتنی کتنی بوتلین لیکر ملاوین کے عرق مرکب شراب اور آب کا ایسا مہو کہ  
اوسمیں سات سات بوتلین شراب کی ہوں

فرض کرو کہ لا بوتلین چینی کے برتن میں سے نکالیں اور چونکہ عرق مرکب ۱۲ بوتل ہے  
تو ۱۴ - لا بوتل دوسرے برتن میں لیجا بیگی اور چینی کے برتن میں ۳۰ بوتل ہیں  
چھین ۱۲ بوتل شراب کی ہیں یعنی شراب ۱۲ حصہ کل کے ہیں

اسو اسطی لا بوتل چینی کے برتن سے نکالی گئی ہیں او سمین ۱۲ حصہ بوتل شراب کی ہو گئی  
اور ایسی ہی ۱۴ - لا بوتل جو کالج کے برتن میں سے نکالی گئی ہیں او سمین ۱۴ - لا  
بوتل شراب ہو گئی اور مرکب میں ۷ بوتل شراب ہے

$$\text{تو } ۱۲ + ۹(۱۴ - لا) = ۷$$

$$\text{یعنی } ۱۲ + ۳(۱۴ - لا) = ۷$$

$$\text{اسو اسطی } ۱۸ = ۱۵ + ۳(۱۴ - لا)$$

$$\text{یعنی } ۱۸ = ۱۵ - ۲۱۰ + لا$$

$$\text{اسو اسطی } لا = ۷۰ \text{ اور } لا = ۱۰$$

پس ۱۰ بوتل چینی کے برتن میں اور ۷۰ بوتل کالج کے برتن میں سے لینی چاہئے

(۲۰۲) بتاؤ کس وقت دو اور تین بجے کے بچھین گھر کی دو سوئیاں منطبق ایک دوسرے پر ہونگی۔ فرض کرو کہ لا تعداد منٹ مطلوبہ کی بعد ۲ بجے کے ہے تو بڑی سوئی لاکھ کی ان پڑے کریگی اور بڑی سوئی بہ نسبت چھوٹی سوئی کے بارہ گنی چلتی ہے تو چھوٹی سوئی  $\frac{11}{12}$  حصے لائنٹ میں چلیگی لیکن چھوٹی سوئی ۲ بجے پر دس حصے پہلے طے کر چکی ہے تو اس لئے بڑی سوئی کو دس حصے بہ نسبت چھوٹی سوئی کے زیادہ طے کرنی چاہیئے۔

$$\text{اس لئے } 10 + \frac{11}{12} =$$

$$\text{اس لئے } 120 + 11 =$$

$$\text{اس لئے } 131 =$$

$$\text{اس لئے } 131 = \frac{12}{11} = 10 \frac{1}{11}$$

قد

(۲۰۳) ایک خوش صفتی دیر میں چار ذقند لگاتا ہے اتنی دیر میں شکاری کتا بن مارتا ہے لیکن شکاری کتے کی دو ذقند برابر خرگوش کی ۳ ذقند و نیم ہیں اگر خرگوش بچا ۳ ذقند اگے شکاری کتے سے ہے تو بتاؤ شکاری کتا کتنی ذقند و نیم خرگوش کو پکڑے گا فرض کرو کہ ۳ لا تعبیر کرتا ہے تعد ذقند و نیم جنہیں کتا خرگوش کو پکڑے گا تو ۴ لا تعبیر کرے گا خرگوش کی ذقند و نیم کو جو ایک ہی وقت دو نون لگا بن گے اور فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا تعد پنجونکو جو ذقند میں خرگوش کی ہوں تو ۳ لا تعبیر کرے گا ان پنجونکو جو ۳ ذقند و نیم خرگوش کی ہوں اور اسیلو سے وہ تعبیر کرے گا ان پنجونکو جو شکاری کتے کی دو ذقند و نیم ہو اسیلو سے شکاری کتے کی ذقند میں تعد پنجونکی  $\frac{13}{4}$  ہوگی تو شکاری کتے کی ۳ لا ذقند و نیم  $13 + \frac{13}{4}$  پنجونگے اور ۵۰ + لا ذقند و نیم خرگوش کی (۵۰ + ۴ لا) پنجونگے

$$\text{اسیواسطے } 131 = \frac{11}{12} = 10 \frac{1}{12}$$

طرفین کو لا پر تقسیم کرو

$$\text{تو } 131 = \frac{11}{12} = 10 \frac{1}{12}$$

اس واسطے  $۱۰۰ = ۱۸ + ۸۲$

اس واسطے  $۱۰۰ = ۱۸$

تو شکاری گٹا۔ ۳۰ ذقین ہار تو خرگوش کو پکڑ لگا۔ ہم نے یہاں ایک علامت ل کی داخل کی ہے تاکہ مٹات آسانی سے حل ہو جاوے پہر اُسکو مساوات میں سے تقسیم کے ذریعہ ساقط کر دیا ہے طالبک ہبات کو خیال میں رکھے۔

(۲۰۴) م جواری موہن سوہن را دھا و کشن۔ ملکر جو کیلئے بیٹے ہر ایک پاس روپیہ تہا کسی با کیسے پاس کچھ۔ موہن بیٹے ہی سوہن کا ادھا روپیہ جیت گیا اور سوہن ایک تہائی روپیہ تہا جیت گیا اور را دھا جو تہا حصہ کشن کے روپیہ کا جیت گیا اور کشن پانچواں حصہ موہن کے روپیہ کا جیت گیا اب ہر ایک پاس تین تین روپیہ ہو گئے تو تباہ ہر ایک پاس کتسا روپیہ تھا فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعدد روپیہ کو جو کشن موہن سے جیتا تو ۵ لا موہن کا روپیہ ہوگا جو اُس پاس ال تھا تو ۴ لا مع اُس روپیہ کے جو سوہن کے موہن نے جیتے برابر ۲۳ روپیہ کے ہوا تو ۲۳ - ۴ لا وہ روپیہ ہوگا جو سوہن سے جیتا تھا اور چونکہ سوہن سے سوہن آدھا روپیہ جیتا ہے تو سوہن پاس ۲۳ - ۴ لا روپیہ بعد ہارنے کے باقی رہا اور ۲۳ - ۴ لا اور وہ بڑا جو سوہن نے را دھا سے جیتا ملکر برابر ۲۳ روپیہ کے ہوتا ہے اس واسطے ۴ لا روپیہ ہوگا جو سوہن را دھا سے جیتا اور چونکہ را دھا تہائی روپیہ ہا رہے اس لئے ۱۲ لا وہ روپیہ ہوگا جو اُس پاس دل تھا پس ۸ لا وہ روپیہ ہوگا جو بعد ہارنے کے را دھا پاس ہا اور ۸ لا اور وہ روپیہ جو را دھا سے جیتا ملکر برابر ۲۳ روپیہ ہے اس لئے ۲۳ - ۸ لا وہ روپیہ ہوگا جو را دھا سے جیتا اور را دھا - کشن سے اُسکی ایک چوتھائی روپیہ کی جیتا ہے تو (۲۳ - ۸ لا) وہ روپیہ ہوگا جو کشن پاس دل تھا اور اس واسطے ۳ (۲۳ - ۸ لا) وہ روپیہ ہوگا جو کشن پاس بعد ہارنے کے رہا اور ۳ (۲۳ - ۸ لا) روپیہ اور لا بڑا جو کشن موہن سے جیتا ہے ملکر برابر ۲۳ کے ہیں۔

$$\text{تو } ۳ (۲۳ - ۸) + ۱۱ = ۲۳$$

$$\text{سطح } ۲۳ = ۱۱$$

$$\text{سطح } ۲ = ۱۱$$

پس روپیہ ہر ایک پاس ۱۰، ۳۰، ۲۴ و ۲۸ تھا

## سوالات نمبری ۲۲

(۱) ایک جنگی جہاز میل ہر ایک گھنٹہ میں چلتے والا ایک اور جہاز میل فی گھنٹہ چلتے والے سے ۱۸ میل کے فاصلہ پر تھا تو بتاؤ دو اس جہاز کتنے میل چلیگا کہ وہ جہاز انکار و سکو گرفتار کر لے گا  
(۲) ۵۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ کی تین چوتھائی کو دوسرے حصہ کے پانچ چھٹے حصہ پر زیادہ کریں تو ۴۰ حاصل ہوں

(۳) فرض کرو کہ لندن اور ایڈن براہین ۶۰ میل کے فاصلے پر اور ایک سافرائیڈن براہین چلا اور ۱۱ میل ایک گھنٹہ میں چلتا ہے اور دوسرا سافرائیڈن چلا اور ۱۱ میل فی گھنٹہ چلتا ہے تو بتاؤ وہ کہ ان ملیں گے

(۴) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ ان کا حاصل تفریق ۴ ہو اور ان کے مربعوں کا حاصل تفریق ۱۱۲ ہو  
(۵) ۲۴ آنے ۲۴ آدمیوں سے وصول ہوئے اور ان آدمیوں میں کچھ تو ۹ پائی دینے والے ۱۰ کچھ ۱۳ پائی دینے والے تھے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے کتنے کتنے آدمی تھے  
(۶) ۸ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ایک حصہ سب سے ۲ سے کم ہو اور دوسرے حصہ کی افزونی ۲۰ سے ہو

(۷) ایک شخص کے پاس ۹۸ روپے تھے اور سنے کچھ روپیہ اسپین پانچ روپیہ سیکڑہ سود سالیانہ پر دیدیا اور باقی چھ روپیہ سیکڑہ سود سالیانہ پر اور سب سود ۱۵ برس میں ۸۱ روپیہ حاصل ہوا تو بتاؤ کس قدر روپیہ پانچ روپیہ سیکڑہ سود پر دیا گیا

(۸) ایک شخص نے کچھ روپیہ ۶ روپیہ سیکڑہ سالانہ سود پر ایک شخص کو دیدیا دس برس سود اس روپیہ کا حاصل سے ۱۲ روپیہ کم حاصل ہوا تو بتاؤ کتنا روپیہ قرض دیا تھا

(۹) ایک شخص ۲۵ بیگنہ میں ۹ روپیہ ۸ کو دی زمین دو قسم کی تھی جو اچھی تھی وہ ۸ بیگنہ کی تھی اور جو بُری تھی وہ ۵ بیگنہ کی تو بتاؤ ہر ایک قسم کی کتنی کتنی بیگنہ تھی

(۱۰) ایک حوض میں دو موریاں اسی میں کہ اگر دونوں سے پانی آوے تو ۱۲ گھنٹہ میں وہ بہر جاوے اور اگر ایک موری سے پانی آئے تو ۲۰ گھنٹہ میں پُر ہو جائے تو بتاؤ فقط دوسری موری سے کتنی دیر میں بہر لگا

(۱۱) ۹ کو ایسے چار حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر ایک حصہ ۲ زیادہ کریں اور دوسرے حصہ میں ۲ تفریق کریں اور تیسرے حصہ میں ۲ کو ضرب دیں اور چوتھے حصہ کو ۲ سے تقسیم کریں تو سب صورتوں میں ایک ہی حاصل ہو

(۱۲) ایک شخص نے ۲۴ سیڑیاں دو قسم کے عید کو خریدے جو اونین اچھی قسم تھیں وہ ۱۰۰ روپے کے تھے اور جو اُسے گھٹیا چاول تھے وہ ۲۰ روپے کے تھے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے کتنے کتنے چاول تھے

(۱۳) ۸۸ کو ایسے چار حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر اول پر ۲ زیادہ کریں اور دوسرے تفریق کریں اور تیسرے کو ۴ میں ضرب دیں اور چوتھے کو ۵ پر تقسیم کریں تو صوبے تو میں ایک ہی عدد حاصل ہو

(۱۴) اگر ۲ مرد اور ۴ عورتوں اور ۵ بچوں کو ۵۰ روپیہ ایک ہفتہ کی مزدوری کو دے جائیں اور دو مرد و دو عورتیں برابر ہوتیں عورتوں کی اجرت کے یا پانچ بچوں کی محنت کے تو بتاؤ ہر ایک عورت کو فی ہفتہ کیا ملتا ہے

(۱۵) ۱۰۰ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اونے مجذورون کا حاصل تفریق ۱۰۰ ہو

(۱۶) دو مقاموں میں ۵۴ میل کا فاصلہ ہے دو شخصوں کو دو مقاموں سے ملاقات کے ارادہ سے ایک ہی وقت چلے ایک شخص ۲ گھنٹہ میں ۳۴ میل اور دوسرا ۳ گھنٹہ میں ۵۴ میل چلتا ہے تو بتاؤ وہ کب ملینگے

(۱۷) ۲۴ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر بڑے حصہ پر ۵ زیادہ کریں اور چھوٹے کو اونین

نسبت ۴ و ۳ کو ہو جاوے

(۱۸) زید آدھا کام بکر سے بنانا ہے اور بکر آدھا کام عمر سے اور بکر ایک کام کو ۴ مہینے بنالیتے ہیں تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے دنوں میں اُس کام کو پورا کریں گے۔

(۱۹) ۹۰ کو ایسے چار حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر پہلے حصہ پر پانچ زیادہ کریں اور دوسرے حصہ سے چار کم کر دیں اور تیسرے حصہ کو ۳ میں ضرب دیں اور چوتھے کو ۲ تقسیم کریں تو سب حاصل برابر ہوں \*

(۲۰) ۳ آدمی ملکر ایک کام کو ۶۰ دن میں بنالیتے ہیں اور پہلا آدمی انہیں سے دوسرے آدمی کے کام کی تین چوتھائی بنانا ہے اور دوسرا آدمی تیسرے آدمی کے کام کی چار پانچویں حصہ بنانا ہے تو بتاؤ علیحدہ علیحدہ کتنے دنوں میں ہر ایک کام کرے گا۔

(۲۱) ۶ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ان میں سے ایک پانچ سا تو ان حصہ دوسرے کا ہو۔

(۲۲) ایک نیل نے سپاہ کو بنگلہ مربع کھرا کیا تو ساٹھ آدمی بچ رہے اور جب مربع کے ضلع میں ایک آدمی اور زیادہ کر دیا تو انہیں آدمیوں کی اور مانگ بڑی تو بتاؤ کتنے آدمی سپاہ میں تھے۔

(۲۳) ۹۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ ان میں سے ایک حصہ دوسری حصہ کے دو تہائی ہو۔

(۲۴) ایک آدمی کے پاس کچھ انڈے تھے انہیں سے آدھے تو پیسے کے دو دو خریدے تھے اور آدھے پیسے کے تین تین اور جب انہیں مکے کے پانچ پانچ بیچ ڈالے تو ایک پیسے کا نقصان ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے تھے۔

(۲۵) زید اور بکر برابر کے ہیں اگر زید کی عمر ۳۶ سال زیادہ کریں اور بکر کی عمر ۲۵ برس بڑھا دیں تو ان میں نسبت ایسی ہوگی جیسے ۳ اور ۴ میں ہے تو بتاؤ ان کی عمر بالفضل کیا ہے۔

(۲۶) ایک سیر چاول در ۹ سیر گڑ کے دام ۸ یا ۶ بائی ہیں اور ایک سیر چاول در ۵ سیر گڑ کے دام ۱۲ یا ۶ بائی ہیں تو بتاؤ ایک سیر گڑ کی کیا قیمت ہے۔

(۲۷) انعام ۲۳۰۰ روپے زید و بکر میں، اور ۹ کی نسبت ہوئے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا ملا۔



(۲۸) لیکن در جالیس کے واسطے لگایا گیا اور یہ شرط تھری کہ جس روز کام کر گیا تو ۳ روپے پائی پائے گا اور جس روز بیٹھا رہے گا اس پر پائی جرمانہ دیگا اب اُس کو کل مزدوری کے ۳ روپے اس پر ۲ پائی ملے تو بتاؤ اُس نے ۴۰ روپے دینے کتنے دنوں کام کیا؟

(۲۹) موہن پانچ روپے سوہن سے جیت کر سوہن کی برابر روپیہ میں ہو گیا لیکن جب سوہن اپنا روپیہ اور پانچ روپے اور زیادہ جیت لے تو اُس پاس بچنا روپیہ سوہن کے روپیہ سے ہو گیا تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنا روپیہ تھا؟

(۳۰) ۱۰۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اُنکی حاصل تفریق کا مربع دو چند حصہ خود مربع سے بقدر ۲۰۰۰ کے زیادہ ہو؟

(۳۱) ایک طرف میں ایسے دو دہانے ہیں اگر اُسے پانی بہا جائے تو ایک سے ۴ گنٹھہ میں اور دوسرے سے ۶ گنٹھہ میں وہ بہ جائے لیکن اُس طرف میں ایک چھید ایسا ہے کہ اُس سے پانی نکلے تو وہ گنٹھہ میں برتن خالی ہو جائے تو بتاؤ اگر دہانوں سے پانی بہا جائے اور سوراخ سے نکلے تو کتنی دیر میں برتن بہرے گا؟

(۳۲) ایک بچا اچانک سیر اور ڈھائی آنے سیر کے چاول ملانے چاہتا ہے اس طرح سے کہ نوے چار روپے ۲ روپے پائی سیر کے بجائے تو بتاؤ ہر قسم کے چاولوں میں سے کتنے کتنے سیر چاول ملائیں؟

(۳۳) ایک بل ۳ پونڈ اسٹینک پنس کا ایک شخص نے بنایا اور اُسکی عوض میں ۵ فکروں اور فلورنس پائی اور اُنکی تعداد ۲۸ تھی تو بتاؤ کتنے سکے ہر قسم کے تھے؟

(۳۴) ایک پنساری پاس ۵۶ سیر مرچیں ۵ روپیہ سیر والی ہیں اُس میں سارے تین آنے سیر والی مرچیں کس قدر ملاوٹ کے ۳ روپیہ سیر والی مرچیں ساری بنجادیں؟

(۳۵) ایک شخص نے مزدور کو اس شرط پر لگایا کہ جس روز کام کر گیا ۲ روپے دے گا اور جس روز غیر حاضر ہو پون آنے جرمانہ دیگا اور اس نے دو چند روز ایام غیر حاضری سے کام کیا اور کل اپنی مزدوری دو روپے سات آنے پائے تو بتاؤ کتنے دنوں اُس نے کام کیا؟

(۳۶) ایک ملٹن مربع کی شکل چھ بھف کٹھری ہوئی اور پھر تھوڑی دیر بعد ایک اور طرح مربع کی شکل چھ بھف کٹھری ہوئی تو معلوم ہوا کہ اس مربع کے ضلع میں ۵ آدمی بسیت پہلے مربع کے کم تھے اور اس شنا میں ۲۹۵ آدمی اور سپاہ میں اپنی اپنی کاموں پر ہی چکر تھے تو بتاؤ کس قدر سپاہی اس ملٹن میں تھے

(۳۷) زید و بکر میں کچھ روپیہ تقسیم ہوا اس طرح سے کہ زید کا حصہ بکر کے حصہ سے وہ نسبت رکھتا تھا جو ۵ رکھتا ہے ۳ سے اور زید کا حصہ کل روپیہ کے پانچ نوین حصہ بقدر ۵۰ روپیہ زیادہ تھا تو بتاؤ ہر ایک کا کیا حصہ تھا

(۳۸) چار بیٹوں میں ایک شخص نے اپنی کل جائداد تقسیم کی بڑے بیٹے کا حصہ کل جائداد کی نصف سے بقدر آٹھ سو روپیہ کے کم تھا اور دوسرے بیٹے کا حصہ جو تھائی جائداد سے بقدر ۱۲ روپیہ زیادہ تھا اور تیسرے بیٹے کا حصہ سی نصف جائداد تھی اور سب سے چھوٹے پاس دوسرے بیٹے کی جائداد کی دو تھائی تو بتاؤ ہر ایک بیٹے کو کس قدر جائداد ملی

(۳۹) موہن دسویں برابر برابر روپیہ لیکر جوا کیلینے بیٹھے موہن نے ۲ روپیہ دل چھ لیکر جقدر روپیہ اب اس پاس ہو گیا اور اس کا آدھا ہار گیا تب اس پاس وہ نصف سوہن کے روپیہ سے ہو گیا بتاؤ ہر ایک کتنے روپے سے جوا کیلینے بیٹھا تھا

(۴۰) ایک عورت نے ۲۱ آنہ غریب فقیر و غنیمین مرد اور عورت اور بچے سب ہی تھی تقسیم ہر مرد کو ۱ اور عورت کو آدہ آنہ اور ہر بچے کو پانچ آنہ اور تعداد عورتوں کی دو چند مردوں کی تعداد سی بقدر ۲ کے کم تھی اور تعداد لڑکوں کی عورتوں کی سی چند تعداد سی بقدر ۴ کے کم تھی تو بتاؤ فقیر کتنے تھے

(۴۱) ایک لڑکی ۲۲ روپائی گز کپڑا خریدا اور سوہن سی ایک تھائی چار آنہ گز بچھلا اور ایک چوتھائی ۳ روپائی گز اور باقی ۳ روپائی گز اور کل کو سودا فائدہ ۴ روپائی حاصل ہوا تو بتاؤ کپڑا کتنے گز تھا

(۴۲) ایک چمٹے دہے فی ہٹیرین طرح کی ۴۱ روپیہ ۱۱ روپائی کی خریدین ایک تھائی بہترین ۰۹ فی ہٹیر کے حساب خریدین اور چوتھائی بہترین فی ہٹیر کے حساب سے مول لین

اور باقی بحساب فی بیہزار کے حساب تو کتنی بہترین خریدین

(۴۳) ایک ٹکڑے کے پانچ پانچ مول لئے اور آدھے اوٹھن سے پیسے کو دو دو اور آدھے پیسے کو تین تین بیچ لئے تو وہ پیسے اوسکو فائدہ ہوا تو بتاؤ کتنے اندی تھے  
(۴۴) پالی سیر حواری کا آٹا اور پالی سیر اور دکا آٹا اور پالی سیر گہون کا آٹا اتنا ہر ان سب آٹو پنجو سطر حصے کہ حصے حواری کا آٹا اور ۲ حصے آٹا کا آٹا اور چار حصے گہون کا آٹا ملا کر گوندھا اور روٹیاں پکائیں تو ۲۴ پالی لاگت بٹی تو بتاؤ ہر ایک قسم کا آٹا کتنے کا صرف ہوا  
(۴۵) پچاس کن لے دو مزدور مومن و مومن پانچ پانچ آنہ روز پر کام پر لگائی گئے تھے اندوٹوں میں مومن نے بہ نسبت سو مومن کے پالی روز خرچہ کیا اور اس کم خرچی سے مومن نے سو مومن سے دو چنر روپیہ بچایا اور سوار اسکے دو روز کا خرچہ بھی اوسکا بچ رہا تو بتاؤ مومن ہر روز کیا خرچ کرتا تھا

(۴۶) زید و بکر کی آمدنی برابر زید پانچواں حصہ آمدنی کا جمع کرتا ہے اور بکر ساٹھ روپیہ سالانہ زید سے زیادہ خرچ کرے تین سال بعد سو روپیہ کا قرضہ رہتا ہے تو بتاؤ زید کی آمدنی کیا ہے  
(۴۷) ایک چاند ماری پر زید و بکر شادی گولیوں کے لگاتے ہیں زید کی ۱۲ گولیوں میں نشانہ پر لگے ہیں اور بکر کی ۱۲ گولیوں میں سے ۹ اور کل نشانہ پر دونوں کی گولیاں تیس  
لگین تو بتاؤ کتنی گولیاں ہر ایک نے چلائیں

(۴۸) دو پیوں میں شہزاد اور پانی ملا ہوا ہے ایک پیہ میں شراب و پانی مقداروں میں نسبت ۴ و ۳ کی ہے اور دوسرے میں ۱۲ اور ۳ کی اگر پہلے پیہ میں ۴ گیلن ہوں تو دوسرے میں کس قدر ہوں کہ دونوں پیوں کو ملاوین تو اس مرکب میں اب اور آب میں آدھی شراب و آدھا پانی ہو  
(۴۹) ایک مینڈرنے وصیت کی کہ اوسکے مال کا نو ان حصہ جد کی تعمیر میں صرف ہوا اور اسے ۲۰۰ روپیہ کم مدرسہ میں دیکھا جوین اور آدھو سو روپیہ کم دار الشفا میں بعد ان اہل بیت کے ۳ حصہ جائداد وراثت کے حصہ میں آئے تو بتاؤ جائداد کی قیمت کیا تھی

(۵۰) ایک شخص نے پوچھا کیا بجائے دوسرے جواب پاکہ جازبجھنے میں اتنی منٹوں کی دیر ہے کہ وہ خود ہے اُن منٹوں کے بعد ۲ گھنٹہ بجنے کے پون گھنٹہ پہلے گزری ہے۔

(۵۱) دو پیسے ادب دو طرح کی شراب سے بھرے ہوئے تھے آدھن نسبت اُن دونوں شرابوں میں ۲ کی اور ب میں ۲ وہ کی تو بتاؤ کتنی کتنی شراب دونوں میں سے نکال کر ملاوین کہ اس مرکب میں ۲ گیلن پہلی قسم کی شراب کی ہوں اور ۲ گیلن دوسری قسم کی +  
(۵۲) ایک فسر نے اپنی سپاہ کو مربع کی شکل پر کھڑا کیا اور اس مربع میں ایک مربع بنایا جو اس کے استوا کر کے بنایا اور علیٰ ہذا القیاس ایسے مربع کے اندر مربع بارہ بنائے اور اول کا بیج چھائی رہا اور کل آدمی ۱۲۹۶ تھے تو بتاؤ اُس سامنی کی صف میں کتنے آدمی تھے +

(۵۳) ایک شخص نے ایک قطعہ زمین ۳۰ روپیہ بیکہ کے حساب سے مول لیا اور اُس میں سے ایک قطعہ کو سہ چار قیمت پر بیچ ڈالا تو ۵۰ روپیہ نقد ہاتھ لگے اور ۲۵ بیکہ زمین علاوہ اُسے نفع میں بیچ رہی تو بتاؤ کتنی زمین تھی +

(۵۴) ایک لڑکے کے ہنگامہ سے ایک سلطنت کا قرض سوا یا ہو گیا۔ لڑائی کے بعد ایک ملک امن رہا اور امن کے زمانہ میں ۲۵۰۰۰۰۰ روپیہ قرض کا ادا کیا گیا جب پہلے روپیہ ادا ہوا تو دسویں ۳ روپیہ سیکرہ سے چار روپیہ سیکرہ قرض پر مقرر کیا گیا لیکن اب بھی اُس قدر روپیہ سود کا دیا جاتا ہے جتنے پہلے لڑائی سے دیا جاتا تھا تو بتاؤ پہلے کتنے روپیہ کا قرض سلطنت پر تھا

(۵۵) موہن سومن برابر برابر روپیہ لیکر جا کھیلنے بیٹھے اور یہ بات بھری کہ جو بازی ہارے وہ اپنا آدھا روپیہ لے لیکن ایک روپیہ پھر لے موہن ایک بازی ہار کر دوسری بازی جیتا تو اُس میں دو روپیہ نسبت سومن کے زیادہ ہو گئے اب بتاؤ ایک کتنا روپیہ لیکر بازی کیلئے بیٹھا تھا

(۵۶) ایک گھڑی میں دو سوئیاں ہیں ایک تیز چلتی ہے اور ۲ گھنٹہ میں پورا دورہ کر لیتی ہے اور دوسری سست چلتی ہے اور ۶ گھنٹہ میں چکر پورا کر لیتی ہے تو بتاؤ تیز سوئی کتنے گھنٹوں میں ایک پورا چکر زیادہ بہ نسبت سست سوئی کے کر لیتی ہے +

- (۵۷) بتاؤ ۳ و ۴ بجے کو درمیان کسٹ سویان کھڑی کی مقابل ایک ڈسکے ہونگی +
- (۵۸) ۳ بجے سویان گھنٹہ کی عمود ایک سرے پر مین تو بتاؤ پہر کسٹ وہ عمود ایک سرے پر ہونگی +
- (۵۹) کچھ پیہ سوئی دیا تھا آٹھ مہینہ میں اصل مع سو کے ۲۹۷ روپیہ ہو گیا اور جب اور سٹا مہینہ گزے تو اصل مع سود کارو پیہ ۳۰۶ ہو گیا تو کتنا روپیہ اصل کا تھا +
- (۶۰) ایک گھڑی جتنی چلتی آتا ہی گھنٹہ سٹت چلتا ہے اور گھنٹہ کے ۷۹۹ گھنٹہ برابر گھڑی ۱۸ گھنٹہ کے ہیں تو بتاؤ ایک گھنٹہ میں کتنی گھڑی تیز اور گھنٹہ کم چلتا ہے +
- (۶۱) ۱۱ و ۱۲ بجے کے درمیان گھنٹہ اور منٹ کی سوئوں کا فاصلہ برابر ہے دو تہائی اُس فاصلہ کے جو اُنکے درمیان دس منٹ پیشتر تھا تو بتاؤ کیا وقت ہے +
- (۶۲) ۵۰۰ روپیہ ملا کر زید اور بکرنے تجارت شروع کی اور ۱۶۰ روپیہ نفع ہوا اور اس نفع میں حصہ میں ۲۲ روپیہ زیادہ آئے تو بتاؤ ہر ایک کا کتنا کتنا روپیہ اصل سرمایہ کا تھا +
- (۶۳) ایک شراب فروش بیس اہ گیلن فرانسیسی برانڈی کے ہیں جو آٹھ شلنگ گیلن دس خریدے ہیں وہ یہ چاہتا ہے کہ انگریزی برانڈی جو فی گیلن ۲ شلنگ آتی ہو اس میں ملا کر ۹ شلنگ فی گیلن بیچے تو بتاؤ کتنے گیلن انگریزی برانڈی کے ملاوے کہ ۳۰ فیصد فائدہ اُس سرمایہ پر حاصل ہو جو دونوں شرابوں کے خریدنے میں لگایا ہے +
- (۶۴) ایک فسر اپنی سپاہ کو ایک خالی مربع میں اس طرح سے کھڑا کر سکتا ہے کہ چار برج کے اندر مربع بنیں اور اس طرح سے بھی کھڑا کر سکتا ہے کہ آٹھ مربع اندر مربع بنیں سامنی کی صف میں ۱۶ آدمی بہ نسبت پہلے مربع کے کم کھڑے ہونگے تو بتاؤ تعداد آدمیوں کی کیا ہوگی +

## تیسویں باب مساوات و مچھول کے بیان میں

- (۲۰۵) فرض کرو کہ ایک مساوات ہے کہ جسمین لا اور دو مقدارین مچھول میں مثلاً ۳ لا - ۵ س = ۸ اب جو چاہیں ایک مقدار مچھول کی قیمت فرض کریں اُسکے مطابق دوسرے مچھول کی قیمت

مربع کے اندر مربع

معلوم ہو جائیگی اور اس طرح سہ جتنی چاہیں زوج قیمتیں دریافت کریں جسے شرط مساوات پوری ہو جائیں مثلاً فرض کرو کہ  $x = 10$  تو  $y = 115$  اور اس واسطے

$115 = 10$  اور اگر  $x = 2$  تو  $y = 113$  ایسا سہی  $113 = 2$  اور علیٰ ہذا القیاس  
فرض کرو کہ ایک و راسی قسم کی مساوات ہے مثلاً  $115 = 10 + 105$  اسلئے اسکی سہ قیمتیں جتنی چاہیں  
دریافت کر سکتے ہیں لیکن اگر کم و بیش دریافت کرنا ہو کہ لا اور  $x$  کی ایسی قیمتیں ہوں کہ دونوں  
مساوات کی شرط کو پورا کریں تو فقط ایک ہی قیمت لا اور  $x$  کی ایسی ہوگی جو ان دونوں  
مساواتوں کی شرط کو پورا کرے گی اس بیان کا اثبات یہ ہے کہ اول مساوات کو  $x$  میں ضرب

$$\text{تو } 115 - 10 = 105$$

اور دوسری مساوات کو  $x$  میں ضرب دو

$$\text{تو } 113 - 2 = 111$$

اسی واسطے جمع کرنے سے  $115 - 10 = 105$  اور  $113 - 2 = 111$   $105 + 111 = 216$

$$\text{یعنی } 216 = 10$$

$$\text{اس واسطے } 10 = \frac{216}{10} = 21.6$$

پس دونوں مساواتوں کی شرطوں کو پورا کرنے کے لئے ضروری ہے کہ لا برابر ۲۱.۶ کی ہو قیمت لا کی  
دونوں مساواتوں میں سے کسی مساوات میں رکھو مثلاً دوسری میں

$$\text{تو } 113 = 10 + 103$$

$$\text{اس واسطے } 10 = 103$$

$$\text{اس واسطے } 10 = 103$$

پس ۱۰ اور ۱۰۳ قیمتیں ایسی ہیں کہ دونوں مساواتوں کی شرطوں کو پورا کرتی ہیں  
(۲۰۶) دو یا زیادہ مساواتیں جنکی شرطیں متقادیر مجهول کی ایک ہی قیمتوں سے پوری ہوں  
اوپر ہم ساز کہتے ہیں اس باب میں ایسی ہی مساواتوں کا ذکر کریں گے جنہیں دو مقداریں  
مجهول آتی ہیں اور اونچی قوت بھی ایک ہی ہوتی ہے اور حاصل ضرب بھی دو مجهول  
مقداروں کا نہیں آتا

(۲۷) تین ترکیبیں ان مساواتوں کو حل کر نیچی میں مگر اصل سبکی ایک ہی ہے یعنی دونو مساواتوں سے جنہیں دو مجهول ہیں ایک ایسی مساوات حاصل کرتے ہیں کہ جنہیں ایک مقدار مجهول اور ایک مقدار مجهول میں سے ہوتی ہے اور اس ترکیب کو ارتفاع مقدار مجهول کہتے ہیں اس سطح ایک مجهول کے مساوات حاصل ہوتی ہے اور اس کو موافق باب نو زوم حل کر کے ایک مقدار مجهول کی قیمت معلوم کرتے ہیں وجہ ایک مقدار مجهول کی قیمت معلوم ہوتی تو اس قیمت کو بجای مجهول کے ایک مساوات میں اور دونو مساواتوں میں سے رکھتے ہیں اور یہ مساوات سی دوسری مجهول کی قیمت معلوم کرتے ہیں (۲۸) پہلی ترکیب ہے کہ مساواتوں کو ایسی اعداد میں ضرب دو کہ مثال کسی ایک مقدار مجهول کے دونو مساواتوں میں جو ضرب دینی سے حاصل ہوں کیساں ہو جائیں تو یہ جمع یا تفریق کرنے سے ایک مساوات پیدا ہوگی جس میں فقط دوسری مقدار مجهول ہوگی اس ترکیب کو ہم دفعہ ۲۰ میں عمل میں لائے ہیں اور ایک اور مثال لکھتے ہیں

$$۸۰ + ۷۰ = ۱۵۰$$

ضرر کرو

$$۱۲۰ - ۷۰ = ۵۰$$

ت میں

اگر مقدار مجهول کو دور کرنا چاہتے ہیں تو مساوات اول کو ۵ میں جو مثال دو دوسری مساوات میں ضرب دو اور مساوات دومی کو ۷ میں جو مثال دو کی پہلی مساوات میں ضرب دو تو ہر دو مساوات میں ہوا کہ

$$۵۰۰ = ۷۰ + ۳۵۰$$

$$۷۱۴ = ۷۰ - ۳۵۰$$

اسو وسطی جمع کرنے سے  $۵۰۰ + ۷۱۴ = ۷۰ + ۸۲۰$

$$۱۱۱۴ = ۷۰$$

میں رکھو

اسو وسطی  $۹ =$  اب اس قیمت کو مساوات اول میں کسی مساوات مثلاً دوم

$$۱۰۸ - ۷۰ = ۳۸$$

اسو وسطی  $۲۰ = ۷۰$ اسو وسطی  $۲ = ۷۰$ 

اب فرض کرو کہ ہم ان مساواتوں کو حل کرنا مقدار مجهول لا کو دور کرنا چاہتے ہیں تو اول مساوات کو

۱۲ میں اور دوسری مساوات کو ۸ میں ضرب دین تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$۱۲۰۰ = ۷۰ + ۸۲۰$$

$$۸۰۲ = ۷۰ - ۲۰$$

اسو اسطی تفریق کرنے سے  $۸۴ + ۶۲۰ = ۱۲۰۰ - ۷۰۲$

$$۲۹۶ = ۶۱۲۲$$

$$۲ = ۶$$

ہو اسطی

ہو اسطی

(۲۰۹) دوسری ترکیب یہ ہے کہ کسی ایک مساوات سے قیمت کسی ایک مجهول کی دوسری مجهول کے رقموں میں دریافت کرو اور اس قیمت کو دوسرے مساوات میں رکھو مثال دفعہ گذشتہ میں تم کو مساوات اول سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$۸ - ۱۰۰ = ۷$$

$$\frac{۸ - ۱۰۰}{۷} = \text{اسو اسطی لا}$$

اس قیمت لا کو مساوات دوم میں رکھا تو یہ حاصل ہوا کہ

$$۸۸ = ۶۵ - \frac{(۷ - ۱۰۰) ۱۲}{۸}$$

$$\text{اسلئے } ۳ = ۱۰۰ - (۷ - ۱۰۰) = ۱۷۶$$

$$\text{یعنی } ۳۰۰ - ۶۲۱ - ۶۱۰ = ۱۷۶$$

$$\text{اسو اسطی } ۲۰۰ - ۱۷۶ = ۶۲۱ + ۶۱۰$$

$$\text{یعنی } ۳۱ = ۶۱۲۲$$

$$\text{اسو اسطی } ۲ = ۶$$

اور اس قیمت کو خواہ کسی مساوات میں کہیں تو لا = ۹ کو حاصل ہوگا یا ہر طرح سے حل کرو کہ پہلے مساوات سے

$$۸ - ۱۰۰ = ۷$$

$$\frac{۸ - ۱۰۰}{۷} = \text{اسو اسطی لا}$$

اس قیمت کو دوسری مساوات میں کہیں تو

$$۱۲ - ۱۱۸ = \frac{(۷ - ۱۰۰) ۵}{۸}$$

$$\text{اسو اسطی } ۸۴ - ۵ = (۷ - ۱۰۰) ۵ = ۶۱۶$$

$$\text{یعنی } ۸۴ - ۵۰۰ + ۶۲۰ = ۶۱۶$$

$$\text{اسو اسطی } ۱۱۲ = ۶۱۶ + ۵۰۰$$

$$\text{اسو اسطی } ۹ = ۹$$

(۲۱۰) تیسری ترکیب یہ ہے کہ ایک ہی مقدار مجهول کی قیمت دوسری مقدار مجهول کی رقموں میں ہر مساوات سے نکالو اور ان دونوں جو برابر لکھو مثال دفعہ بالا میں مساوات اول سے

$$\frac{۸ - ۱۰۰}{۷} = \text{لا اور مساوات دوم سے } \frac{۱۲ - ۱۱۸}{۸} = \text{لا}$$



$$\text{اوسطی } ۱۰۰ - ۵ = ۹۵ + ۸۸$$

۲۲ میں ضرب دیجیہ کر کے مساوات کو صاف کرو

$$۳(۱۰۰ - ۵) = ۲(۹۵ + ۸۸)$$

$$\text{یعنی } ۳۰۰ - ۱۵ = ۱۹۰ + ۱۷۶$$

$$\text{اوسطی } ۳۰۰ - ۱۵ = ۱۹۰ + ۱۷۶$$

$$\text{یعنی } ۱۲۲ = ۱۷۶$$

$$\text{اوسطی } ۲ = ۱۷۶$$

$$\text{اور پہلی طرف سے } ۹ = ۱۷۶$$

$$\text{یا اس طرح حل کرو کہ مساوات اول سے } ۱۰۰ - ۵ = ۹۵ + ۸۸$$

$$\text{اوسطی } ۱۰۰ - ۵ = ۹۵ + ۸۸$$

اس مساوات سے ہکو حاصل ہوگا کہ لا = ۱۹ اور موافق سابق کرو = ۱۲۲ کی ہم نکالینگے

$$(۲۱۱) \quad ۱۹ - ۱۱۹ = ۲۱ - ۱۱۹ = ۱۰۰ = ۱۲۰ \text{ کو حل کرو}$$

یہ مساوات دون ترکیبوں سے جواب پر بیان ہوئیں ہیں حل ہو سکتی ہے لیکن ہم اس کو سطر حل کرنے کے جتنے معلوم ہو کہ مساوات کی ترکیبیں حل کرتے بعض اوقات مختصر ہی ہو جاتی ہیں (ان دون مساواتوں کے جمع کر کے ہکو بہ حاصل ہوگا کہ

$$۱۹ - ۱۱۹ = ۲۱ - ۱۱۹ = ۱۰۰ = ۱۲۰$$

$$\text{یعنی } ۲۲۰ = ۱۲۰ - ۱۱۹$$

$$\text{اوسطی } ۶ = ۱۲۰$$

اور پھر اصل مساوات کے تفریق کرنے سے

$$۱۹ - ۱۱۹ = ۲۱ - ۱۱۹ = ۱۰۰ - ۱۲۰$$

$$\text{یعنی } ۲۰ = ۱۲۰ - ۱۱۹$$

$$\text{اوسطی } ۲۰ = ۱۲۰$$

جو نسخہ لا = ۶ اور لا = ۲۰ تو ہکو تفریق کرنے سے معلوم ہوگا

$$\text{کہ } ۲ = لا \text{ اور تفریق کرنے سے } ۱۲ = ۱۲۰ - ۱۱۹$$

$$\text{اوسطی } لا = ۱۲ = ۱۲۰ - ۱۱۹$$

(۲۱۲) آگے جبر مقابلہ میں حال معلوم ہوگا کہ بعض مثالیں خاص ترکیبوں سے مختصر طور پر بہ نسبت قواعد عامہ حل ہو جاتی ہیں لیکن ان مختصر ترکیبوں کا ذہن میں آنا مشق اور تجربہ بہ پر

موقوف ہوا سئلے بتدی اپنا وقت اولن ترکیبون کی تلاش میں ضائع نہ کریں

$$(۲۱۳) \text{ حل کرو کہ } ۸ = \frac{۱۲}{۲} + \frac{۱۲}{۲} \text{ و } ۱۲ = \frac{۱۲}{۲} - \frac{۱۲}{۲} = ۳$$

اگر ان مساواتوں کی کسر در کریں تو اوہیں حاصل ضرب لا اور وکا ایک کا سئلے وہ اس باب متعلق نہیں رہینگے لیکن وہ ترکیب مذکور بعد سے حل ہو سکتی ہیں اگر حل و سکا دیکھو مساوات اول کو ۳ میں ضرب دو اور مساوات دوم کو ۲ میں اور جمع کر دو تو

$$۶ + ۲۴ = \frac{۲۴}{۲} - \frac{۵۲}{۲} + \frac{۲۴}{۲} + \frac{۳۶}{۲}$$

$$۳۰ = \frac{۵۲}{۲} + \frac{۳۶}{۲} \text{ یعنی}$$

$$۳۰ = \frac{۹۰}{۲} \text{ یعنی}$$

$$۹۰ = ۳۰ \text{ اسو سطلی}$$

$$۳ = ۱۱ \text{ اسو سطلی}$$

قیمت لاکھی مساوات اول میں رکھو  
تو  $۱ = \frac{۱۲}{۲} + \frac{۱۲}{۲}$

$$۳ = ۲ - ۸ = \frac{۲}{۲} \text{ اسو سطلی}$$

$$۲ = ۸ \text{ اسو سطلی} \quad ۸ = ۲ \text{ اسو سطلی}$$

(۲۱۴) حل کرو لا + با = ح اور لا + با = ح اور لا + با = ح  
اس مساوات میں لا اور ح مقادیر مجهول کو تعبیر کرتے ہیں اور باقی حروف مقادیر معلومہ کو  
دوسری مساوات کو ب میں ضرب دیکر پہلی مساوات میں سے تفریق کرو  
تو لا + با = ح اور لا + با = ح اور لا + با = ح

$$\text{یعنی } (۱ - ۱)ب = (۱ - ۱)ح \text{ اور } (۱ - ۱)ب = (۱ - ۱)ح$$

$$\text{اسو سطلی لا} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب} \text{ اس قیمت لاکو مساوات دوم میں رکھو تو}$$

$$\frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب} + \frac{(۱ - ۱)ب}{(۱ - ۱)ب} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب}$$

$$\text{اسو سطلی ب} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب}$$

$$\text{اسو سطلی} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب} = \frac{(۱ - ۱)ح}{(۱ - ۱)ب}$$

جس طرح قیمت لاکھی دریافت کی ہے اسی طرح قیمت دکی بھی دریافت کرو

۱ مثلہ نمبری ۲۳

$$(۱) ۳ - ۱۱ - ۲ = ۲ \text{ و } ۴ - ۱۱ - ۲ = ۲$$

- |  |  |      |
|--|--|------|
| $۱۱ = ۳ - ۱۱۲$                                     | $۲۲ = ۵ - ۱۱۷$                                 | (۲)  |
| $۱ = ۳ - ۱۱۲۰$                                     | $۳۲ = ۲ + ۱۱۳$                                 | (۳)  |
| $۴۱ = ۹ + ۱۱۸$                                     | $۳۷ = ۷ - ۱۱۱۱$                                | (۴)  |
| $۱۰ = ۱۱ - ۱۱۱۳$                                   | $۶۰ = ۵ + ۱۱۷$                                 | (۵)  |
| $۷۵ = ۶ - ۱۱۷$                                     | $۴۲ = ۷ - ۱۱۶$                                 | (۶)  |
| $۱۳۰ = ۱۱ - ۱۱۱۲$                                  | $۲۹۰ = ۹ + ۱۱۱۰$                               | (۷)  |
| $۰ = ۲ + ۱۱۳$                                      | $۱۸ = ۴ - ۱۱۳$                                 | (۸)  |
| $۰ = ۳ - ۱۱۲$                                      | $۱۱ = \frac{۵}{۲} - ۱۱۲$                       | (۹)  |
| $۴ - ۳ = \frac{۲ - ۱۱۲}{۵}$                        | $۷ = ۳ + \frac{۱۱}{۲}$                         | (۱۰) |
| $\frac{۱}{۲}۸ = ۳ - ۱۱۷$                           | $۱ = ۵ - ۱۱۶$                                  | (۱۱) |
| $۲۱ = \frac{۲ - ۱۱}{۴} + ۳$                        | $۲۱ = \frac{۲ - ۳}{۵} + ۱۲$                    | (۱۲) |
| $۳۳ = \frac{۳۷ - ۲}{۲} + ۱۲$                       | $۱۳ = ۵ + \frac{۱۱۳}{۱۹}$                      | (۱۳) |
| $۷ = ۳ - ۱۱۲$                                      | $\frac{۱}{۲}۱۰ = \frac{۵}{۱۲} + \frac{۱۱}{۷}$  | (۱۴) |
| $۵ = \frac{۳ + ۱۱}{۹} + \frac{۱۱}{۲}$              | $۹ = \frac{۱۱ - ۳}{۲} + \frac{۳ + ۱۱}{۳}$      | (۱۵) |
| $۶ = \frac{۳۵}{۶} + \frac{۱۱۷}{۳}$                 | $۱ = \frac{۳۲}{۳} - \frac{۱۱۳}{۲}$             | (۱۶) |
| $۶ = ۳ + \frac{۳ - ۱۱}{۵}$                         | $۱۵ = ۱۱ + \frac{۳ + ۱۱}{۳}$                   | (۱۷) |
| $۱۲ + \frac{۳۵}{۸} = \frac{۳۳}{۲} + \frac{۱۱۷}{۸}$ | $۳۲ = \frac{۳۵}{۲} + \frac{۱۱۷}{۶}$            | (۱۸) |
| $۱۰ = \frac{۳ - ۱۱}{۳} - \frac{۳ + ۱۱}{۲}$         | $۵ = \frac{۳ - ۱۱}{۶} + \frac{۳ + ۱۱}{۸}$      | (۱۹) |
| $\frac{۱}{۶}۱۶ = \frac{۳۱۱}{۳} - \frac{۱۱۳}{۲}$    | $\frac{۱}{۶}۱۶ = \frac{۳۳}{۲} + \frac{۱۱۲}{۳}$ | (۲۰) |
| $۲۱ = \frac{۵ - ۳۲}{۳} + ۱۲$                       | $۲ = \frac{۲ - ۳}{۵} + \frac{۱ - ۱۱}{۸}$       | (۲۱) |
| $۷ - ۱۲ = \frac{۳۷}{۲} + \frac{۱۱۳}{۵}$            | $۲۰ = \frac{۳۵}{۸} + \frac{۱۱۷}{۲}$            | (۲۲) |

ان مسائل و انون میں نقطہ اوپر کو اشارہ کی علامت

$$(۲۳) \quad ۱ + \frac{۱۳}{۴} = \frac{۱۳-۵}{۴} \text{ و } ۱ - \frac{۵}{۴} = \frac{۵-۱۳}{۴}$$

$$(۲۴) \quad ۹ = ۵ + \frac{۴+۱۳}{۱۱} \text{ و } ۲ = \frac{۱-۴}{۵} + \frac{۱۳-۱}{۵}$$

$$(۲۵) \quad ۱ + (۵-۱۳) ۳ = (۵+۱۳) ۲$$

$$۳ + (۱۳-۵) ۴ = ۵ ۳ - ۱۳$$

$$(۲۶) \quad ۳ = ۵ : ۴ \text{ و } ۲ = ۵ : ۳$$

$$(۲۷) \quad ۲۵ - ۲۸ = ۵ - ۱۳ \text{ و } ۴ - ۱۱ = ۵ - ۱۳$$

$$(۲۸) \quad ۳۵ = ۵ : ۸ \text{ و } ۱۱ = ۵ : ۳$$

$$(۲۹) \quad ۱۴ = \frac{۲}{۵} + \frac{۱۱}{۱۱} \text{ و } ۱ = \frac{۲}{۵} - \frac{۹}{۱۱}$$

$$(۳۰) \quad \frac{۵-۱۳}{۵} = \frac{۱۱}{۱۱} + \frac{۱۱}{۱۱} \text{ و } ۴ = ۵ - ۱$$

$$(۳۱) \quad ۱ = ۵ - ۱۱ \text{ و } \frac{۴}{۵} = \frac{۱-۱۱}{۵} - \frac{۱+۱۱}{۵}$$

$$(۳۲) \quad \frac{۲۳}{۱۵} - \frac{۵-۱۱}{۱۵} = \frac{۴}{۱۵} \text{ و } ۱۱ = ۵ + ۱۳$$

$$(۳۳) \quad ۰ = ۱ + \frac{۵-۱۱}{۴} + \frac{(۱-۱۱) ۱۰-۵}{۴} \text{ و } ۰ = ۴ + \frac{۳-\frac{۲}{۵}+۱۱}{۵-۱}$$

$$(۳۴) \quad ۰ = ۵ + ۱ - ۱۱$$

$$(۳۵) \quad ۲ = ۵ + ۱ + ۱۱$$

$$(۳۶) \quad ۱ = \frac{۲}{۵} + \frac{۱۱}{۱۱}$$

$$(۳۷) \quad ۱ + ۱۱ = ۵ + ۱$$

$$(۳۸) \quad ۰ = \frac{۲}{۵} - \frac{۱۱}{۱۱}$$

$$(۳۹) \quad ۱۱ + ۵ = ۱ - ۱۱$$

$$(۴۰) \quad ۱ = (۵+۱۱) + (۵-۱۱) = ۱۰$$

$$(۴۱) \quad ۰ = \frac{۵-۱۱}{۴} + \frac{۱۱-۵}{۴} = ۰$$

$$(۴۲) \quad (۱+۱۱) - (۵-۱۱) = ۱۴ \text{ و } (۵-۱۱) + (۱+۱۱) = ۲$$

$$(۴۳) \quad \frac{۵+۱۱}{۴} = \frac{۵-۱۱}{۴} \text{ و } ۲ = \frac{۵}{۴} + \frac{۱۱}{۴}$$

$$(۴۴) \quad (۱+۱۱) + (۵-۱۱) = ۱۰ \text{ و } (۵-۱۱) + (۱+۱۱) = ۲$$

## چوبیسواں باب دو مجهول سے زیادہ مجهول کی مساواتیں

(۲۱۵) اگر تین مساواتیں درج اول کی ہوں اور ان میں تین مقداریں مجهول ہوں تو ان میں دو مساواتیں کوئی سی لیں اور اودن ایک مساوات موافق ترکیب اب گذشتہ کو ایسی حاصل کرو کہ او میں دو مجهول مقداریں ہوں اور پھر تیسری مساوات اور ان دو اصل مساواتوں میں ایک مساوات لیکر ونسے ایسی مساوات حاصل کرو کہ او میں دو مقداریں مجهول ہوں جو پہلی مساوات حاصل میں نہیں ہیں سیطرہ دو مساواتیں دو مجهول کی حاصل ہو گئی جسے قیمت دو مجهول کی موافق باب گذشتہ کی حاصل ہو سکیں گے اور جب دو مقداروں مجهول کی قیمت معلوم ہو گئی تو اس کو کسی ایک مساوات میں رکھ کر تیسرے مجهول کی قیمت دریافت کرو

(۲۱۶) حل کرو  $۱۶ = ۲ + ۳ + ۱۱$  (۱)

(۲)  $۳۹ = ۳ + ۵ + ۱۱$

(۳)  $۳۱ = ۵ + ۶ + ۱۱$

حوالہ دینے کی سانی کر لئے (۱)، (۲)، (۳) مساواتوں پر تفریق کر لئے میں ان نمبروں کو اس طرح حل میں لکھ جائیں گے

(۱) کو ۳ میں اور (۲) کو ۲ میں ضرب دو تو

$۴۸ = ۶ + ۱۰ + ۲۲$

$۷۸ = ۶ + ۱۰ + ۲۲$

اسو اسی جمع کر نیسے  $۲۵ + ۱۱ + ۵۹ = ۱۲۶$  (۴)

(۱) کو ۵ میں اور (۳) کو ۲ میں ضرب دو تو

$۸۰ = ۱۰ + ۱۵ + ۲۲$

$۶۲ = ۱۰ + ۲ + ۱۱$

اسو اسی جمع کر نیسے  $۲۵ + ۱۳ + ۵ = ۴۳$  (۵)

اب ہر قیمت لا اور (۴) اور (۵) سے دریافت کرنی باقی ہے

(۴) کو ۹ میں اور (۵) کو ۵ میں ضرب دو تو

$۱۱۳۴ = ۹۰ + ۱۱ + ۲۲۵$

$۷۱۰ = ۹۰ + ۲۲۵ + ۵$

اسو اسی تفریق کر لئے  $۴۲۴ = ۱۰ + ۲ + ۱۱$

اس واسطے  $n = 6$   
 قیمت رکھو (۳) میں رکھو تو  $۱۲۶ = ۷۶ + ۱۱۲۵$

اس واسطے  $۵۰ = ۷۶ - ۱۲۶ = ۱۱۲۵$

اس واسطے  $۲ = ۱۱$

لا اور وہی ان قیمتوں کو مساوات (۱) میں رکھو تو

$۱۶ = ۱۲ - ۲ + ۱۱$

اس واسطے  $۲ = ۱۰$

اس واسطے  $۵ = ۱۱$

(۱)  $\dots ۱ = \frac{۲}{۳} - \frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۱}$  حل کرو

(۲)  $\dots ۲۲ = \frac{۶}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۵}{۱}$

(۳)  $\dots ۱۲ = \frac{۹}{۳} + \frac{۱}{۳} - \frac{۴}{۱}$

(۱) کو ۲ میں ضرب دیکر حاصل کو (۲) کے ساتھ جمع کرو تو

$۲۲ + ۲ = \frac{۶}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۵}{۱} + \frac{۶}{۳} - \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۱}$

یعنی (۴)  $\dots ۲۶ = \frac{۱۲}{۳} + \frac{۷}{۱}$

(۱) کو ۳ میں ضرب دو اور حاصل کو (۳) کے ساتھ جمع کرو تو

$۱۲ + ۳ = \frac{۹}{۳} + \frac{۱}{۳} - \frac{۴}{۱} + \frac{۹}{۳} - \frac{۶}{۳} + \frac{۳}{۱}$

یعنی (۵)  $\dots ۱۷ = \frac{۱۲}{۳} - \frac{۱}{۱}$

(۵) کو ۴ میں ضرب دیکر حاصل کو (۴) پر زیادہ کرو تو

$۲۶ + ۶۸ = \frac{۱۲}{۳} + \frac{۷}{۱} + \frac{۱۲}{۳} - \frac{۲۰}{۱}$

یعنی  $۹۴ = \frac{۲۴}{۳}$

اس واسطے  $۱۱۹ = ۴$

اس واسطے  $\frac{۱}{۶} = \frac{۲۴}{۹۴} = ۱۱$

اس قیمت لا کر (۵) میں رکھو تو  $۱۷ = \frac{۱۲}{۳} - ۲$

اس واسطے  $۳ = ۱۷ - ۲۰ = \frac{۱۲}{۳}$

اس واسطے  $\frac{۱}{۳} = ۵$

ان لا اور کی قیمتوں کو (۱) میں رکھو تو  $۱ = \frac{۳}{۲} - ۳ + ۲$

اسو اسطی  $\frac{۳}{۲} = ۳$

اسو اسطی  $\frac{۳}{۲} = ۳$

(۱)  $۰ \dots ۳ = \frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۲}$

(۲)  $۵ = \frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۲}$

(۳)  $۲ = \frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۲}$

مساوات (۱) میں سے (۲) کو تفریق کرو  $\frac{۳}{۲} - \frac{۳}{۲} = ۳ - ۵$

یعنی  $\frac{۳}{۲} - \frac{۳}{۲} = ۲$  اب (۳) کو (۲) میں تفریق تو  $\frac{۳}{۲} = ۲$

اسو اسطی  $\frac{۳}{۲} = ۱$  اسو اسطی  $\frac{۳}{۲} = ۱$   
اور (۳) اور (۳) کے جمع کر نیسے سکو بہ حاصل ہوتا ہے کہ  
 $\frac{۳}{۲} = ۱$

اسو اسطی  $\frac{۳}{۲} = ۳$  اسو اسطی  $\frac{۳}{۲} = ۳$

اور (۱) میں لا کی قیمت رکھنے سے سکو حاصل ہوتا ہے کہ  $\frac{۳}{۲} = ۲$   
(۲۱۹) اگر تعداد مساواتوں کی اور مجہول کی مقداروں کی مین سے زیادہ ہو تو اونکے

حل کرنے کی یہی ترکیب ہے

## مثلاً نمبری ۲۲

(۱)  $۱۱ = ۳ + ۲ + ۳$   $۱۲ = ۳ + ۳ + ۳$   $۱۳ = ۳ + ۳ + ۳$

(۲)  $۱۵ = ۳ + ۳ + ۳$   $۱۶ = ۳ + ۳ + ۳$   $۱۷ = ۳ + ۳ + ۳$

(۳)  $۱۸ = ۳ + ۳ + ۳$   $۱۹ = ۳ + ۳ + ۳$   $۲۰ = ۳ + ۳ + ۳$

(۴)  $۲۱ = ۳ + ۳ + ۳$   $۲۲ = ۳ + ۳ + ۳$   $۲۳ = ۳ + ۳ + ۳$

(۵)  $۲۴ = ۳ + ۳ + ۳$   $۲۵ = ۳ + ۳ + ۳$   $۲۶ = ۳ + ۳ + ۳$

(۶)  $۲۷ = ۳ + ۳ + ۳$   $۲۸ = ۳ + ۳ + ۳$   $۲۹ = ۳ + ۳ + ۳$

(۷)  $۳۰ = ۳ + ۳ + ۳$   $۳۱ = ۳ + ۳ + ۳$   $۳۲ = ۳ + ۳ + ۳$

(۸)  $۱ = \frac{۳ - ۳}{۳ - ۳}$   $۱ = \frac{۳ - ۳}{۳ - ۳}$   $۱ = \frac{۳ - ۳}{۳ - ۳}$

$$(۹) \frac{۱۱+۱۲}{۹} = \frac{۳+۴}{۹} = \frac{۱۲+۱۳}{۹} = \frac{۱۲+۱۳+۱۴}{۹} = ۱۲۶$$

$$(۱۰) \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} \text{ و } \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۲۰} \text{ و } \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۲}$$

$$(۱۱) ی + س = اوی + لا = ب + ولا + س + ح$$

$$(۱۲) لا + س + ی = ا + ب + ح + ولا = س + ب + س + ی + ح$$

$$(۱۳) ی + س - ی - لا = اوی + لا - لا - س = ب + ولا + س - ی = ح$$

$$(۱۴) \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۲۰} = ۱$$

$$(۱۵) \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۲} = ۱ \text{ و } ۳ = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} = ۱$$

$$(۱۶) لا + س + ی = اوی + لا = س + ب + س + ی + ح = ۱۹$$

پچیسواں باب ایک مچھول سے زیادہ مچھول کے سوالات  
(۲۲۰) اب ہم چند سوال لکھتے ہیں جن سے کہ مساوات سبب از درجہ اول کی ایک مچھول سے  
زیادہ مچھولوں کی پیدا ہوتی ہے

### سوالات

ایسی کس دریافت کرو کہ اگر شمار کنندہ پر ۲ زیادہ کریں تو کس برابر ۱ کی ہو جائے  
اور سب نام پر ۲ زیادہ کریں تو وہ کس برابر ۱ کے ہو جائے  
منہ ضکو کہ شمار کنندہ کو لا اور سب نام کو و تعبیر کرتا ہے تو موافق شرائط سوال کے

$$\frac{۲}{۳} = \frac{۲+لا}{۳} \text{ اور } \frac{۲}{۳} = \frac{۲}{۳+لا}$$

مساواتوں سے کس پرین دور کرو تو

$$(۱) ۶ - = ۳ - لا$$

$$(۲) ۱۶ = ۴ - لا$$

(۱) کو ۲ میں ضرب دیگر (۲) سے تفریق کرو تو ہم حاصل ہو گا کہ



$$۴ - لا - ۴ - ۶ + لا + ۶ = ۱۲ + ۱۲$$

یعنی لا = ۲۸

اس قیمت لا کو (۱) میں رکھو تو  $۸۲ - ۶۲ = ۲۰$

اسو اسطی  $۹۰ = ۶۲$  اسو اسطی  $۲۵ = ۶$

پس اسے معلوم ہوا کہ کسے مطلوب  $\frac{۲۸}{۲۵}$  ہے

(۲۲۱) اسے آدھوین اتنا روپیہ برابر برابر تقسیم ہوا کہ چہ آدمی اور ہوتو ہر آدمی حصہ میں دو کم آتے اور اگر ۳ آدمی نہ ہوتے تو ہر آدمی کے حصہ میں دو روپیہ زیادہ آتے اب بتاؤ کتنے آدمی تھے اور ہر ایک کی حصہ میں کیا آیا تھا

وض کرو کہ ادھیوین بقدر کو لا تغیر کرتا ہے ورو روپیہ کی تعداد کو جو ہر ایک حصہ میں آیا تو لا و تعداد کل روپیہ کی ہوگی جو تقسیم ہوا اور بموجب شرائط سوال کے

$$(۱) \quad لا = (۲ - ۶)(۶ + لا)$$

$$(۲) \quad لا = (۲ + ۶)(۳ - لا)$$

اول مساوات سے مکھو یہ حاصل ہوتا ہے

$$لا + ۶ = ۱۲ - لا$$

$$(۳) \quad ۱۲ = لا + ۶$$

مساوات (۲) سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$لا + ۶ = ۶۳ - لا$$

$$(۴) \quad ۶ = ۵۳ - لا$$

(۴) اور (۳) کو جمع کر نیسے  $۱۸ = ۵۳$  اسو اسطی  $۶ = ۵$

قیمت کو (۴) میں رکھو تو

$$۶ = ۱۸ - لا$$

$$اسو اسطی لا = ۱۲$$

اسے معلوم ہوا کہ وہاں ۱۲ آدمی تھے اور ہر ایک کے حصہ میں ۶ روپیہ آئے تھے

(۲۲۲) ایک عدد و مرتبہ کا ہے اور چکنہ اپنے ہندسہ مجموعہ ہے اور اگر ۹ اور سپر زیادہ کر جائیں تو اوکے ہندسے معکوس ہو جائے ہیں اس عدد کو دریافت کرو  
 فرض کرو کہ لاد ہائی کے مرتبہ خواہر اکائی کے مرتبہ کو تعبیر کرتا ہے تو  
 ۱۱۰ + ۵ وہ عدد ہوگا اور بموجب شرط سوال کے عدد چکنہ اپنے ہندسوں سے ہے  
 تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$(۱) \quad ۱۱۰ + ۵ = ۵ + (۱۱۰)$$

اور جب ۹ اور سپر زیادہ کرتے ہیں تو صورت مراتب بدل جاتی ہیں یعنی ۱۱۰ + لادہ عدد ہو جاتا ہے اس واسطے

$$(۲) \quad ۱۱۰ + ۹ = ۹ + ۱۱۰$$

$$(۳) \quad (۱) \text{ مساوی یہ حاصل ہوتا ہے کہ } ۵ = ۱۱۰ + ۹$$

اور مساوات (۲) سی یہ حاصل ہوتا ہے کہ  $۹ = ۱۱۰ + ۹$  اس واسطے  $۱ + ۱ = ۱$

$$\text{اس قیمت کو (۳) میں رکھو کہ } ۵ = ۱۱۰ + ۹$$

$$\text{اس واسطے } ۱۱۰ = ۹$$

$$\text{تو (۳) سے معلوم یہ حاصل ہوتا ہے کہ } ۵ = ۱۱۰$$

اسے معلوم ہوا کہ عدد مطلوب ۴۵ ہے

(۲۲۳) ایک مسافر گاڑی ریل پر ایک گھنٹہ چلکر ۲۴ منٹ ٹھہری اور پھر اپنی پہلی چال کے چہرے پانچویں حصہ کی برابر چال سے تیز چلتی شروع ہوئی تو ۵ منٹ دیر کر منزل مقصود پر پہنچی اب جہاں ٹھہری تھی اگر اسے وہیل کے چلکر ٹھہرتی تو ۲ منٹ اور دیر کر پہنچتی تو بنا و مسافر گاڑی کی رفتار کیا ہے اور فاصلہ جو اس نے طے کیا کتنا ہے

فرض کرو کہ تعبیر کرتا ہے گاڑی کی اصل رفتار فی گھنٹہ کو اور تعبیر کرتا ہے تمام فاصلہ کو جو وہ طے کرتی ہے تو ۵ - ۱۱۰ اس فاصلہ کو تعبیر کر لیا جو ٹھہرنے کے

بعد کرنا پڑیگا اور یہ فاصلہ صلی رفتار سے  $\frac{5-11}{11} = \frac{6}{11}$  گھنٹہ میں طے ہوتا اور جب اوس نے اپنی رفتار زیادہ کی ہے تو  $\frac{5-11}{11} = \frac{6}{11}$  گھنٹہ میں طے ہوگا اور چونکہ گاڑی ۲۴ منٹ ٹھہری ہے اور ۵ منٹ دیر گزرتی ہے تو جو فاصلہ باقی طے کرنا رہا تھا اوسکو اپنی صلی رفتار کی نسبت زیادہ کر کے ۹ منٹ کم میں طے کر لیا ہے اور ۹ منٹ  $\frac{9}{11}$  گھنٹہ کے برابر میں اسلئے

(۱)

$$\frac{5-11}{11} = \frac{6}{11} - \frac{9}{11} = \frac{3}{11}$$

اور اگر بائیں میل اور آگے چل کر وہ ٹھہرتی تو  $5-11 = 6$  مسافت طے کرنی باقی رہتی تو یہ مسافت حاصل ہوتی کہ

(۲)

$$\frac{5-11}{11} = \frac{6}{11} - \frac{9}{11} = \frac{3}{11}$$

ساوات (۲) کو مساوات (۱) میں تفریق کرو تو

$$\frac{2}{11} - \frac{9}{11} = \frac{7}{11}$$

$$\text{اوسطی } 50 = 40 - 12$$

$$\text{اوسط } 12 = 10$$

$$\text{اور } 5 = 11$$

اب قیمت لاکسی مساوات (۱) میں رکھو تو مساوات حل کر نیسی دریافت ہوگا کہ  $5 = 11$

(۲۲۴) زید و بکر و عمر ملکہ ایک کام کو ۳۰ دن میں اور زید و بکر ملکہ اوس کام کو ۳۲ دن میں اور بکر و عمر

ملکہ ۱۲ دن میں پورا بنا لیتے ہیں تو بتاؤ ہر ایک علیحدہ علیحدہ کتنے کتنے دنوں میں اوس کام کو پورا کر لگا

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہی دنوں کو جن میں زید اکیلا کام کو پورا کرتا ہے اور تعبیر کرتا ہی دنوں کو جن میں اکیلا بکر

کرتا ہی اور ی تعبیر کرتا ہی دنوں کو جن میں عمر پورا کام اکیلا بناتا ہی تو یہ مساوات میں حاصل ہوگی

(۱)

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

(۲)

$$\frac{1}{32} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z}$$

(۳)

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

مساوات (۲) مساوات (۱) میں سے تفریق کرو تو

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{32} - \frac{1}{30} = \frac{1}{48}$$

اور (۳) کو (۱) سے تفریق کرو تو

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{100} - \frac{1}{1000}$$

اسو اسطی لا = ۲۰ اور ی = ۸۰ ان قیمتوں کو کسی مساوات میں کہنے سے دریا ہو گا کہ ۱۰ = ۲۰ (۲۵) سوالات ایسی ہی ہوتے ہیں کہ انہیں مقدار مجہولہ کو کم و بیش حروف سے تعبیر کر لینی کئی طرح سے حل کرتے ہیں مثلاً ایک سیدھا سا سوال ہے کہ دو عدد ایسی دریافت کرو کہ ایک عدد دوسرے عدد کی دو تہائی ہو اور مجموعہ اوں کا ۱۰۰ ہو اب اس کے حل کرنیکی کئی ترکیبیں ہیں اول ترکیب فرض کرو کہ لا بڑے عدد کو تعبیر کرتا ہے اور چھوٹے عدد کو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$x = \frac{1}{2} \text{ لا اور لا} + x = 100$$

دوسری ترکیب فرض کرو لا بڑی عدد کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۰۰ - لا چھوٹے عدد کو تعبیر کریگا اسو اسطی

$$100 - \frac{1}{2} \text{ لا}$$

تیسری ترکیب فرض کرو کہ بڑا عدد ۳ لا ہے تو چھوٹا عدد ۲ لا ہو گا

$$100 = 3 \text{ لا} + 2 \text{ لا}$$

ان سب غلوغین سے جس عمل کو تکمیل کے ساتھ کرینگے سو دریا فت ہو گا کہ اعداد مطلوبہ ۲۰ و ۸۰ ہیں پس اتنی طالبعلم کو معلوم ہو گا کہ اس باب کی آخر میں بعض سوال ایسے ہیں کہ مقدار مجہول کو صرف ایک حرف سے تعبیر کر کے حل ہو پڑے علی ہذا القیاس باب سبب و دوم آخر میں ایسی سوالات ہیں کہ وہ بذریعہ دو حروف کی حل ہوتے ہیں غرض عام قاعدہ یہ ہے کہ جب بہت سی حروف مقدار مجہول کی تعبیر کر نیچے لئی فرض کئے جاتے ہیں تو تطویل عمل میں ہوتی ہے مگر بتدریج انہیں عمل خوب صحت اور آسانی سے ہوتا ہے اسلئے بتدی کے لئے یہی مناسب ہے کہ وہ بہت حروف سے مقدار مجہولہ کو تعبیر کر کے سوالات کو حل کیا کرے بتدی کے لئے یہ اچھی مشق ہے کہ وہ دفعہ ۲۰۴ میں چار حروف چاروں مقدار مجہولہ کو تعبیر کر کے سوال کو حل کرے

امثلہ نمبری ۲۵

(۱) اگر زید کے روپیہ میں ۳۶ روپیہ ملاوین تو اس پاس بکر کے روپیہ سے سہ چند روپیہ ہو جاتے ہیں اور اگر بکر کے روپیہ میں سے پانچ روپیہ نکال دالین تو اس پاس آدھا زید زید کے روپیہ سے رہ جاتا ہے تو بتاؤ ہر ایک کی پاس کیا ہے

(۲) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ ایک وٹن سے پورا اور دوسرا آدھا ملکر ۲ کی برابر ہو اور دوسرا پورا اور پہلے کی تہائی ملکر بھی ۲۰ ہی کے برابر ہو

(۳) اگر بکر زید کو ۲۵ روپیہ دیدے تو دونوں پاس برابر برابر روپیہ ہو جائیں اور اگر زید کو ۲۲ روپیہ دیدے تو بکر پاس روپے زید سے دو چند ہو جائیں تو بتاؤ ہر ایک پاس حقیقت میں روپیہ کتنا تھا

(۴) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ پہلے عدد کا آدھا اور دوسرے کی تہائی ملکر ۳۲ ہو اور پہلے کی چوتھائی اور دوسرے کا پانچواں حصہ ملکر برابر ۱۸ کے ہو

(۵) ایک شخص نے ۸ سیر چاول اور ۳ سیر مونگ پیس کو خریدے اور پہر اسی پہاؤ سے پانچ سیر چاول اور ۴ سیر مونگ ۵ ار پالی کو خریدے تو بتاؤ مونگ اور چاول کی فی سیر کیا قیمت ہے

(۶) سات برس پہلے زید کی عمر بکر کی عمر سے سہ چند تھی اور سات برس بعد زید کی عمر بکر کی عمر سے دو چند ہو گئی تو بتاؤ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۷) ایک کمر ایسی دریافت کرو کہ اگر اس کے شمار کنندہ ایک زیادہ کریں تو ۱۲ ہو جاوے اور سب نما پر ایک زیادہ کریں تو ۱۲ ہو جاوے

(۸) ایک بلی ہے ایک حصہ اس کا زمین میں نیچے گڑھے اور دوسرا اوپر ہے اور ہر حصہ کی لبنائی کو نیچے کے حصہ کی لبنائی سے ایسی نسبت ہے جیسے کہ ۵ کو ۷ سے اور نو گنا اوپر کا حصہ اور تیرہ گنا نیچے کا حصہ ملکر کل بلی کے طول کے گیارہ گنے سے بقدر ۳۶ انچہ کے زیادہ ہے تو دونوں حصوں کا طول دریافت کرو

(۹) ایک شخص نے سو آٹھ آنہ کے آنہ اور پوٹین مول لین آنہ پیسہ کے چار جا را اور پوٹین پیسے کی بانج پانچ خریدین اور انہیں سے آٹھ آنہ اور تہائی پوٹین اسی قیمت سے کہ مول لئے تھے ۳۲ روپیہ ڈالین تو تباؤ کتنے آنہ تھی اور کتنی پوٹین

(۱۰) ایک بیٹی کے پاس دو قسم کے گھیون تھے ایک کپڑے اور دوسرے بٹ جب دو سیر کے گھیون وغین تین سیر کے گھیون ملا تا تو ۱۰ سیر کے گھیون بجاتے اور جبات سیر کے گھیون اور آٹھ سیر کے گھیون ملا تا تو ۱۲ پائی کے گھیون بجاتے تو تباؤ ہر ایک قسم کے گھیون کی فی سیر کی کیا قیمت تھی

(۱۱) ایک شخص نے ۳۰ من گھیون اور ۴۰ من جوار ۱۲ روپیہ ۱۲ کو ایک شخص کے ہاتھ بیچے اور دوسرے کے ہاتھ ۵۰ من گھیون اور ۳۰ من جوار ۲۱ روپیہ ۴ آنہ کو تو قیمت فی من گھیون اور جوار کی دریافت کرو

(۱۲) ایک شخص پاس ۲۸ سیر چاول ۲۲ پائی کے سیر ہاؤ کے ہین انہن وہ دو اور قسم کے چاول ایک ۳ سیر دوسرے ۴ سیر ملا کر یہ چاہتا ہے کہ ۱۰۰ سیر چاول ۳۳ پائی کے سیر بجاوین تو تباؤ دو اور قسم کے چاول کتنے کتنے سیر ملاوین

(۱۳) موہن اور سوہن نے دس روپیہ کی بازی بدی اب اگر موہن ہارے گا تو دو دو نو پاس برابر روپیہ ہو جائیگا اور اگر سوہن ہارے گا تو سوہن کا روپیہ موہن کے روپیہ آدھا ہو جائیگا تو تباؤ ہر ایک پاس کتنا کتنا روپیہ ہے

(۱۴) ایک ایسی دریافت کرو کہ اگر شمار کنندہ پر ایک زیادہ کریں اور نسبت میں سے ایک تفریق تو وہ برابر کے ہو جائے اور اگر شمار کنندہ پر نسبت زیادہ کریں اور نسبت میں سے شمار کنندہ تفریق تو برابر کے ہو جائے

(۱۵) ایک سیدہ میں جو میں برابر برابر فاصلہ پر کھڑی ہوئی ہیں اگر ان جو بون کی خود تعداد پر فاصلہ جو باہن دو متصل کے جو بون کے ہے فٹوں سے تعبیر کر کے زیادہ کریں

تو حاصل جمع ۶۸ ہوتا ہے اور اگر دو مقل کی چوبون کی چوچند فاصلہ کو فٹوئین تعبیر کے  
اوسمین سے نصف تعداد چوبون کی کم کر دین تو باقی ہی ۶۸ ہوتے ہیں تو بتاؤ دو فو سو  
جو چوبین لگی ہوئین اومین کیا فاصلہ ہے

(۱۶) ایک شخص سوپہ کچہہ دیکر فقیر و غن تقسیم کرنے لگا اوس سوچا کہ اگر پانچ پانچ روپیہ ہر فقیر کو دیتا  
تو ۱۰ روپیہ کی اور ضرورت پڑ گئی اسلئے چار چار روپیہ ہر ایک فقیر کو دے تو پانچ روپیہ بچ رہے  
تو بتاؤ کتنے فقیر تھے اور کتنے روپیہ

(۱۷) یار لوگ شرابخانہ میں شراب پینی گئے جب دام شراب کے دینے لگے تو انہیں یہ خیال آیا  
کہ اگر تین یاروں کو اور لاتے تو ہم میں سے ہر ایک کو ایک ایک روپیہ کم دینا پڑتا اور اگر دو  
یار نہ ہوتے تو ایک ایک روپیہ ہر ایک کو زیادہ دینا پڑتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے اور ہر ایک  
نے کتنے روپیہ دئے

(۱۸) ایک مستطیل کی شکل کا فرش ہے اگر وہ اور زیادہ دو گز چوڑا اور ۳ گز لمبا ہوتا تو چوتھ  
گز اور بڑا ہوتا لیکن ۳ گز چوڑا اور ۲ گز لمبا اور زیادہ ہوتا تو اٹھ سٹہ گز اور زیادہ بڑا ہوتا  
تو اس فرش کا طول اور عرض دریافت کرو

(۱۹) ایک عدد دو مرتبہ کا ہے اور اپنی ہندسوں کے مجموعہ سے چوچند ہے اور اگر اوپر ۱۰ زیادہ کر  
تو تعداد مراتب معکوس ہوتی تو اس عدد کو دریافت کرو

(۲۰) دو ہندسوں کا ایسا عدد بتاؤ کہ ۹ زیادہ کر نیسے اس کے مراتب معکوس مع جاتی ہیں اور  
مجموعہ ان دو عددوں کا جو سطر سے پیدا ہوئے ہیں ۳۳ ہی تو بتاؤ وہ ہندسے کیا ہیں

(۲۱) ایک عدد دو مرتبہ کا ایسا ہی کہ اگر اسکی دوچند پر ۳۶ زیادہ کریں تو وہ ہی حاصل ہوتا  
کہ اسکو معکوس کر کے دوچند کرنے اور اسے ۴۳ تقربین کرتے اور عدد اپنے ہندسوں کے

مجموعہ کی چوچند سے بعد ۳ کے زیادہ ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۲۲) دو مسافر ریل پر سوار ہوئے اس کے پاس سفر کا اسباب ملے من تھا علیحدہ علیحدہ ہر ایک نے

بعد منہائی وزن معمولی کے جوئے محصول ہر ساؤ کو ساتھ لیجائی اجازت ہے محصول دیا  
ایک ۲۵ پانی دوسرے ۹ زیادہ لیکن اگر یہ سب ایک شخص پاس ہوتا تو اسکو عیس  
۲ پانی دینے پڑتے تو بتاؤ ریل پر کس قدر وزن بے محصول لیجائی ہر ایک ساؤ کو اجازت  
(۲۳) زید و بکر میں ۵ منٹ تک پس میں دوڑ مہوئی بکر ۲ گراگے تھا کہ زید اسکی پیچھے لپکا او  
زید بکر سے ۳ گراگے نکل گیا اور جتنی دیر میں زید ۳ گز چلتا ہے بکر ۲ گز چلتا ہے تو  
بتاؤ کتنے فاصلہ پر دوڑ مہوئی اور ہر ایک کی رفتار کیا تھی  
(۲۴) زید و بکر پاس کچھ کچھ روپیہ تھا زید نے بکر کو اتنا روپیہ دیا جتنا بکر پاس تھا ہر بکر  
زید کو اتنا روپیہ دیا جتنا زید پاس باقی رہا تھا اور ہر زید نے بکر کو اتنا روپیہ دیا جتنا بکر  
پاس باقی رہا اور بعد ازاں بکر نے زید کو اتنا روپیہ دیا جتنا کہ بکر پاس باقی تھا اب  
ہر ایک پاس ۱۶ روپیہ ہیں تو بتاؤ ہر ایک پاس کیا تھا  
(۲۵) زید و بکر نے ملکر ایک کام بنانا شروع کیا وہ دونو ملکر اسکو ۳۰ دن میں پورا کر لیتے ہیں  
لیکن زید ۱۸ روز بعد چلا گیا اور اکیلے بکر نے باقی کام ۲۰ دن میں پورا کیا تو بتاؤ کہ ہر ایک  
اکیلا اس کام کو کتنے دنوں میں بناتا  
(۲۶) طامس جان اور جوزف ایک پیسہ کی شراب کو ۱۵ دن میں پچاتے ہیں لیکن طامس  
اور جان ملکر جوزف سے چار تہائی شراب پیتے ہیں اور جوزف دھند شراب طامس پیتا  
تو بتاؤ ہر ایک اکیلا اس شراب کو کتنے کتنے دنوں میں پئے گا  
(۲۷) ایک حوض ہے جس میں ۱۲۰۰ ڈول پانی ہے اور اوسمیں تین موریاں اور ب اور ج ہیں  
اگر تنوں سے پانی بہا جاوی تو ۲۴ منٹ میں پر ہو جاتا ہے اور اکی مورسی بدستج کی  
موریکے ۳۰ منٹ زیادہ ہیں وہ بہتا ہے اور جتنا پانی اور ب کی رہے جاتا ہے اور اڈول کم  
ج کی مورسی نکلتا ہے تو بتاؤ ہر ایک مورسی کتنی دیر میں پانی بہر لگا  
(۲۸) زید و بکر ایک میل پر دوڑے اول دفعہ زید نے بکر کو ۲ گراگے کر کر دھکی تو وہ ۳۰ سکند



پہلے پہنچا اور دوسری دفعت سے بکر کو ۳۲ سکند پہلے چلنے دیا اور ۵ گراگے نکل گیا  
تو بتاؤ رفتار فی گھنٹہ زید کی کیا ہے

(۲۹) دریا کے ایک ہی کنارہ پر دو شہر اور بے فاصلہ ۲۴ میل کے واقع ہیں ایک شخص صبح سے  
ب تک گھنٹہ میں ۱۰ میل پہنچا کہ آدمی دو راول کشتی میں چلا اور پہر آدمی دو ریدل اور دو  
اولٹا گھنٹہ میں ۱۰ میل سے آیا کہ اول پیدل چلا اور چال دو رکھی جو پہلی دفعہ چال کی تین  
چوتھائی تھی اور دوسری کشتی میں آیا کشتی بناؤ چلتی سی پہلی سر دو چند چلتی سی تو بتاؤ رفتار آدمی کی اور  
کشتی کی کیا کیا ہے

(۳۰) ریل کی مسافر گاڑی ایک گھنٹہ چکر سبز ہٹ ٹہری اور پہلی تو اوچن ل سے کتن چوتھائی  
پہلی چال کی تھی ۱۰ میل اور ۱۰ گھنٹہ کی نیگی اگر بائیں میل در آگے چکر سبز ہٹ تھی تو نسبت نسبت  
کے ۱۰ گھنٹہ کم دیر میں پہنچی تو بتاؤ رفتار گاڑی کی کیا ہے اور فاصلہ جو اس نے طے کیا کیا ہے  
(۳۱) مال اور مسافر گاڑی نے ۱۰ میل کا سفر کیا جن وقتوں میں انہوں نے یہ مسافت طے کی  
اونہیں نسبت ۹ اور ۱۰ کی ہے اور مال گاڑی اتنی دیر ٹہرتی ہے کہ اگر اس وقت میں چلے  
تو ۱۰ میل چلے اور مسافر گاڑی اسے آوی دیر ٹہرتی ہے اور ایک گھنٹہ ۱۵ میل زیادہ ہی  
چلتی ہے تو ہر ایک گاڑی کی رفتار بتاؤ

(۳۲) ریل کی گاڑیوں میں ایک ٹرین ۹۲ فیٹ لمبی اور دوسری ۸۴ فیٹ لمبی ہے دو  
کیسان رفتار سے متوازی ٹرکوں پر چلتی ہیں جب وہ مقابل طرفوں سے آتی ہیں تو ۱۰  
سکند میں ایک کے پاس سے دوسری نکلتی ہے اور جب وہ ایک سمت میں چلتی ہیں  
تو ۱۰ سکند میں تیز چلنے والی گاڑی دوسری گاڑی کے پاس سے ہو کر نکلتی ہے تو  
دریافت کرو کہ ہر ایک گاڑی کی رفتار کیا ہے

(۳۳) دو مقاموں اور کے درمیان آہنی ٹرک بنی ہوئی ہے ایک ل گاڑی ۱۲ بجے اور مسافر  
ایک بجے چلی دو تھائی فاصلہ کو طے کر کے مال گاڑی ٹوٹ گئی اور ایک

چوتھائی رفتار کم ہو گئی ۲ بجے پر ۳ منٹ بعد شہر سے اہل در و نو گاڑیاں ٹہر گئیں اور مسافر گاڑی کی رفتار مال گاڑی کی رفتار سے جو اس کے بعد ٹوٹنے کے ہوئی دو چند نہیں تو گاڑیوں کی رفتار بتاؤ

(۳۴) کچھ روپیہ زید و بکر و عمر میں تقسیم ہوا زید کا حصہ بکر اور عمر کے حصوں کی چار ساتویں بقدر ۳۰ کے زیادہ اور بکر کا حصہ زید و عمر کے حصوں کی تین آٹھویں حصہ بقدر ۳۰ روپیہ زیادہ تھا اور عمر کا حصہ زید و بکر کے دونوں حصوں کی بقدر ۳۰ کے زیادہ تھا ہر ایک کا حصہ دریافت کرو

(۳۵) زید و بکر مزدوری ۶ دن کر کے ۴۰ روپیہ پیدا کرتے ہیں اور زید اور عمر ۹ دن مزدور کر کے ۵۴ روپیہ پیدا کرتے ہیں اور بکر و عمر ملکر ۱۰ دن ۸۰ روپیہ پیدا کرتے ہیں تو بتاؤ ہر ایک ایک دن میں کتنا پیدا کرتا ہے

(۳۶) کچھ سورن اور کچھ شلنگ اور کچھ سیکس پنس سب ملکر نو پونڈ ۶ شلنگ ۶ پنس کے تھے اور شلنگ بقدر ایک گنی کر سورس کم تھی اور بقدر ڈیڑھ گنی کے سیکس پنس سے زیادہ نو سو ہر ایک سکہ کی تعداد بتاؤ

(۳۷) زید و بکر و لون ملکر ۴۰ دن میں ایک کام کو پورا کرتے ہیں اور زید و عمر ملکر ۳۰ دن میں اور بکر و ملکر ۲۶ روز میں تو بتاؤ ہر ایک کتنے دنوں میں علیحدہ علیحدہ کام کرے گا

(۳۸) ایک عدد تین مرتبہ کاہی اور اٹھتالیس گنا اپنی ہندسوں کے مجموعہ سے ہی اور اگر ۱۹ اوسم سے کم کئے جائیں تو مراتب معکوس ہوں گے جن اور اول اور آخر ہندسوں کا مجموعہ وسط کے ہندسے دو چند ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۳۹) ایک آدمی نے ۱۰ سیل اور ۱۲ بٹیرن اور ۴ بٹیر کے بچے خریدے ۳ بٹیرن کی برابر پانچ بٹیر کے بچوں کی قیمت کی ہے اور ایک سیل اور بٹیر اور بٹیر کے بچے کی قیمت میں تعداد شلنگوں کی نسبت کل مولیٰ خرید شدہ کی بقدر ۳۰۰ کے زیادہ ہے اور کل نقدی جو اونچی خریدنے میں صرف ہوئی ۴۶۸ پونڈ ۶ شلنگ ہے تو ہر ایک جانور کی قیمت بتاؤ

(۲۶۰) ایک مساوی اور قیمت جتنی کی تقضیل فی پل تھی کہ ایک گھوڑا ۲۲ پونڈ گواناٹنر  
۲ پونڈ اشلنگ کو اور ایک بھیر ایک پونڈ اشلنگ کو بھی تھی اور پل جتنے ہیں اگر دیکھو  
چوتھائی چٹا لکھ ۲۵ بھیرین زیادہ فروخت کرتا تو بھی اوسکو یہی حساب پڑتا  
ہیون اور گھوڑوں اور بھیروں کی تعداد دریافت کرو

### چھبیسواں باب مساوات درجہ دوم

(۲۲۶) مساوات درجہ دوم اوس مساوات کو کہتے ہیں جن میں مقدار مجہول کا مجذور یا  
اور اسے زیادہ کوئی قوت مقدار مجہول کی نہ ہو

(۲۲۷) جس مساوات میں فقط مجذور ہے مقدار مجہول کا ہو تو اسکو خالص مساوات درجہ  
دوم کہتے ہیں اور اگر اوس مساوات میں مقدار مجہول کی اول قوت ہی آجائی تو اسکو  
مساوات مخلوط کہتے ہیں مثلاً  $۲ = ۵۰$  خالص مساوات درجہ دوم ہے اور

$$۲ - ۵ = ۳ + ۱۱ = ۰ \text{ مخلوط مساوات درجہ دوم ہے}$$

(۲۲۸) خالص مساوات درجہ دوم کی حل کا قاعدہ یہ ہے کہ بموجب قاعدہ حل مساوات درجہ  
کی قیمت مجذور مقدار مجہول کی دریافت کرو پھر جذر لیلو تو مقدار مجہول کی قیمت  
دریافت ہوگی

$$\text{مثلاً حل کرو کہ } ۱۳ - ۲ = ۵ - ۱۰$$

۳۰ میں ضرب دیکھو مساوات کو کسر سے خالص و

$$\text{تو } ۱۰ (۱۳ - ۲) = ۳ (۵ - ۱۰) = ۱۸۰$$

$$\text{ہو اسطی } ۱۳ = ۱۵ + ۳۰ + ۱۸۰ = ۳۲۵$$

$$\text{ہو اسطی } ۱۳ = \frac{۳۲۵}{۱۳} = ۲۵$$

$$\text{جذر نکالو تو } ۵ = ۱۱$$

اس مساوات میں بموجب قاعدہ مساوات درجہ اول کے لائبہ ۲۵ کے دریافت کیا ہو اسطی

جذر کے ہو حساب میں ۲۵ کا جذر ۵ ہے اور جذر مقابلہ میں ۵ یا ۵ اس واسطے کہ موجب قاعدہ علامات کی۔  $5 \times 5 = 25$  اس واسطے لا برابر کسی قیمت ۵ یا ۵ کے دو شرط مساوات پوری ہوگی اور اس بیان کو اس طرح لکھا کرتے ہیں کہ

(۲۲۹) اب ہم مساوات درجہ دوم مخلوط کی حل کا قاعدہ بیان کرتے ہیں

ظاہر ہے کہ اگر  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  کو فی نصف ضرب دیں تو ہم کو یہ حاصل ہوگا کہ

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

پس  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  ایک مجذور کامل ہے اس واسطے کہ وہ مجذور  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  کا ہے

پس اگر  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  کا مجذور کامل بنانا ہو تو  $\frac{1}{4}$  یعنی  $\frac{1}{4}$  کی نصف مثال کا مجذور کر کے جمع کریں

یہ بات مساوات درجہ دوم کی حل کرینا جز اعظم ہے اب ہم اس کی مثالیں کچھ لکھتے ہیں

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  میں نصف مثال  $\frac{1}{4}$  کی ۳ ہیں پس  $\frac{3}{4}$  کو جمع کرو تو ہم کو یہ حاصل ہوگا کہ

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \text{ یعنی } \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

اور  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  میں نصف مثال  $\frac{1}{4}$  کی ۵ ہیں اس کی مجذور  $\left(\frac{5}{4}\right)^2$  یعنی  $\left(\frac{5}{4}\right)^2$  کو

جمع کرو تو  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{5}{4} = \frac{7}{4}$  یعنی  $\left(\frac{7}{4}\right)^2$  حاصل ہوگا

اور  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  میں نصف مثال  $\frac{1}{4}$  کی ۶ ہیں جمع کرو  $\left(\frac{6}{4}\right)^2$  کو تو ہم کو حاصل ہوگا کہ

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{8}{4} \text{ یعنی } \left(\frac{8}{4}\right)^2$$

اور  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  میں نصف مثال  $\frac{1}{4}$  کی ۸ ہیں جمع کرو  $\left(\frac{8}{4}\right)^2$  یعنی  $\left(\frac{8}{4}\right)^2$  کو

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{10}{4} \text{ یعنی } \left(\frac{10}{4}\right)^2 \text{ حاصل ہوگا}$$

اس عمل کو تکمیل مجذور کہتے ہیں

(۲۳۰) مساوات درجہ دوم مخلوط کے حل کرینا یہ قاعدہ ہے کہ تعلیق مختصا کر کے

مساوات کی صورت ایسی بنا لو کہ سب رقبین جنہیں مقدار مجہول ہو مساوات کی ایک طرف ہوں اور

سر لا کا + ۱ ہو اور ہر طرف میں مساوات پر لا کے نصف مثال کا مجذور زیادہ کر کے ہر ایک طرف مساوات کا جذر لو

مثالوں سے یہ بات ظاہر ہو جاوے گی کہ ہر طرح پر عمل کرنے سے وہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جسے مقدار مجہول کی قیمتیں آسانی سے فوراً معلوم ہو جاتی ہیں

$$(۲۳۱) \text{ حل کرو لا } - ۱۱۰ + ۲۲ = ۰$$

$$\text{تقلیب سے لا } - ۱۱۰ = ۲۲$$

$$\text{زیادہ کرو } (\frac{۱}{۲}) \text{ تو لا } - ۱۱۰ + ۵ = ۲۲ + ۲۵ = ۱$$

$$\text{جذر طرفین مساوات کا لو تو لا } - ۵ = \pm ۱$$

$$\text{تقلیب مساوات سے لا } = ۵ = ۱ \pm ۵ = ۵ + ۱ \text{ یا } ۵ - ۱$$

اسے معلوم ہوا کہ لا = ۵ یا ۱

اور یہ بات بہت آسان ہے کہ ان قیمتوں میں ہر ایک کو مساوات میں رکھ کر آزمائیں کہ وہ شرائط مساوات کو پورا کرتی ہیں یہ طالب علموں کے لئے سودمند مشق ہے کہ وہ قیمتیں مساوات میں رکھ کر اس کا امتحان صحت کیا کریں

$$(۲۳۲) \text{ حل کرو } ۵۵ - ۱۲ - ۵۳ = ۰$$

$$\text{تقلیب مساوات } ۵۵ = ۱۲ + ۵۳$$

$$\text{پس ۳ پر تقسیم کرو تو لا } - \frac{۵۵}{۳} = \frac{۱۲}{۳} + \frac{۵۳}{۳}$$

$$\text{زیادہ کرو } (\frac{۲}{۳}) \text{ تو لا } - \frac{۵۵}{۳} + \frac{۱۲}{۳} = \frac{۵۵}{۳} + \frac{۹}{۳} = \frac{۶۴}{۳}$$

$$\text{جذر طرفین مساوات کا لیا تو لا } - \frac{۶۴}{۳} = \pm \frac{۸}{۳}$$

$$\text{تقلیب سے } ۵ = \frac{۶۴}{۳} \pm \frac{۸}{۳} = ۵ \text{ یا } \frac{۶۴}{۳}$$

$$(۲۳۳) \text{ حل کرو } ۳۵ - ۱۲ + ۱۱ = ۰$$

$$\text{تقلیب سے } ۳۵ = ۱۲ - ۱۱$$

$$\text{تقسیم ۲ پر کرو تو لا } + \frac{۳۵}{۲} = \frac{۱۲}{۲} - \frac{۱۱}{۲}$$

$$\text{جمع کرو } (\frac{۳}{۲}) \text{ کو تو لا } + \frac{۳۵}{۲} + \frac{۱۱}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = \frac{۲۸}{۲} = ۱۴$$

$$\text{جذر کا لو تو لا } + \frac{۳۵}{۲} = \pm \frac{۱۴}{۲}$$

$$\text{تقلیب مساوات سے لا } = -\frac{۳۵}{۲} \pm \frac{۱۴}{۲} = -۵ \text{ یا } -۷$$

$$(۲۳۴) \quad \text{حل کرو کہ } لا^۲ - لا - ۱ = ۰$$

$$\text{تقلیب مساوات سے } لا^۲ - لا = ۱$$

$$\text{زیادہ کرو } لا^۲ تو لا - لا^۲ = ۲ + ۱ = ۳ \quad ۵ = ۳ + ۱$$

$$\text{جذر نکالو تو } لا - لا^۲ = ۲ \quad ۵ \pm ۲$$

$$\text{تقلیب مساوات سے } لا = ۲ \pm ۵$$

اب یہاں ۵ کا پورا جذر نہیں نکل سکتا لیکن حساب میں جذرہ کا جتنا چاہیں قریب قریب حقیقی جذر کے نکال سکتے ہیں اسلئے قیمت لا کی جہاں تک چاہیں اصل قیمت کی قریب قریب نکال سکتے ہیں

(۲۳۵) اب تک جو مثالیں حل کی ہیں انہیں دو مختلف قیمتیں مساوات درجہ دوم کی

دریافت ہوئیں لیکن بعض صورتیں ایسی ہوتی ہیں کہ حقیقت میں ایک ہی قیمت معلوم ہوتی

$$\text{جیسے مساوات } لا^۲ - لا + ۱۲ = ۰ \quad \text{جذر لیا تو } لا - لا = ۰ \quad \text{اس واسطی } لا = ۰$$

اسے معلوم ہوا کہ ایسی صورت میں یہ کہہنا کہ مساوات کی دو برابر قیمتیں ہیں نہایت مناسب

$$(۲۳۶) \quad \text{حل کرو } لا^۲ - لا + ۱۳ = ۰$$

$$\text{تقلیب مساوات سے } لا^۲ - لا = -۱۳$$

$$\text{زیادہ کرو } لا^۲ تو لا - لا^۲ = ۱۳ - ۱۳ = ۰$$

اب جذر نکالو

$$\text{تو } لا - لا^۲ = ۰$$

نفسہ

لیکن ۰ کا جذر حقیقی ہے نہ تقریبی اسلئے کہ ہر ایک عدد خواہ منفی ہو یا مثبت جب اس کو

ضرب دینگے تو مثبت حاصل ہوگا پس اس صورت میں مساوات درجہ دوم کو کسی اصلی قیمت نہیں

رکھتی ایسی قیمتوں کو بعض اوقات غیر ممکن قیمتیں یا موهوم قیمتیں کہتے ہیں اور اس جذر کو جذر تخیلی

$$(۲۳۷) \quad \text{حل کرو } لا^۲ - لا + ۱ = ۰$$

یہاں نسب نمایوں کو ذو صغاف اقل ۴ (لا - ۱) میں مساوا کو ضرب دیکر کسر سے خالص

$$\text{تو } لا^۲ - لا + ۱ = ۰$$

تقلیب مساوات سی لا-۲=۱۵  
 اور زیادہ کروا کو تو لا-۲=۱+۲=۱۶  
 جذر نکالو تو لا-۱=±۴  
 اس واسطے لا=۱+۴=۵ یا-۳

(۳۸) حل کرو لا+۱۵=۵۰-۱۲+۱۲  
 $\frac{۴۰+۱۲}{۱۴۰} = \frac{۵۰-۱۲}{۱۴۰}$

پس ۵۰ میں جو دو اصناف اقل ۱۵ و ۱۴۰ کا ہے مساوات کو ضرب دو تو

۴۰+۱۲=۵۰-۱۲  
 ۱۲+۱۰  
 ۱۴۰  
 ۲۱۰-۴۰=۱۰  
 ۱۴۰

اس واسطے ۱۴۰ (۵۰-۱۲) = (۲۱۰-۴۰) (۱۲+۱۰)

یعنی ۵۴۰-۱۴۰=۹۵۰-۲۱۰۰-۱۴۰-۱۴۰

اس واسطے ۱۴۰=۵۴۰-۲۱۰۰-۱۴۰-۱۴۰

اس واسطے ۲۹۰=۱۴۰+۱۴۰

زیادہ کرو (۱۹/۲)

تو لا+۱۹=۱۹/۲+۲۹۰=۳۹۱/۲

جذر بنا تو لا+۱۹=±۳۹

اس واسطے لا=۱۹-۳۹ یا ۱۰-۲۹

(۳۹) حل کرو لا+۳=۳/۲+۳/۲  
 $\frac{۳-۱۲}{۱-۱۲} = \frac{۳+۱۲}{۲-۱۲}$

کسروں سے مساوات کو خالص کرو تو

(۳-۱۲)(۲+۱۲)(۳-۱۲) = (۱-۱۲)(۲+۱۲)(۳-۱۲) + (۱-۱۲)(۲-۱۲)(۳+۱۲)

یعنی لا-۱۲+۱۱+۴+۲-۱۲-۵+۶=۳-۱۲-۸+۱۲

یعنی ۲-۱۲-۱۲+۱۱+۲=۳-۱۲-۸+۱۲

اس واسطے لا-۲=۰

زیادہ کرو تو لا-۲=۲+۲=۴

جذر لو تو لا-۲=±۲

اس واسطے لا=۲±۲=۴ یا-۲

ہینے جو یہ عمل و سبکی سطرین لکھا ہر وہ قاعدہ کو موافق کیا ہر ورنہ اسکی کچھ ضرورت نہیں

نتیجہ جواو سے حاصل ہوا آسانی سے سطح نقل آتا ہے کہ لا-۴ = لا = ۱۰ او کو سطح سے لکھ سکتے ہیں کہ (۴-لا) = ۱۰ اور صورت میں یہ بات ظاہر ہے کہ کیا تو لا-۴ = ۰ یا لا = ۰ یعنی لا = ۴ یا ۰ کے طالب علم نے اس مثال میں دیکھا ہوگا کہ جب لا میں کہ دور ہوئی تو ۲ لا دونوں طرف مساوات کو پالی گئی اس سبب وہ دونوں طرف ساقط ہوئی اور مساوات مساوات درجہ دوم کی ہو گئی

(۲۴۰) ہر مساوات درجہ دوم کی صورت میں ڈھل سکتی ہے اسلئے صورت عامہ مساوات درجہ دوم یہ ہے کہ لا + ف لا + ق = جسمین ف اور ق اعداد معلومہ کو خواہ وہ صحیح ہوں کس ہوں خواہ مثبت یا منفی ہوں تعبیر کرتی ہیں

اسو اسلئے کہ درجہ دوم میں موجب حدود کے مجذور سے زیادہ کوئی قوت مقدار مجہول کی نہیں ہو سکتی اور قہین یک طرف مساوات کی آسکتی ہیں اور اگر ضرورت ہو تو مساوات کی علامات تبدیل ہو سکتی ہیں جس سے مجذور کی مثال مثبت ہو جاوے اور پھر مثال لا پر مساوات کو تقسیم کر سکتے ہیں

مثلاً فرض کرو کہ لا-۴ لا = ۵

یہاں لا-۴ لا = ۵

اسو اسلئے لا-۴ لا + ۵ = ۰

اسو اسلئے لا-۴ لا + ۵ = ۰

پس اس مثال میں ف = -۴ اور ق = ۵

(۲۴۱) حل کرو لا + ف لا + ق = ۰

تقلیباًت سے لا + ف لا = -ق

زیادہ کر دو (ف) تو لا + ف لا + (ف) = -ق + ف = ف - ۲ ق

جذر نکالو لا + ف = - (ف - ۲ ق)

اسو اسلئے لا = - (ف - ۲ ق) = - (ف - ۲ ق)



(۲۴۲) مساوات درجہ دوم  $لا + ف + لا + ق =$  کی قیمتوں کی قوانین عامہ جبر میں معلوم ہوئی  
یعنی لا برابر

$$-ف + لا (ف-۲ ق) - ف - لا (ف-۲ ق) کے ہوگا$$

اب ان قوانین عامہ سے نتائج عظیمہ نکال کر بتلاتے ہیں وہ ہر یک مساوات درجہ دوم کے لئے درست  
اور صحیح ہونگی اسلئے کہ بموجب دفعہ ۲۴۲ کو وہ نتائج صحت عامہ مساوات درجہ دوم کی ہیں گویا  
ہر نتیجہ جو اس مساوات کے لئے ثابت ہوتا ہے وہ ہر مساوات کے واسطے ثابت ہے

(۲۴۳) مساوات درجہ دوم کی دو قیمتیں ہوتی ہیں یعنی زیادہ نہیں ہو سکتی کہ ہم ادھر ثابت  
کرا لے ہیں کہ مساوات عامہ کی جو قیمتیں نکلیں وہ دو مقررہ جملے ہیں اور ان سے  
ایک یا دوسرے جملہ قیمت ہوتا ہے

(۲۴۴) کسی مساوات درجہ دوم میں جس کی قیمتیں سب یک طرف مساوات کی ہوں اور سر مجز  
مقدار مجہول کا ایک ہو تو مجموعہ قیمتوں کا برابر ہوگا دوسری رقم کی مثال کی جس کی علامت  
بدل دی جاوے اور حاصل ضرب اون قیمتوں کا برابر آخر جز کے ہوگا

$$\text{اس واسطے کہ مساوات } لا + ف + لا + ق = ۰ \text{ میں}$$

$$\text{مجموعہ قیمتوں کا } -ف + لا (ف-۲ ق) + -ف - لا (ف-۲ ق) \text{ یعنی } -ف \text{ ہے}$$

اور حاصل ضرب قیمتوں کا

$$-ف + لا (ف-۲ ق) \times -ف - لا (ف-۲ ق) = -ف - لا (ف-۲ ق) \text{ یعنی } -ف \text{ ہے}$$

(۲۴۵) دفعہ بالا نہایت توجہ اور غور کے قابل ہے وہ ایک مثال ایسی ہے کہ جس دو باتیں معلوم  
ہوتی ہیں کہ جبر مقابکہ نتائج عامہ کی کیا خاصیت ہوتی ہے دوسرے یہ کہ نتائج عامہ کے نکالنے کی تیز  
کیا ہوتی ہے مساوات میں جو ابھی پہلے حل کی ہیں اور ان میں طلب علم کو جو ابھی کہ ان نتائج کا استعمال  
کر کے اون کی صحت کو جانچیں مثلاً دفعہ ۲۴۲ کے مساوات کی یہ صورت بناؤ کہ

$$لا - \frac{۱۴}{۳} = \frac{۵۵}{۳} = ۰$$

قیمتین مساوات کی ۵ اور - ۱۱ میں مجموعہ مشترکاً  $\frac{۲}{۳}$  ہے اور حاصل ضرب اون کا -  $\frac{۵۵}{۳}$  ہے  
(۱۴۶)  $۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ = ۱۵$  حاصل کرو

تقلیب ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰  
پس ۱۱ پر تقسیم کرو تو  $\frac{۱۱}{۱۰} = ۱ + \frac{۱}{۱۰}$   
زیادہ کرو  $\frac{۲}{۱۰}$

$$\begin{aligned} \text{تو } ۱ + ۲ + ۳ + ۴ &= \frac{۲}{۱۰} + \frac{۱۱}{۱۰} = \frac{۱۳}{۱۰} \\ \text{جذر لو تو } ۱ + ۲ &= \frac{۲}{۱۰} + \frac{۱۱}{۱۰} = \frac{۱۳}{۱۰} \\ \text{اس واسطی } ۱ + ۲ &= \frac{۲}{۱۰} + \frac{۱۱}{۱۰} = \frac{۱۳}{۱۰} \end{aligned}$$

(۲۴۷) قوانین عامہ جبریہ جو دفعات ۲۴۱ و ۲۴۶ میں مذکور ہوئی وہ ہر ایک مساوات درجہ دوم کے حل کرنے میں متعل ہو سکتی ہیں مثلاً مساوات ۳ - ۱۱ - ۵۵ = ۰ تقسیم ۳ پر کرو تو  
 $۱ - \frac{۱۱}{۳} - \frac{۵۵}{۳} = ۰$

اب قوانین عامہ جبریہ دفعہ ۲۴۱ کو جنس قیمتین مساوات ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰ کی حاصل ہوتی ہیں خیال کرو تو  $۱ - \frac{۱۱}{۳} - \frac{۵۵}{۳} = ۰$  پس اس مساوات مفروضہ کی قیمتین تکو معلوم ہو جائینگے مگر دفعہ ۲۴۶ کی قوانین عامہ کو کام میں لاوین تو اور بھی آسانی ہوگی اور  
کسر کا بکثیرانہ پڑے گا مثلاً مساوات ۳ - ۱۱ - ۵۵ = ۰ ہے تو اس میں

۱ = ۳ و ۲ = - ۱۱ و ۳ = - ۵۵ پس اون قوانین عامہ جبریہ میں جنس قیمتین  
مساوات ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰ کی دریافت ہوئی ہیں

یعنی  $۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۱۰$  میں ۱ و ۲ وغیرہ کی قیمتین رکھو

$$\frac{(۱۶ + ۶۶)}{۶} = ۱۲ \text{ یعنی } \frac{(۶۶ + ۶۶)}{۶} = ۲۲$$

یعنی  $\frac{۲۶ + ۶۶}{۶} = ۱۵$  یا - ۱۱ حاصل ہونگی

مثلاً نمبری ۲۶

$$(۱) ۲ (۱۵ - ۱۱) + ۳ (۱۱ - ۱۵) = ۳۳ (۲) (۱۵ - ۱۱) (۱۵ + ۱۱) = ۲۰۰$$

$$۳۴ = \frac{(۲۰ - \sqrt{۵})^۲}{۲} - \frac{(۱۱ - \sqrt{۵})^۲}{۵} \quad (۳)$$

$$\frac{۹}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} + \frac{۱}{۲} \quad (۴)$$

$$\cdot = ۴ + ۱۱۵ - \sqrt{۵} \quad (۸)$$

$$۲ + ۱۱۵ = ۱ - \sqrt{۵} \quad (۱۰)$$

$$۵۳ + ۱۱۵ - \sqrt{۵} = ۲ + ۱۱۱۰ + \sqrt{۵} \quad (۱۲)$$

$$۲۰ = (۲ - \sqrt{۵})(۱ - \sqrt{۵}) \quad (۱۳)$$

$$۱۱۸ = (۲ - \sqrt{۵}) \quad (۱۴)$$

$$۲ = \frac{\sqrt{۵}}{۲} - \frac{۹}{\sqrt{۵}} \quad (۱۸)$$

$$\frac{۳ - \sqrt{۵}}{۴} = ۲ - \sqrt{۵} \quad (۲۰)$$

$$\delta = \frac{1}{۳ - \sqrt{۵}} + \sqrt{۵} \quad (۲۲)$$

$$\frac{\delta - \sqrt{۵}}{۳} - \delta = \frac{۱ + \sqrt{۵}}{۲} \quad (۲۳)$$

$$\frac{\delta}{۲} = \frac{۲۱}{\delta + \sqrt{۵}} + \frac{\sqrt{۵}}{۲} \quad (۲۴)$$

$$\frac{۱۳}{۴} = \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ + \sqrt{۵}} + \frac{۲ + \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} \quad (۲۸)$$

$$\delta = \frac{(۱ + \sqrt{۵})^۲}{۱ - \sqrt{۵}} - \frac{(۱ - \sqrt{۵})^۲}{۱ + \sqrt{۵}} \quad (۳۰)$$

$$\frac{۱۳}{۴} = \frac{۱ + \sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} + \frac{\sqrt{۵}}{۱ + \sqrt{۵}} \quad (۳۲)$$

$$\frac{۱۳}{۴} = \frac{۱ + \sqrt{۵}}{۲ + \sqrt{۵}} + \frac{۲ + \sqrt{۵}}{۱ + \sqrt{۵}} \quad (۳۳)$$

$$\delta = \frac{۲ + \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} + \frac{۲ + \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} \quad (۳۴)$$

$$\frac{۹}{\delta} = \frac{۱ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} - \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} \quad (۳۸)$$

$$\frac{۲}{\delta} = \frac{۲}{۲ + \sqrt{۵}} - \frac{۱}{۲ - \sqrt{۵}} \quad (۴۰)$$

$$\frac{\sqrt{۵} - ۱۵}{(\sqrt{۵} - ۱)^۲} = \frac{\sqrt{۵}}{۱ - \sqrt{۵}} \quad (۴۲)$$

$$\cdot = \frac{1}{۴} + \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} - \frac{۱ - \sqrt{۵}}{۱ - \sqrt{۵}} \quad (۴۴)$$

$$\lambda = \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲} + \frac{۲ - \sqrt{۵}}{\delta} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{۳} = \frac{۲}{۳ + \sqrt{۵}} - \frac{۲}{۳ - \sqrt{۵}} \quad (۵)$$

$$\cdot = ۲ + ۱۱۳ - \sqrt{۵} \quad (۷)$$

$$۲۲ = ۱۱۱۰ + \sqrt{۵} \quad (۹)$$

$$۳۹ = ۱۱۲ - \sqrt{۵} \quad (۱۱)$$

$$۲۲ - \sqrt{۵} = (۲ + \sqrt{۵})(۱ + \sqrt{۵}) \quad (۱۳)$$

$$۱ - \sqrt{۵} = (۱ - \sqrt{۵})^۲ \quad (۱۵)$$

$$\cdot = ۱۰ + ۱۱۴ - \sqrt{۵} \quad (۱۷)$$

$$\frac{\delta}{\sqrt{۵}} + ۲ = \sqrt{۵} \quad (۱۹)$$

$$\sqrt{۵} + \sqrt{۵} - ۱ = \frac{\sqrt{۵} - \sqrt{۵}}{۲} - \frac{\sqrt{۵} + \sqrt{۵}}{۲} \quad (۲۱)$$

$$۲۲ = \frac{\sqrt{۵} - ۱۲}{۲ - \sqrt{۵}} - \sqrt{۵} \quad (۲۳)$$

$$۱۲ = \sqrt{۵} + \frac{۱ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} \quad (۲۵)$$

$$\frac{\sqrt{۵} - ۱}{۲} = \frac{\sqrt{۵}}{۲} + ۱ + \sqrt{۵} \quad (۲۷)$$

$$\frac{1}{۲} = \frac{۲ + \sqrt{۵}}{۲} + \frac{۲}{۲ + \sqrt{۵}} \quad (۲۹)$$

$$۲ = \frac{۲ + \sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} + \frac{\sqrt{۵}}{۲ + \sqrt{۵}} \quad (۳۱)$$

$$۱ = \frac{\sqrt{۵}}{۲ + \sqrt{۵}} + \frac{\sqrt{۵}}{۱ + \sqrt{۵}} \quad (۳۳)$$

$$\frac{۹}{\delta} = \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ + \sqrt{۵}} - \frac{۱ + \sqrt{۵}}{۱ - \sqrt{۵}} \quad (۳۵)$$

$$\frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۱ - \sqrt{۵}} - \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} \quad (۳۷)$$

$$\frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} - \frac{۱ - \sqrt{۵}}{۲ - \sqrt{۵}} \quad (۳۹)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{(۱ + \sqrt{۵})^۲} - \frac{۲}{(۱ - \sqrt{۵})^۲} \quad (۴۱)$$

$$\frac{\sqrt{۵}}{۲} = \frac{۲ - \sqrt{۵}}{۲ + \sqrt{۵}} + \frac{۱ + \sqrt{۵}}{۱ - \sqrt{۵}} \quad (۴۳)$$

$$\frac{5}{2} = \frac{5-12}{2-12} + \frac{3-12}{5-12} \quad (۲۶) \quad \frac{5}{2} = \frac{5-12}{2-12} - \frac{1+12}{(5-12)2} \quad (۲۷)$$

$$\frac{5}{2} = \frac{12}{12} - \frac{2+1}{1-12} \quad (۲۸) \quad \frac{1}{3} = \frac{5-12}{2-12} + \frac{2-12}{5-12} \quad (۲۹)$$

$$(12-100)122 = (10+12) \quad (۵۰) \quad (9-12)2 = (3-12) \quad (۲۹)$$

$$\frac{12}{2+12} = \frac{5}{2+12} + \frac{2}{12+1} \quad (۵۲) \quad \frac{12}{12+12} = \frac{2}{12} + \frac{5}{2+12} \quad (۵۱)$$

$$\frac{2+12}{5-12} 2 = \frac{2+12}{2-12} + \frac{2-12}{2+12} \quad (۵۴) \quad \frac{1-12}{1-12} = \frac{1-12}{2-12} + \frac{1+12}{2+12} \quad (۵۳)$$

$$\frac{12}{4+12} = \frac{5}{12+12} + \frac{2}{2+12} \quad (۵۶) \quad \frac{2}{(1-12)2} = \frac{5}{4} - \frac{1-12}{1+12} \quad (۵۵)$$

$$\frac{12+12}{1+12} = \frac{2+12}{2-12} + \frac{1+12}{1-12} \quad (۵۸) \quad \frac{12+12}{14+12} = \frac{2-12}{2+12} + \frac{1-12}{1+12} \quad (۵۷)$$

$$\frac{2-12}{1+12} = \frac{9-12}{2-12} - 12 \quad (۶۰) \quad \frac{11-12}{1-12} = \frac{1-12}{2+12} + \frac{1-12}{1+12} \quad (۵۹)$$

$$2(12+2) = 12(12) \quad (۶۲) \quad 0 = 1-12+12+12 \quad (۶۱)$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \quad (۶۴) \quad \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \quad (۶۳)$$

ستائیلون باب ایسی ساتین جو مست و ادبہ دوم کی طرح حل ہو سکتی ہیں

(۲۴۸) بہت سی مساواتیں ایسی ہوتی ہیں کہ وہ ٹھیک ٹھیک مساوات ادبہ دوم تو نہیں ہوتیں مگر

تکمیل مجذور حل ہوتی ہیں اب ہم اسکی روشنائی لکھتے ہیں

$$(۲۴۹) \text{ حل کرو } 1 = 12 - 12$$

$$\frac{1}{12} = \frac{12}{12} + 1 = \left(\frac{1}{12}\right) + 12 - 12$$

$$\frac{1}{12} \neq \frac{1}{12} - 12$$

$$\text{اسو اسی } 12 = \frac{1}{12} \neq \frac{1}{12} = 12 - 1$$

$$\text{اب کعب نکالو تو } 12 = 12 - 1 \text{ کے}$$

$$(۲۵۰) \text{ حل کرو } 12 = (12 - 12 + 12) \sqrt{12 + 12 + 12}$$

$$12 = (12 - 12 + 12) \sqrt{12 + 12 - 12 + 12}$$

$$\text{اب دائیں طرف مساوات کے دو جملہ میں ایک } (12 - 12 + 12) \text{ اور دوسرے } 12 - 12 + 12$$

اور پہلا جملہ مجذور اور دوسرے جملہ کا سے تو اب ہم تکمیل مجذور کر سکتے ہیں  
زیادہ کرو  $(\frac{2}{3})$  تو

$$4 + 2 - 13 = 2 - 13 + 4 \quad \sqrt{2 - 13 + 4} = \frac{2}{3} = \frac{4}{9} + 2 = (\frac{2}{3})^2 + (2 - 13 + 4)$$

$$\frac{2}{3} \pm = \frac{4}{9} + (2 - 13 + 4)$$

$$\text{اس واسطے } 1 - 13 = \frac{4}{9} \pm \frac{2}{3} = 2 - 13 + 4$$

$$\text{اول فرض کرو کہ } 1 = 2 - 13 + 4$$

طرفین مساوات مجذور کر دو تو  $1 = 1 - 13 + 4$

یہ معمولی مساوات درجہ دوم کی ہے اس کے حل کرنے سے  $1 = \frac{2 - 13 + 4}{9}$  حاصل ہوگا

$$\text{دوم فرض کرو کہ } 1 = 2 - 13 + 4$$

$$\text{مجذور دونوں طرف مساوات کا تو تو } 16 = 2 - 13 + 4$$

یہ معمولی مساوات درجہ دوم کی ہے اس کے حل کرنے سے  $16 = 2 - 13 + 4$  حاصل ہوگا کہ  $16 = 2 - 13 + 4$

پس کل قیمتیں لاکھ ۱۶ یا ۱۶ یا  $\frac{2 - 13 + 4}{9}$  دریافت ہوگی

ایک بڑی غور کی بات ان قیمتوں میں یہ کہ اگر ان قیمتوں کی صحت کا امتحان کریں مثلاً  $16 = 2 - 13 + 4$  کی کہیں تو  $16 = 2 - 13 + 4$  حاصل ہوگا اور  $16 = 2 - 13 + 4$  یعنی دو قیمتیں ہوں

$16 + 2 - 13 = 4$  اور جب  $16$  اصل مساوات میں کہیں تو وہ مساوات میں ٹھیک نہیں بیگی

لیکن اگر قیمت  $16$  میں تو مساوات درست رہتی ہے اگر ہم  $16 = 2 - 13 + 4$  کی مساوات میں کہیں

تو ہم کو وہی نتیجہ سابق حاصل ہوگا اس نتیجہ کا پیدا ہونا پہلے ہی سے سمجھ میں آتا تھا اس لئے

کہ مساوات  $16 = 2 - 13 + 4$  اصل مساوات کے نکالی تھی اور پہلے اسے قیمتیں

$16 = 2 - 13 + 4$  کی حاصل کی تھیں اور اگر ہم  $16 = \frac{2 - 13 + 4}{9}$  کہیں تو ہم کو یہ حاصل ہوگا

کہ  $16 = 2 - 13 + 4$  اور اگر ہم  $16 = 2 - 13 + 4$  کی لین تو اصل مساوات ٹھیک

بیگی اور یہ نتیجہ پہلے ہی سے خیال میں آتا تھا درحقیقت ان مساواتوں میں سے

$$16 = 2 - 13 + 4$$

$$16 = 2 - 13 + 4$$

خواہ کسی مساوات کو حل کریں ملاکی چار قیمتیں دو نوغین یکسان حاصل ہوگی لیکن قیمتیں ۱۲ یا ۶  
 ٹھیک ٹھیک مساوات اول سے تعلق کہتی ہیں اور قیمتیں  $3 - \frac{21}{2}$  ٹھیک ٹھیک

مساوات دوم سے تعلق کہتی ہیں

(۲۵۱) مساواتیں ایسی ہی ہوتی ہیں کہ تکمیل مجذور اور انقلاب مساوات اوغین ایک نوغیا کی دفعہ  
 کیجائی تو مشاات درجہ دوم کی صورت پیدا ہوتی ہے و مثالین سطر ح کی بھی لکھتے ہیں

$$(252) \text{ حل کرو } 2 - \sqrt{13 - 3} = 4$$

$$\text{تقلیب سے } 2 - \sqrt{13 - 3} = 4$$

$$\text{مجذور کرو تو } 2 - \sqrt{13 - 3} = 4 \Rightarrow 2 - \sqrt{10} = 4$$

$$\text{تقلیب کے } 2 - \sqrt{10} = 4 \Rightarrow -\sqrt{10} = 2$$

$$\text{تقسیم کرو } 2 - \sqrt{10} = 4 \Rightarrow -\sqrt{10} = 2$$

اس مساوات درجہ دوم کو حل کر کے ہکو معلوم ہوگا کہ  $2 - \sqrt{10} = 4$  یا  $2 - \sqrt{10} = -4$  کی مساوات اصلی میں قیمت

ٹھیک بیٹھی ہے لیکن قیمت ۴ مساوات  $2 - \sqrt{10} = 4$  سے تعلق ہے

$$(253) \text{ حل کرو } \sqrt{9 + 18} = \sqrt{4 + 12} + \sqrt{1 + 4}$$

$$\text{مجذور کرو تو } \sqrt{9 + 18} = \sqrt{4 + 12} + \sqrt{1 + 4} \Rightarrow 3 + \sqrt{18} = 2 + \sqrt{12} + 1 + \sqrt{4}$$

$$\text{تقلیب مساوات سے } 3 + \sqrt{18} = 2 + \sqrt{12} + 1 + \sqrt{4} \Rightarrow \sqrt{18} = \sqrt{12} + \sqrt{4} - 1$$

$$\text{مجذور کرو } \sqrt{18} = \sqrt{12} + \sqrt{4} - 1 \Rightarrow 18 = 12 + 4 - 2\sqrt{12} + 4 - 2\sqrt{4} + 1$$

$$\text{یعنی } 18 = 12 + 4 - 2\sqrt{12} + 4 - 2\sqrt{4} + 1 \Rightarrow 18 = 21 - 2\sqrt{12} - 2\sqrt{4}$$

$$\text{تقلیب مساوات سے } 18 = 21 - 2\sqrt{12} - 2\sqrt{4} \Rightarrow -3 = -2\sqrt{12} - 2\sqrt{4}$$

مساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہکو حاصل ہوگا کہ  $5 - \frac{19}{12}$  اصلی مساوات میں

قیمت ۵ کی تو ٹھیک بیٹھی ہے مگر  $\frac{19}{12}$  مساوات

$$\sqrt{9 + 18} = \sqrt{4 + 12} + \sqrt{1 + 4} \Rightarrow \sqrt{27} = \sqrt{16} + \sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{27} = 4 + \sqrt{5}$$

(۲۵۴) طالب علم کو مثلاً بالا سے معلوم ہوا ہوگا کہ اوں صورتو غین کہ معمولی مساوات درجہ

دوم کی حاصل کرنے کے لئی ہکو مجذور کرنا پڑتا ہے تو یہ تحقیق نہیں معلوم ہوا کہ آخر کو جو قیمتیں

حاصل ہوئیں وہ اصل مساوات کو لئے درست ہیں یا نہیں جب تک اونکا امتحان نہ کریں  
(۲۵۵) بعض مساواتیں ایسی ہوتی ہیں کہ کچھ تو وہ تراکیب کو رہ بالا کر استعمال کے حل ہوتی ہیں  
اور کچھ عقل کے زور سے ایسی ہی دو مثالیں لکھتے ہیں

$$(۲۵۶) \text{ حل کرو } \frac{۷-۹}{۷+۹} - \frac{۷+۹}{۷-۹} = \frac{۴-۷}{۴+۷} - \frac{۴+۷}{۴-۷}$$

ہر ایک طرف مساوات کا نسب نامہ متحد بناؤ تو

$$\frac{(۷-۹)^۲ - (۷+۹)^۲}{۷^۲ - ۸۱} = \frac{(۴-۷)^۲ - (۴+۷)^۲}{۴^۲ - ۷۲}$$

$$\frac{۷۳۶}{۷^۲ - ۸۱} = \frac{۷۱۶}{۴^۲ - ۷۲} \text{ یعنی}$$

یہاں ظاہر ہے کہ ایک قیمت تو لا = کی ہے اور ایک قیمت در وقت کر نیچے لے کر طرفین مساوات کو ۸۱ پر تقسیم کرو  
تو  $\frac{۷۳۶}{۷^۲ - ۸۱} = \frac{۴}{۴^۲ - ۷۲}$

$$\text{اوسطی } ۴ (۷^۲ - ۸۱) = (۴^۲ - ۷۲) ۹$$

$$\text{اوسطی } ۱۳ لا^۲ = ۱۴۴ + ۳۲۴ = ۴۶۸$$

$$\text{اوسطی } لا = ۳۶ \text{ اور } لا = ۶$$

پس قیمتیں مساوات کی ۰ اور ۶ اور ۶ ہیں

(۲۵۷) حل کرو لا - لا + لا + لا = ۰ یہاں ظاہر ہے کہ ایک قیمت لا = ہے تو ہم مساوات کو  
اس طرح لکھ سکتے ہیں کہ لا - لا = لا + لا (۱-لا) اور قیمت کو دریافت کرنے کے لئے اول لا - اور پھر تقسیم کرو  
تو لا + لا + لا + لا = لا

اس مساوات درجہ دوم کو حل کر کے ملو حاصل ہوتا ہے کہ لا = ۱۲ یا ۱۳ پس تین قیمتیں  
مساوات مفروضہ کی ۱ اور ۱۲ اور ۱۳ ہیں

## امثلہ نمبری ۲۷

$$(۱) لا - لا + لا + لا = ۰ \quad (۲) لا - لا + لا + لا = ۰$$

$$(۳) لا + لا = (۵ + لا) \sqrt{۸} \quad (۴) لا + لا = (۹ + لا) \sqrt{۸}$$

$$(۵) لا + لا + لا = لا + (۱ + لا + لا) \sqrt{۸} \quad (۶) لا + لا + لا = لا + لا + لا$$

$$(۷) لا = (۳ - لا) + (۱۶ + لا + لا) \sqrt{۸}$$

$$(9) \quad \sqrt{a-13+11} - 244 = 11+11(9) \quad 34+11=119+(28+119-11)$$

$$(10) \quad \sqrt{3-11} - 11 = \sqrt{3+11-11} - 11$$

$$14 = \sqrt{5+11+11} - 11+11(12) \quad 10 = \sqrt{2+11+11} - 11+11(11)$$

$$\sqrt{3-11} - 11 = \sqrt{9+11} - 11(13) \quad \sqrt{11-2} - 11 = 11(13)$$

$$11 = 11+11(1-11) - 11(16) \quad \sqrt{11} = \sqrt{3+11} - \sqrt{11+11}(15)$$

$$\sqrt{11+11} - 11 = \sqrt{14-11+11} - 11+11(14)$$

$$\sqrt{11+11} - 11 = \sqrt{24-11+11} - 11+11(18)$$

$$(19) \quad \sqrt{11+11} - 11 = \sqrt{11+11} - 11+11(19)$$

$$1 - 11 = \sqrt{11+11} - 11+11(20)$$

$$\frac{11}{11+1} = \frac{1}{11+1} - \frac{1}{11-1} \quad (22) \quad \frac{1+1}{1-1} = \frac{\sqrt{11-11} - 11+11}{\sqrt{11-11} - 11-11}$$

$$= \frac{1}{11-11} + \frac{1}{11+11} + \frac{1}{1-11} + \frac{1}{11+11} \quad (23)$$

$$1-11 = \frac{\sqrt{11-11} - 11-11}{\sqrt{11-11} - 11+11} - \frac{\sqrt{11-11} - 11+11}{\sqrt{11-11} - 11-11} \quad (24)$$

$$\frac{11}{11+11} - \frac{11}{11-11} = \frac{11-11}{11+11} - \frac{11+11}{11-11} \quad (25)$$

$$(26) \quad \sqrt{11+11} - 11 = \sqrt{11-11} - 11+11 \quad (27) \quad \sqrt{11+11} - 11 = \sqrt{11-11} - 11+11$$

### امثالوں کے مسائل سے مسائل درجہ دوم

(۲۵۸) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ ۱۵ اور حاصل ۵۴ ہو۔ فرض کرو کہ ایک عدد کو تعبیر کرتا ہے تو ۱۵-۱۱ دوسرے عدد کو تعبیر کرے گا اور بموجب فرض کے

$$54 = (15-11)11$$

$$54 = 11-15$$

$$\frac{9}{11} = \frac{225}{11} + 54 = \left(\frac{15}{11}\right) + 11-15$$

$$\frac{9}{11} \pm = \frac{15}{11} - 11$$

$$9 \pm = \frac{15}{11} \pm = 11$$



اگر ہم لا = ۹ کے لین تو دوسرا عدد ۱۵ - لا = ۶ اور اگر ہم لا = ۶ کی سلیں تو ۱۵ - لا = ۹ پس دو عدد مطلوبہ ۶ و ۹ ہوئے باوجودیکہ مساوات درجہ دوم سے دو قیمتیں لا کی دریافت ہوتی ہیں مگر سوال کا حل ایک ہی طرح پر ہے ۵

(۲۵۹) ایک سوداگر نے کچھ روپیہ کو سبب خرید اور اسکو ۲۴ روپے کو بیچ ڈالا اس بیچے میں اسکو اس قدر نقصان فیصدی ہوا جس قدر روپیہ کو سبب مول لیا تھا تو بتاؤ کہ کتنے کو سبب مول لیا۔ فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے اس روپیہ کو جو اس نے سبب خریدنے میں لگایا تو لا - ۲۴ نہ نقصان کو تعبیر کرے گا اور بموجب شرط سوال کے نقصان اسکا لا فیصدی روپیہ ہوا ہے تو نقصان اصل کا  $\frac{1}{11}$  حصہ ہوگا

$$\text{اسو اسٹے لا} \times \frac{1}{11} = ۲۴ - لا \quad \text{اسو اسٹے لا} = ۱۰۰ - لا = ۲۴۰۰$$

اس مساوات درجہ دوم سے ہم کو حاصل ہوگا کہ لا = ۴۰ یا ۶۰ پس اس حل سے جو نتیجہ نکلیگا وہ یہ ہوگا کہ سوداگر نے کیا تو ۴۰ روپے کا یا ۶۰ روپے کا سبب خریدا تھا ان دونوں سے شرائط سوال پوری ہوتی ہیں ۵

(۲۶۰) ۹ روپے برابر برابر کچھ آدمیوں میں تقسیم ہوئے اگر وہ دو کم آدمیوں پر تقسیم ہوتے تو ہر ایک کے حصہ میں ایک ایک آنہ زیادہ آتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد آدمیوں کی تو ہر ایک کا حصہ  $\frac{1}{11}$  آنہ ہوگا

لیکن اگر وہ ان ۲ آدمی ہو تو ہر ایک کا حصہ  $\frac{1}{11}$  آنہ ہوگا

$$\text{اسو اسٹے بموجب شرط سوال کے } \frac{1}{11} = \frac{1}{11} + ۱$$

$$\text{اسو اسٹے } ۱۱ = ۱۱ + (۲ - لا) + (۲ - لا)$$

$$\text{اسو اسٹے لا} = ۲۸۸$$

اس مساوات درجہ دوم سے ہم کو حاصل ہوتا ہے کہ لا = ۱۸ یا ۱۶ کے پس اس سے معلوم ہوگا کہ تعداد آدمیوں کی ۱۸ ہے جس سے شرائط سوال کی پوری ہوتی ہیں طالب علم ضرور سبب کو پوچھے گا کہ ۱۶ کی معنی بھی

سوال کی شرائط پورا کر بیچنے لئے کچھ ہو سکتی ہیں یا نہیں سہائی ہم ایک سوال حل کرتے ہیں جو اس سوال سے بہت ہی تعلق رکھتا ہے

(۲۶۱) ۹ روپیہ برابر برابر آدمیوں میں تقسیم ہوئے اگر وہ دو یا زیادہ آدمیوں پر تقسیم ہو تو ہر ایک کے

حصہ میں ایک ایک آنہ کم آتا تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہے تعداد آدمیوں کی تو مثل سابق کے یہی مساوات حاصل ہوگی کہ

$$1 - \frac{12}{100} = \frac{12}{100}$$

اس واسطی ۲۸۸ = ۷۲ + ۷

اس واسطی ۱۸ = ۱۶ + ۷

سوال اول میں تو ایک نتیجہ ایسا نکلا تھا کہ شرائط سوال کو پورا کرتا تھا اور ۱۶ بیکار تھا اسکو

کچھ سوال سے لگاؤ نہ تھا یہاں اس سوال میں ۱۶ ایک نتیجہ ایسا نکلا ہے کہ شرائط سوال کو پورا کرتا ہے

اور ۱۸ محض بیکار اور سوال سے کچھ تعلق نہیں رکھتا

(۲۶۲) دفعہ ۲۶۱ میں جو نتیجہ پیدا ہوئی ہیں وہ اکثر سوالات حل کر نہیں سکتے ہیں ایسے نتیجے

پیدا ہوتے ہیں کہ وہ سوال سے کچھ علاقہ نہیں رکھتے وجہ کی یہ معلوم ہوتی ہے کہ ہمارے روزمرہ

کی بول چال میں جو مطلب ہوتا ہے وہ جبر مقابلہ میں زیادہ عام طور پر ادا ہوتا ہے اور مساوات

سواہ شرائط سوال کے اور شرائط کو بھی بیان کرتے ہیں تجربہ اور مشق سے ضرورتاً معلوم ہو جائے گا کہ

پیدا ہوا جائیگا کہ نتائج میں سے جو آخر کو سوال کے حل کرنے سے پیدا ہونگے اور نتائج کا وہ

انتخاب کر لیں گے جو سوال سے علاقہ رکھتے ہیں اور یہ بات بھی اونکو حاصل ہو جائیگی کہ جو

نتیجہ ایسے حاصل ہوئے ہیں کہ وہ سوال سے کچھ علاقہ نہیں رکھتے ہیں اونکو مطابق صورت سوال

کچھ اور میں تغیر و تبدل کر کے بنالین اسکی توضیح دفعہ ۲۶۱ میں ہوئی اور اب ایک اور

مثال لکھتے ہیں

(۲۶۳) اگر ۱۰ آب ۲ کے انہوں میں زیادہ آتے تو ایک کوڑی آنہ کی قیمت میں سپائی

کم ہو جائیں تو بتاؤ فی کوڑی آنہ کی کیا قیمت ہے

فرض کرو کہ لایک کوڑی آنہوں کی قیمت کو تعبیر کرتا ہے تو ہر ایک آنہ کی قیمت  $\frac{1}{10}$  ہوگی  
اسلئے تعداد آنہوں کی جو ڈھائی آنہ خریدی جائیگے  $20 \div \frac{1}{10}$  یعنی  $200$  ہوگی اور اگر ڈھائی فی کوڑی قیمت  
کم ہوتی تو تعداد آنہوں کی جو ڈھائی آنہ میں خرید جاتے  $20 \div \frac{1}{10}$  ہوتی ہو سکتی ہے بوجہ شرط سوال

$$10 + \frac{1}{10} = \frac{101}{10}$$

$$\text{ہو اسلئے } 40 = 10(20 - 1) + (20 - 1)$$

$$\text{اسلئے } 180 = 10(20 - 1)$$

اس مساوات درجہ دوم سے ہم کو حاصل ہوتا ہے

$$\text{کہ } 12 - 1 = 11$$

پس اسی معلوم ہوا کہ قیمت فی کوڑی آنہوں کی ڈھائی یعنی سوا آنہ ہی اور ۱۲ پائی یعنی ایک نہ سواں مفصلہ  
کا جواب ہو کہ اگر آنہ ۲ کے آنہوں میں کم آتے تو ایک کوڑی آنہوں کی قیمت میں تین پائی زیادہ ہو جاتے

## سوالات نمبری ۲۸

- (۱) ۶۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اول کا حاصل ضرب ۸۶۴ ہو
- (۲) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ مجموعہ اول کا ۶۰ ہو اور مجموعہ اول کے مجذور کا ۱۸۶۲
- (۳) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اول کا حاصل ضرب ۶ ہو اور اول کا حاصل ضرب ۲۰
- (۴) ایسے تین عدد دریافت کرو کہ دوسرے عدد دونہائی اول عدد کی ہو اور تیسرے عدد اول کا ہو اور مجموعہ اول عددوں کے مربعوں کا ۵۴۹ ہو
- (۵) دو عدد اول کا حاصل تفریق ۲ ہے اور مجموعہ اول کے مربعوں کا ۲۴۴ ہے ان اعداد کو دریافت کرو
- (۶) ۱۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اول کا حاصل ضرب اگر اول کے مربعوں کے مجموعہ پر زیادہ کیا جائے تو ۷۶ حاصل ہوں
- (۷) ایک ایسا عدد دریافت کرو کہ اس کو اس کے جذر پر زیادہ کریں تو ۲۱۰ حاصل ہوں
- (۸) ایک عدد دوسرے عدد سے ۶ گنا ہے اور حاصل فرق ان عددوں کا ۱۴۴ ہے ان کو بتلاؤ
- (۹) محتاجین ۱۱۰ من آٹا تقسیم ہوا اگر ہر ایک محتاج کو ایک من آٹا اور زیادہ ملتا تو اوٹنے من آٹا ملتا جتنے وہ غریب آدمی تھے تو بتاؤ آدمی کتنے تھے

(۱۰) مسافروں نے سراسرین جا کر کھانا کھایا اور سب کھانے کی قیمت ۱۰ روپیہ ۱۵ ہوئے دو مسافر اور تین مفلس تھے انھوں نے کچھ نہیں دیا اس سبب ہر ایک کو اپنے حصہ میں دس لے اور زیادہ دینے پڑے تو ان مسافروں کی تعداد بتلاؤ؟

(۱۱) ایک حوض میں دو نالیوں سے پانی آتا ہے ایک نالی ایسی ہے کہ ۶ گھنٹہ پہلے نسبت دوسری نالی کے حوض بھر دیتی ہے اور دو نالیوں سے ۴ گھنٹہ میں حوض پُر ہوتا ہے تو بتاؤ ہر ایک نالی سے کتنی دیر میں حوض پُر ہو گا؟

(۱۲) ایک شخص نے کچھ تھان کپڑے کے ۴۲ روپے ۳ روپے خریدا اور ۳ روپہ فی تھان کے حساب سے سارا کپڑا لیا ہوا بیچ ڈالا تو اسکو فائدہ اتنا حاصل ہوا جسے کو ایک تھان خریدا تھا تو بتاؤ تعداد تھانوں کی کیا تھی؟

(۱۳) زید و بکر ملکر ایک کام کو ۱۴ ۱/۲ دن میں تمام کرتے ہیں اور زید بکر سے اکیلا ۱۲ دن کم میں اس کام کو پورا کرتا ہے تو بتاؤ زید کتنے دن میں اکیلا اس کام کو ختم کریگا؟

(۱۴) ایک شخص نے ۱۸ کلو گرام خرید اگر ایک پائی سیر گوشت کے دام زیادہ ہوتے تو اسکو ۳ سیر گوشت کم ہاتھ لگتا تو بتاؤ کتنا گوشت اُسے خریدا؟

(۱۵) ایک قسم کے چاولوں کی ۴ سیر پلہ کی قیمت بہ نسبت دوسری قسم کے چاولوں کے پلہ پونے دو آنے زیادہ ہے اور پہلی قسم کے چاول سواروپہ کی بہ نسبت دوسری قسم کے چاولوں کے آٹھ سیر کم آتے ہیں تو بتاؤ فی پلہ کیا قیمت ہے؟

(۱۶) ایک شخص نے اسباب کچھ روپیہ کا خریدا اور اسکو ۴۲ روپیہ کو بیچ ڈالا اور بیچنے میں اسکو اتنا فیصدی فائدہ ہوا جسے کو اُسے خریدا تھا تو بتاؤ کتنے کا اسباب خریدا تھا؟

(۱۷) ایک مربع کا ضلع ایک سے دس انچہ طول میں ہے تو اس میں سے تھیل کا طول اور عرض دریافت کرو جبکہ مجموعہ اضلاع مربع کے مجموعہ سے ۴ انچہ زیادہ ہے اور رقبہ اس کا مربع کے رقبہ سے بقدر ۴ انچہ مربع کے کم ہے؟

(۱۸) اون بوتامونکی قیمت فی درجن بتاؤ جو ایک آنے میں ۲ کم آئیں اگر قیمت فی درجن ایک پائی زیادہ ہو جائے ؟

(۱۹) دو قاصد زید و بکر ایک ہی وقت ۹۰ میل کے فاصلہ پر روانہ کئے گئے زید ایک میل فی گھنٹہ بکر سے زیادہ چلا اور بکر سے ایک گھنٹہ پہلے منزل مقصود پہنچ گیا تو بتاؤ ہر ایک نے کس قدر مسافت فی گھنٹہ طے کی ؟

(۲۰) ایک میندرا پاس کچھ بیگھے زمین سے جسکی جمع سرکاری ۸۷ روپے ۸ روپہ ادا کرتا ہے ۸ بیگھے زمین تو اوس نے اپنے پاس رہنے دی اور باقی اور کاشتکار و نوخو جمع کراری سے ۵ روپی بیگھ زیادہ لگان پر دیدی اور اسید طرح اوسکو ساری جمع سرکاری اور ڈھائی روپیے نفع کے حاصل ہوئے تو بتاؤ کتنے بیگھے زمین اوس پاس تھی ؟

(۲۱) دو شھر و نئے جنم فاصلہ ۳۲ میل کا تھا زید و بکر ملنے کے ارادہ سے چلے زید ۸ میل فی یوم بہ نسبت بکر کے زیادہ چلتا ہے اور اتنے دنو میں وہ دونوں ملے کہ انکی تعداد نصف اُن میلوں سے تھی جو بکر فی یوم چلتا تھا تو بتاؤ ایک نے کتنی ملاقات کے وقت تکے کی ؟

(۲۲) ایک تن شراب پہلے ہوا تھا اور اُس میں ۸ گیلن شراب خالص تھی ایک شخص نے کچھ شراب نکالی اور اُسکی جگہ پانی بھر دیا اور پھر دوبارہ اُس برتن میں سے اُس قدر شراب پانی کی ملی ہوئی نکالی جس قدر پہلے شراب خالص نکالی تھی اب اوس برتن میں جو شراب خالص رہی وہ ۶۴ گیلن تھے تو بتاؤ ہر دفعہ اوس نے کتنی شراب نکالی ؟

(۲۳) ایک کمپنی نلگون کی ہے وہ ایک برج کی شکل پر کھڑی ہوئی تھی اور ایک پلٹن تھی ایسی سی سا کمپنیان تھیں وہ ایک خالی مربع کی شکل پر جبکہ اندر چار مربع درمربع بنائے گئے تھے صاف بصف کھڑی ہوئی تھیں اور ہر مربع پہلے مربع سے سولہ گنا ہو تا و کمپنی میں کتنے نلگے تھے ؟

(۲۴) تین مسای برتن پورے ہرے ہوئے رکھے ہیں ایک تن میں پانی اور دوسرے برتن میں برانڈی اور تیسرے میں برانڈی و پانی ملی ہوئی اگر دوسرے برتن کو ایک تن میں کر لیں تو پچھ

مخلوط شراب اور آب نو گنی تیز نسبت اوس مخلوط شراب کے ہوگی جو پہلے اور تیسرے برتن کو ایک برتن میں کر نیسے بنتی ہو تو بتاؤ کس نسبت سے شراب و پانی تیسرے برتن میں بہا ہوا ہے (۲۵) ایک شخص نے پانچ ہزار روپیہ کی غنیمت حاصل سو فیصدی پر قرض سال کے آخر میں اونیسوا سو یا اور ۲۵ روپیہ اسی طرح کے اور باقی اصل میں ملا کر دوسرے سال پہاڑی سو روپیہ پہلے سال کے قرض کی اور دوسرے سال کے انجام میں اونیسوا روپیہ ۵۳۸۲ یا بتاؤ سود کیا فیصدی تھا

**اونیسوا و باب مساوات درجہ دوم ایک مجهول سے زیادہ مجهولوں کی**

(۲۶۴) اب ہم چند مساواتیں ہمساز درجہ دوم کی حل کرنے کے فقط ان کی دو صورتیں ایسی ہیں کہ جنکے لئے قاعدے بیان ہو سکتے ہیں دو صورتوں میں دو مقداریں مجهول ہوتی ہیں اور یہ دو مقداریں مجهول لا اور د سے ہمیشہ تعبیر ہوتی ہیں

(۲۶۵) صورت اول تو یہ ہے کہ ایک مساوات انہیں مساوات درجہ اول کی ہو اور دوسری مساوات درجہ دوم کی قاعدہ مساوات درجہ اول سے قیمت کسی مجهول کی رقموں میں نکالو اور اس قیمت کو مساوات درجہ دوم میں بچاؤ اس مجهول کے رکھ لو

مثال حل کرو کہ  $۷۳ + ۱۸ = ۱۸۰$  اور  $۷۳ - ۱۸ = ۵۶$

مساوات اول سے  $x = \frac{۱۸ - ۷۳}{۷۳}$  اس قیمت کو مساوات دوم میں رکھو تو

$$۵ = \frac{(۷۳ - ۱۸) ۷۳}{۷۳}$$

$$۸ = ۷۲ - ۷۵۴ + ۷۹ = ۸$$

$$۸ = ۷۵۴ - ۷۲۹$$

اس مساوات کو حل کریں تو معلوم ہوگا کہ  $۷۲ - ۱۸ = \frac{۷۳}{۷۹}$

اور اس قیمت کو قیمت د میں رکھنے سے معلوم ہوگا کہ  $۷۳ - ۱۸ = ۵۶$

$$(۲۶۶) حل کرو کہ  $۷۳ + ۱۸ = ۱۸۰$  اور  $۷۳ - ۱۸ = ۵۶$$$

یہاں دو مساواتوں میں کوئی مساوات درجہ اول کی نہیں ہے لیکن انہیں سے ہم مساوات درجہ اول کی پیدا کر سکتے ہیں طرہ سے کہ اول مساوات کو ۲ میں اور دوسری کو ۳ میں ضرب دیں تو

مساوات درجہ دوم درمجموع کے

$$4\lambda + 10\lambda - 14 = 14 - 2 = 12 \text{ اور } 4\lambda - 9 = 12 - 9 = 3$$

اسوٹے تقریبی کرنے سے  $4\lambda - 10 = 14 - 12 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 12 - 9 = 3$

$$\text{یعنی } 4\lambda - 10 = 2 \text{ اور } 4\lambda - 9 = 3$$

اس مساوات سے پہلے حاصل ہوتا ہے کہ  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$  اس قیمت کو مساوات مفروضہ میں لکھیں

$$3 = 4\lambda - 10 \text{ اور } 3 = 4\lambda - 9$$

$$3 = 4\lambda - 10 \text{ اور } 3 = 4\lambda - 9$$

$$3 = 4\lambda - 10 \text{ اور } 3 = 4\lambda - 9$$

اس مساوات درجہ دوم کو حل کرنے سے  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$  اس قیمت کے رکھنے سے  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$  کے حاصل ہوتا ہے

(۲۴۷) دوسری صورت یہ ہے کہ ارقام جنہیں مقدار مجموعی اصل مساوات میں ہو دو درجہ

جملہ متجانہ ہو قاعدہ فرض کرو کہ  $n = 14$  اس قیمت کو دونوں مساواتوں میں رکھو

اور ان کو باہم تقسیم کرنے سے قیمت  $n$  کی دریافت ہو جاوے گی

$$\text{مثال فرض کرو کہ } 4\lambda + 10 = 14 \text{ اور } 4\lambda - 9 = 3$$

فرض کرو کہ  $n = 14$  اور اس قیمت کو مساواتوں میں رکھو

$$14 = (4\lambda + 10) \text{ اور } 14 = (4\lambda - 9)$$

$$\text{تقسیم کرنے سے } \frac{14}{4} = \frac{4\lambda + 10}{4} = \frac{4\lambda - 9}{4}$$

$$\text{اسوٹے } 14 = (4\lambda + 10) \text{ اور } 14 = (4\lambda - 9)$$

$$\text{اسوٹے } 14 = (4\lambda + 10) \text{ اور } 14 = (4\lambda - 9)$$

$$\text{اسوٹے } 14 = (4\lambda + 10) \text{ اور } 14 = (4\lambda - 9)$$

اس مساوات درجہ دوم سے پہلے حاصل ہوتا ہے کہ  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$

اس مساوات  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$  میں بجائے  $n$  کے رکھنے سے  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$  کے حاصل ہوتا ہے

اور چونکہ  $n = 14$  اور اگر اسی مساوات میں بجائے  $n$  کی لکھیں تو  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$

اور چونکہ  $n = 14$  اور اگر اسی مساوات میں بجائے  $n$  کی لکھیں تو  $4\lambda - 10 = 2$  اور  $4\lambda - 9 = 3$

$$۲۸ + ۲۵ + ۱۷ = ۸۸ \text{ و } ۲۸ - ۱۵ + ۲ = ۱۵$$

تفریق کرنے سے  $۳۵ + ۳ = ۳۸$  سو  $۳۸ - ۲۲ = ۱۶$

اور پہر دوسری مساوات کو ۲ میں ضرب دو اور پہلی مساوات تفریق کرو

$$۳۸ - ۳۵ = ۳$$

$$۱۶ - ۱۵ = ۱$$

$$\text{پس ضرب دہ سے } ۳۸ - ۲۲ = (۱۶ - ۱۵)$$

$$\text{یعنی } ۲۸ - ۲۵ = ۳$$

کے  
تین

اس مساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ  $۸ = ۸$  یا پہلی قیمت کو مساواتوں

$$۲۸ + ۲ = ۳۰ \text{ اور } ۲۸ - ۱۵ = ۱۳$$

اتے  $۸$  اور  $۲$  کی قیمتیں معلوم ہو سکتی ہیں اور اس طرح دوسری قیمت  $۸$  کی مساواتوں میں لکھیں

تو  $۸$  اور  $۲$  کی قیمتیں معلوم ہو جائیں گی

$$(۲۸) \text{ حل کرو } ۲۸ + ۳۵ + ۱۷ = ۸۸ \text{ اور } ۲۸ - ۱۵ + ۲ = ۱۵$$

فرض کرو کہ  $۸ = ۸$  اور اس قیمت کو بجای  $۲$  کے لکھو

$$۲۸ + (۲ + ۳ + ۱۷) = ۸۸ \text{ اور } ۲۸ - (۱۵ - ۱۶) = ۱۵$$

$$\text{سو } ۲۸ + ۲ = ۳۰ = \frac{۲۸ + ۳ + ۱۷}{۲ + ۳ + ۱۷} = \frac{۳۰}{۳۰} = ۱$$

$$\text{سو } ۲۸ - ۱۵ = ۱۳ = \frac{۲۸ - ۱۵ + ۲}{۲ - ۱۵ + ۱۶} = \frac{۱۳}{۱۳} = ۱$$

$$\text{سو } ۲۸ + ۱۲ = ۴۰ = ۳۲ - ۸$$

$$\text{سو } ۲۸ - ۳ = ۲۵ = ۸ - ۱۶$$

اس مساوات درجہ دوم سے ہم کو حاصل ہوگا کہ  $۸ = ۸$  یا  $۲ = ۲$

اس مساوات  $۲۸ + (۲ + ۳ + ۱۷) = ۸۸$  میں  $۸$  کی جگہ  $۲$  رکھو تو  $۳ = ۳$

اور چونکہ  $۸ = ۸$  اور قیمت  $۸ = ۲$  مساوات میں رکھیں تو وہ ٹھیک

نہیں بیٹھتی اس لئے کہ  $۸ = ۸$  کے ہوتا ہے جو ناممکن ہے مساوات جسے قیمت  $۸$  کی

نکلتی ہے وہ اس طرح سے لکھی جاسکتی ہے کہ



لا (۲+ن) (ن+۱) = ۷۰ اور لا (۲+ن) (ن-۳) = ۵۰  
 آتے معلوم ہوتا ہے کہ قیمت ن کی جو ۲+ن = ۰ کی لکھنی حاصل ہوتی وہ مساوات میں نہیں لگ سکتی

$$\frac{۷۰}{۲+ن} = \frac{۵۰}{ن-۳} \Rightarrow ۷۰(ن-۳) = ۵۰(۲+ن)$$

(۲۹۹) مساواتیں ایسی ہی ہوتی ہیں جنکی صورت ان دونوں صورتوں میں سے ایک ہی ہو  
 اور نکاحل فقط ذہن لڑانے سے ہوتا ہے اور بعض حکمتیں ہیں جنسے کہ مساوات حل ہوجاتی ہے اور  
 حکمتیں آنی تجربہ اور مشق پر موقوف ہیں جیسا اب علم مشق کر لیا تو اسکو ایک ملکہ حاصل  
 ہو جا دے گا کہ وہ مساوات کی صورت دیکھ کر بتلا دے گا کہ اس حکمت سے پہلے حل ہوتی ہے یا  
 یہی چند مثالیں لکھتے ہیں

(۲۷۰) حل کرو لا + ۵ = ۷ اور لا + ۳ = ۴۵

تقسیم کرنی  $\frac{۴۵}{۵} = \frac{۳+لا}{۳+لا}$

یعنی لا - لا + ۳ = ۳ + ۳ = ۱۳

اس مساوات اور مساوات لا + ۵ = ۷ کو ملا کر دیکھیں تو وہ صورت اول پیدا ہوئی  
 جسکے حل کرنیکا قاعدہ اول بیان ہوا اور ایک اور طرح اس مساوات کے حل کرنیکی پہلے کہ

لا + ۵ = ۷ مجذور کرو تو

(۱) لا + ۲ لا + ۳ = ۲۵

(۲) لا - لا + ۳ = ۱۳

تفریق کرنے سے ۱۲ = لا + ۳

اسی واسطے لا = ۹

(۳) اور لا = ۱۴

مساوات (۳) کو مساوات (۱) سے تفریق کرو

تو لا - لا + ۲ لا + ۳ = ۹

مجذور لینے سے لا - لا + ۳ = ۳

پس ان دو مساواتوں میں لا + ۵ = ۷ اور لا - لا + ۳ = ۳ سے معلوم ہوتا ہے

کہ لا = ۱۴ یا ۷ کے اور لا = ۷ یا ۱۴ کے

(۲۷۱) حل کرو  $لا + ز = ۷۱ = ۷۰ + ۱$  یا یہ مساوات بموجب صورت دوم کے حل ہو سکتی ہے  
یا اس طرح سے بھی حل ہوتی ہیں کہ او ان یکجہ مساواتیں حاصل ہوتی ہیں کہ

$$\left\{ \begin{array}{l} لا + ز = ۷۰ + ۱ = ۷۱ \\ لا + ز = ۷۰ - ۱ = ۶۹ \end{array} \right. \text{جنہیں جزریں سے لا + ز = ۷۰ اور لا - ز = ۱}$$

اسو اوسط  $لا = ۷۰$  یا  $۷۱$  اور  $ز = ۱$  یا  $۰$

(۲۷۲) حل کرو  $لا + ز = ۱۱۹$  اور  $لا + ز = ۱۳۳$

$$\text{تقسیم کرنے سے } \frac{لا + ز}{لا + ز} = \frac{۱۳۳}{۱۹} = ۷$$

یعنی  $لا - ز = ۷$

پس اب یہ دو مساواتیں حل کر نیکی لئے حاصل ہوئیں کہ

$$لا + ز = ۱۱۹ \text{ اور } لا - ز = ۷$$

جمع کرنے اور تفریق کرنے سے ہکو یہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$لا + ز = ۱۱۳ \text{ اور } لا = ۶$$

دفعہ ۲۷۱ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہوگا کہ

$$لا = ۳ \text{ یا } ۱۲ \text{ اور } ز = ۲ \text{ یا } ۳$$

(۲۷۳) حل کرو کہ  $لا - ز = ۲$  اور  $لا - ز = ۲۷۲$

$$\text{تقسیم کرنے سے } \frac{لا - ز}{لا - ز} = \frac{۲۷۲}{۲} = ۱۳۶$$

یعنی  $لا + ز = ۱۳۶$

$$(۱) \text{ یعنی } لا + ز = ۱۳۶ \text{ اور } لا - ز = ۲$$

$$لا - ز = ۲$$

مجذور کرنے سے  $لا = ۲$  اور  $ز = ۴$

$$(۲) \text{ اسو اوسط } لا + ز = ۴ \text{ اور } لا - ز = ۲۷۲$$

مجذور کرنے سے  $لا = ۲$  اور  $ز = ۱۴$

$$(۳) \text{ اسو اوسط } لا + ز = ۲ \text{ اور } لا - ز = ۱۴$$

اب مساوات (۲) و (۳) مساوات (۱) میں کہتے ہوئے  $لا + ز = ۱۴$  اور  $لا - ز = ۲$  اور  $لا + ز = ۲$  اور  $لا - ز = ۱۴$

$$\text{یعنی } لا = ۲۰ \text{ اور } ز = ۵$$

$$\text{اسو اوسط } لا = ۲۱ \text{ اور } ز = ۵$$

اور اس مساوات درجہ دوم سے ہکو حاصل ہوتا ہے کہ لاء = ۳ یا - ۷ کی  
 او کو مساوات لاء = ۲ کے ساتھ ملا کر ہم پہلے رکالینکے کہ لاء = ۳ یا - ۱۱ اور ۱ یا - ۳ اور اگر  
 لاء = - ۷ کے لین تو قیمتیں لاء اور ۲ کی ناممکن نکلتے ہیں اسوقت دفعہ ۲۳۴ کو ذرا دیکھ لو

امثلہ نمبری ۲۴

$۲۰ = ۵۵ + ۵۵$  و  $۳۰ = ۵۵ - ۵۵$  (۲)  $۲۱ = ۵۵ + ۵۵ - ۵۵$  و  $۱ = ۵۵ - ۵۵$  (۱)  
 $۸ = ۵۵ + ۵۵$  و  $۴ = (۵۵ + ۵۵) ۴ = (۵۵ - ۵۵) ۵$  (۴)  $۱۰ = ۵۵ + ۵۵$  و  $۴ = ۵۵ + ۵۵$  (۳)  
 $۴۴ = ۵۵ - ۵۵ + ۵۵ + ۵۵ - ۵۵$  و  $۴۵ = ۵۵ - ۵۵$  (۴)  $۴۵ = ۵۵ + ۵۵$  و  $۳ = ۵۵ - ۵۵$  (۵)  
 $۱ = ۵۵ - ۵۵$  و  $۴۰ = ۵۵ + ۵۵ - ۵۵ + (۴ - ۵) (۸) ۴۴ = ۵۵ + ۵۵$  و  $۱۲ = ۵۵ + ۵۵$  (۶)  
 $۴ = ۵۵ - ۵۵$  و  $۴۱ = (۵۵ + ۵۵) \frac{۵}{۱۲} + \frac{۴}{۱۲} + ۵۵ + ۵۵$  (۹)  
 $۰ = ۵۵ - \frac{۵۵}{۱۲} - \frac{۴}{۱۵}$  و  $۵۵ - ۵۵ = \frac{۴}{۱۰} + \frac{۵}{۱۲}$  (۱۰)  
 $۵۵ = ۲ + ۵۵$  و  $۴ = ۲ + ۵۵$  (۱۲)  $۵۵ = ۵۵ - ۵۵$  و  $۵۵ = ۲ + ۵۵$  (۱۱)  
 $۵۵ = ۵۵$  و  $۵۵ = (۱ + ۵۵) ۴$  و  $۵۵ = (۱ + ۵۵) ۸$  (۱۳)  
 $۵۵ + ۵۵ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  و  $۲ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  (۱۴)  $۵۵ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  و  $۲ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  (۱۵)  
 $۱ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  و  $۱ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  (۱۸)  $۵۵ + ۵۵ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  و  $۲ = \frac{۴}{۱۲} + \frac{۵}{۱۲}$  (۱۶)  
 $۳۴ = ۵۵ + ۴$  و  $۴۵ = ۵۵ + ۵۵$  (۲۰)  $۳ = ۴ - ۵۵$  و  $۲۸ = ۵۵ + ۴$  (۱۹)  
 $۴ = ۴ - ۵۵$  و  $۱۵ = ۵۵ - ۴$  (۲۲)  $۴۸ = ۴ - ۵۵$  و  $۵۴ = ۵۵ - ۴$  (۲۱)  
 $۴ = ۴ - ۵۵$  و  $۲۱ = ۴ - ۵۵ + ۵۵$  (۲۴)  $۸ = ۴ + ۵۵$  و  $۲۸ = ۵۵ + ۴$  (۲۳)  
 $۹۰ = ۴ + ۵۵$  و  $\frac{۵}{۴} = \frac{۴ - ۵۵}{۴ + ۵۵} + \frac{۴ + ۵۵}{۴ - ۵۵}$  (۲۴)  $۱۱۵ = ۴ + ۵۵$  و  $۵۴ = ۵۵ + ۴$  (۲۵)  
 $۳ = ۴ - ۵۵$  و  $\frac{۱۱}{۱۲} = \frac{۴ - ۵۵}{۴ + ۵۵} + \frac{۴ + ۵۵}{۴ - ۵۵}$  (۲۸)  $۴۸ = \frac{۴}{۲} = \frac{۴ + ۵۵}{۴ - ۵۵}$  (۲۶)  
 $(۴ - ۵۵) ۴ = (۴ + ۵۵) ۸$  و  $۱۵۸ = (۴ - ۵۵) ۴ + (۴ + ۵۵) ۸$  (۲۹)  
 $۸۰ = (۴ - ۵۵) ۴$  و  $۸۰ = (۴ + ۵۵) ۴$  (۳۰)

$$s_0 = s_0^N + u_2 \text{ و } s_1 = s_1^N + s_0 - u_2 \quad (31)$$

$$z = z + \frac{1}{z} \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{z-4}{z+4} \quad (3)$$

(۳۳)  $u + u' = r + r'$  و  $u + u' = r + r'$

$$(y-1) \text{ و } (1+1)1 = (y+1)1(1-1) \text{ و } 1-1+1^2 = 1^2 - 1+1^2 \text{ (سوم)}$$

$$119 = 5^3 + 2^3 \text{ و } 9 = 5 + 4 \text{ (34) } 152 = 5^3 - 2^3 \text{ و } 2 = 5 - 3 \text{ (35)}$$

(36)  $20 = 2^2 + 2^2$  و  $25 = 3^2 + 4^2$  و  $26 = 5^2 + 1^2$  و  $29 = 5^2 + 2^2$  و  $32 = 4^2 + 4^2$  و  $37 = 6^2 + 1^2$  و  $41 = 5^2 + 4^2$

[illegible]

$$u^3 = su^2 + 2u = \frac{s-u}{s+u} - \frac{u}{s-u} \quad (21)$$

$$r_0 = (\xi - \eta) \wedge + \xi - \eta, \quad r_1 = \xi + \eta \quad (nr)$$

$$4 = (1 + s\mu) \quad s\mu + \mu^2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad (M3)$$

$$r = (1+s)u, u, v = (s+u)r + s + u^2 N(NN)$$

$$4 + 5A = 5B + 5C + 4A = 5B + 4C \quad (7d)$$

$$r + sr = s - su \circ 0 + ur = su - u \quad (r4)$$

$$s^2 + s = 114 - 11n, \quad rs = \overline{(n+s+11r)} \sqrt{4+s+11r} \quad (n6)$$

$$f'(s-u) = (s-u) - 4, f'(s+u) = (s+u) - 4 + 18(2u)$$

$$b + sA = \frac{r}{s} - s + b + (1 + u)A = sB - \frac{r}{s} \quad (24)$$

$$r = \frac{61}{50}, 12 = \frac{5}{2} - \frac{1}{10}(\Delta 1) = \frac{61}{50}, 18 = \frac{5}{2} + \frac{1}{10}(\Delta 0)$$

(۵۲) لا = ا + لا + ب + و + ز = ا + ب + لا (۵۳) لا ز می = ا و لا ز می = ب و لا ز می = ح

$$Z = (u+y)(w+y), Y = (u+s)(y+s), X = (y+w)(s+w) \quad (52)$$

$$(55) \quad 15 = 3 + 12 = 3 + 2 + 10 = 3 + 2 + 1 + 8 = 3 + 2 + 1 + 1 + 5 = 3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 3 = 3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$\frac{N_A}{A} = (y + s + u) 13 = (y' + s' + u') 4 \quad (54)$$

## تیسواں باب سوالات مساوات درجہ دوم حتمین ایک مجہول سنی یا درجہ مجہول مقدارین میں

(۲۷۴) ایک عدد و مرتبہ کا ہر اور مجہول عداوی کی سند سے مربعوں کا برابر ہر حاصل جمع اس عدد اور حاصل ضرب ہر دو کی اور اگر ۳۴ اس عدد پر زیادہ کریں تو سند سے معکوس ہو جائے گا اس عدد کو دریا کر فرض کرو کہ لا تعبیر کرتا ہر دو یوں اور کا یوں کو تو عدد ۱۰ + ۵ ہو گا اور جب اس کی سند معکوس ہو چکی تو ۱۰ + ۵ لا وہ ہو جاوے گا اور بموجب شرائط سوال کے

$$لا + ۵ = ۵ + ۱۰ + ۵ \quad (۱)$$

$$۱۰ + ۵ + ۵ = ۳۴ + ۱۰ + ۵ \quad (۲)$$

مساوات (۲) سے ہر کو حاصل ہوتا ہے کہ  $۳۴ + ۵ + ۵ = ۱۰ + ۵ + ۵$

اس قیمت کو مساوات (۱) میں رکھو تو  $لا + (۵ + ۵) = ۱۰ + ۵ + ۵$

$$۱۰ + ۵ + ۵ = ۱۲ + ۵ + ۵$$

اس مساوات درجہ دوم بہم ہر کو حاصل ہوتا ہے کہ  $۳۴ + ۵ = ۱۰ + ۵$  یا ۸ کے پس معلوم ہوا کہ عدد مطلوبہ ۳۴ یا ۸ ہے یہ دو تو عدد ایسی ہیں کہ ان میں سے ہر ایک بشرط سوال صادق آتی ہیں

(۲۷۵) ایک شخص نے پہاڑ کی چڑ سے چوٹی پر جانیکا ارادہ کیا اول آدھی دو چوٹی چال کر چڑھا اور آدھ میل فی گھنٹہ کم چال کر آخر آدھی دو چڑھا اور چوٹی پر پہنچا گھنٹہ میں پہنچ گیا اترتی دفعہ وہ یکساں چال کر چڑھا ۳ گھنٹہ میں اتر آیا اور یہ اترتی کی چال ایک میل فی گھنٹہ زیادہ اس چال سے تھی جسے وہ اول آدھی دو چڑھا تھا تو بتاؤ پہاڑ کی چوٹی کتنی اونچی ہے اور اس کی چال کیا ہے

فرض کرو کہ لا میل پہاڑ کی چوٹی بلند ہے اور میل فی گھنٹہ کی چال سے وہ اول آدھی دو چڑھا تو لا گھنٹہ میں وہ آدھی دو چڑھا ہو گا اور آخر آدھی دو چڑھا ۵ گھنٹہ میں اس کے

$$لا + ۵ = ۵ + ۵ \quad (۱)$$

ایسے ہی  $\frac{15}{1+5} = \frac{15}{6} = 2\frac{1}{2}$  (۲)

مساوات (۲) سے  $15 = 6(1+5)$

اس واسطے  $15 = 6(1+5)$

اور مساوات (۱) سے  $15 = 6(1+5)$   $\frac{15}{6} = (1+5)$

اب قیمت رکھنے سے  $\frac{15}{6} = (1+5)$   $\frac{15}{6} = (1+5)$

اس واسطے  $15 = 6(1+5)$   $15 = 6(1+5)$

اس واسطے  $15 = 6(1+5)$   $15 = 6(1+5)$

اس مساوات درجہ دوم سے ملے ہوئے حاصل ہوتا ہے کہ  $15 = 6(1+5)$  قیمت  $\frac{15}{6}$  تو کچھ کام میں نہیں آتی ہے

اس واسطے  $15 = 6(1+5)$   $15 = 6(1+5)$

### مثلہ نمبری ۳۰

(۱) دو عددوں کے مربعوں کا مجموعہ ۱۱۰ اور حاصل تفریق ۲۰ ہے دریافت کرو اعداد

(۲) حاصل ضرب دو عددوں کا ۱۰۸ ہے اور ان کا مجموعہ ان کی فرق سے دو چند ہون کو دریا کرو

(۳) حاصل ضرب دو اعداد کا ۱۹۲ ہے اور مجموعہ ان کے مربعوں کا ۴۷۰ ہے دریافت کرو اعداد

(۴) حاصل ضرب دو اعداد کا ۱۳۸ ہے اور حاصل تفریق ان کے مربعوں کا ۱۹۲ ہے دریافت کرو اعداد

(۵) حاصل ضرب دو عددوں کا اونکی مجموعہ سے چھ گنا ہے اور مجموعہ اونکی مربعوں کا ۳۲۵ ہے

دریافت کرو اعداد

(۶) حاصل ضرب دو عددوں کا ۴۰ گنا اونکے حاصل تفریق سے ہے اور مجموعہ اونکی مربعوں کا

۲۲۲ ہے اون عددوں کو دریافت کرو

(۷) مجموعہ دو عددوں کا چھ گنا اونکے حاصل تفریق سے ہے اور ان کا حاصل ضرب اونکے مجموعہ سے

بقدر ۲۳ کے زیادہ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۸) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ پہلے کا دو چند مع دوسرے کے مربع کے برابر ۴ کی برابر

پہلے عدد کے مربع کا دو چند مع دوسرے کے مربع کے برابر ۸۴ کے ہو

(۹) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ اونکی حاصل تفریق کو اونکی مربعوں کے حاصل تفریق میں ضرب دین حاصل ہوں اور اگر اونکے مجموعہ کو اونکے مربعوں کے مجموعہ میں ضرب دین تو ۲۴ حاصل ہوں

(۱۰) ایسی دو عدد دریافت کرو کہ اگر اونکی حاصل تفریق پر اونکی مربعوں کے حاصل تفریق زیادہ کریں تو ۱۴ حاصل ہوں اور اگر اونکے مجموعہ پر اونکے مربعوں کا مجموعہ زیادہ کریں تو ۲۶ حاصل ہوں

(۱۱) ایسے دو عدد دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ برابر ہواونکے حاصل ضرب کے اور اگر اونکی مجموعہ پر اونکے مربعوں کا مجموعہ زیادہ کیا جاوے تو ۱۲ حاصل ہوں

(۱۲) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ اونکا مجموعہ مع اونکی حاصل ضرب کے برابر ۳۴ کے ہواور اگر اونکے مربعوں کے مجموعہ میں سے اونکا مجموعہ تفریق کیا جاوے تو حاصل تفریق برابر ۳۲ کے ہواور

(۱۳) دو عددوں کا حاصل تفریق ۳ ہے اور اونکے مکعبوں کا حاصل تفریق ۲۷۹ ہے اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) مجموعہ دو عددوں کا ۲۰ ہے اور مجموعہ اونکے مکعبوں کا ۹۲۷۰ ہے دریافت کرو اعداد

(۱۵) ایک مستطیل ہے جس کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہے اور دوسرے مستطیل فیٹ طول میں چھوٹی اور

فیٹ عرض میں بڑی ہے اور او میں ہی رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہے تو اول مستطیل کا طول عرض یا قطر

(۱۶) ایک شخص نے موٹا کپڑا ۲۰ روپے کا اور باریک کپڑا ۲۲ روپے کا خریدیا باریک کپڑا موٹے کپڑے سے قیمت میں ۴ گز زیادہ تھا اور موٹا کپڑا باریک کپڑے سے ۱۰ گز طول میں زیادہ تھا تو بتاؤ ہر ایک قسم کا کتنا کتنا کپڑا خریدا تھا

(۱۷) ایک شخص کو کچھ فستق طو کرتی تھی او نے ۴۰ میل چل کر اپنی چال ۲ میل فی گھنٹہ زیادہ کر کے اگر اس زیادہ کی ہوئی چال سے تمام مسافت اونکی چال کی ہوئی تو ۴۰ منٹ پہلے منزل مقصود پر پہنچتا لیکن اگر وہ اپنی پہلی چال سے چل جاتا تو ۲۰ منٹ دیر کر پہنچتا تو بتاؤ وہ کتنی فستق لے رہا تھا

(۱۸) ایک عدد میں دو ہندسے ہیں اور ایک مرتبہ عشاریہ کا بھی او میں ہے ہندسوں کے مجذوروں کا

حاصلت فریق ۲۰ ہر اور اگر ہندسوں کو معکوس کر دین تو مجموعہ دو عددوں کا ۱۱ ہو جائے گا اور اس کا وقت ۱۰ روز رہے گا

(۱۹) ایک شخص نے چاروں خریدے اور پانچ روپیہ سیکڑہ نفع حاصل پر لیکر فروخت کی تو ۱۴ روپیہ نفع کے حاصل ہوئے لیکن اگر وہ ۱۲ آنہ من نفع لیکو بیچا تو اس کو اتنی روپیہ فائدہ ہو جتنی آنہ من اونے چاروں مول لئے ہو تو بتاؤ کتنے من خریدے اور کیا من مول لئے

(۲۰) دو کاریگر موہن اور سوہن مختلف مزدوری پر لگائے گئے موہن نے کچھ دنوں کام کر کے ۴ روپیہ مزدور ہی کے پائی مگر سوہن اون دنوں میں ۶ دن غیر حاضر رہا تھا اس کو بے مزدوری کیے لیکن اگر سوہن اپنے دنوں کام کرتا اور موہن ۶ روز غیر حاضر رہتا تو دونوں کو یکساں ملتا تو بتاؤ کتنے دنوں کام کیا اور ہر ایک کو مزدوری کیا ملی

(۲۱) دو شہر ونگ وریل گاڑیاں آپس میں ملنے کے ارادہ سے ایک شہر کی طرف ایک ہی وقت روانہ ہوئیں اور اونکی رفتاریں ہر گھنٹہ میں یکساں ہیں جب وہ آپس میں ملیں تو یہ معلوم ہوا کہ ایک گھنٹہ سی بہ نسبت دوسرے کے ۱۰۸ میل زیادہ چلی ہے اور اگر وہ اپنی اسی چال سے چلی جاوے تو ایک گھنٹہ میں اور دوسری ۱۴ گھنٹہ میں شہروں میں پہونچ جاوے تو بتاؤ شہروں میں فاصلہ کتنا ہے اور ہر ایک کی رفتار کیا ہے

(۲۲) دریا کے کنارہ پر دو شہر ۱۱ اور ۸ میل کے فاصلہ پر واقع ہیں ایک شخص اس سے ایک گھنٹہ میں پہونچا سطح سے کہ اول آدمی دو کشتی میں چلا اور پہر آدمی دوڑ پیدل چلا اور پہر آدمی دفعہ آدمی دو راوی چال سے پیدل چلا جس چال سے گیا تھا پہر کشتی میں سوار ہوا اور اس نے بتایا کہ دہر کشتی چلتی تھی ۱۴ میل فی گھنٹہ بہ نسبت جانیکے زیادہ آیا اور ۳ گھنٹہ میں پہونچ تو کشتی کی رفتار اور آدمی کی چال بتلاؤ

(۲۳) ۲ میل پر زید و بکر کی لپٹیں دوڑ ہوئی اول دوڑ میں بکر دوڑ پہونچا زید کی مقصود پر پہونچ گیا دوسری دوڑ میں زید ۲ میل چال نی گھنٹہ زیادہ کر دی اور بکر نے اس قدر کم توڑ نہیں مقصود پر ۲ منٹ پہلے پہونچا بتاؤ اول دوڑ میں ہر ایک کی رفتار کیا تھی





(۲۷۹)  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$  اور اس سے پہلے بیچ نکلتا ہو جو دفعہ ذیل میں لکھ رہا تھا

(۲۸۰) ایک صحیح جملہ مفرد کے قوارڈریتا کر نیکا قاعدہ یہ ہے کہ ہر جز ضربی کی قوت نکالو اور علیٰ دین

کہ قوت کو تعبیر کرنا ہے ضرب و یکر لکھو اور حاصل پر علامت مناسب لگا دو مثلاً

$$(2 \times 3) = 6 \quad (3 \times 4) = 12 \quad (4 \times 5) = 20 \quad (5 \times 6) = 30 \quad (6 \times 7) = 42 \quad (7 \times 8) = 56 \quad (8 \times 9) = 72 \quad (9 \times 10) = 90$$

$$(1 \times 2) = 2 \quad (2 \times 3) = 6 \quad (3 \times 4) = 12 \quad (4 \times 5) = 20 \quad (5 \times 6) = 30 \quad (6 \times 7) = 42 \quad (7 \times 8) = 56 \quad (8 \times 9) = 72 \quad (9 \times 10) = 90$$

(۲۸۱) ایک سر کی قوت حاصل کر نیکا قاعدہ یہ ہے کہ نسبت و شمار کنندہ دونوں کا صعود و

قوت مطلوبہ کے لو اور حاصل پر علامت مناسب لگا دو مثلاً

$$\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}\right) = 1$$

(۲۸۲) جمائے سنائی کی بعض قوارڈریتا کا ذکر دفعات ۸۱ و ۸۲ میں ہوا ہے کہ

$$(1 + 1) = 2 \quad (2 + 1) = 3 \quad (3 + 1) = 4 \quad (4 + 1) = 5 \quad (5 + 1) = 6 \quad (6 + 1) = 7 \quad (7 + 1) = 8 \quad (8 + 1) = 9 \quad (9 + 1) = 10$$

$$(1 + 1) = 2 \quad (2 + 1) = 3 \quad (3 + 1) = 4 \quad (4 + 1) = 5 \quad (5 + 1) = 6 \quad (6 + 1) = 7 \quad (7 + 1) = 8 \quad (8 + 1) = 9 \quad (9 + 1) = 10$$

اگر طالب علم مشق کی طور پر چوتھی و پانچویں قوت نکالیں تو یہ حاصل ہوگا

$$(1 + 1) = 2 \quad (2 + 1) = 3 \quad (3 + 1) = 4 \quad (4 + 1) = 5 \quad (5 + 1) = 6 \quad (6 + 1) = 7 \quad (7 + 1) = 8 \quad (8 + 1) = 9 \quad (9 + 1) = 10$$

$$(1 + 1) = 2 \quad (2 + 1) = 3 \quad (3 + 1) = 4 \quad (4 + 1) = 5 \quad (5 + 1) = 6 \quad (6 + 1) = 7 \quad (7 + 1) = 8 \quad (8 + 1) = 9 \quad (9 + 1) = 10$$

$$(1 + 1) = 2 \quad (2 + 1) = 3 \quad (3 + 1) = 4 \quad (4 + 1) = 5 \quad (5 + 1) = 6 \quad (6 + 1) = 7 \quad (7 + 1) = 8 \quad (8 + 1) = 9 \quad (9 + 1) = 10$$

اس طرح سے نتائج مفصلہ ذیل ہی حاصل ہونگے

$$(1 - 1) = 0 \quad (2 - 1) = 1 \quad (3 - 1) = 2 \quad (4 - 1) = 3 \quad (5 - 1) = 4 \quad (6 - 1) = 5 \quad (7 - 1) = 6 \quad (8 - 1) = 7 \quad (9 - 1) = 8 \quad (10 - 1) = 9$$

$$(1 - 1) = 0 \quad (2 - 1) = 1 \quad (3 - 1) = 2 \quad (4 - 1) = 3 \quad (5 - 1) = 4 \quad (6 - 1) = 5 \quad (7 - 1) = 6 \quad (8 - 1) = 7 \quad (9 - 1) = 8 \quad (10 - 1) = 9$$

$$(1 - 1) = 0 \quad (2 - 1) = 1 \quad (3 - 1) = 2 \quad (4 - 1) = 3 \quad (5 - 1) = 4 \quad (6 - 1) = 5 \quad (7 - 1) = 6 \quad (8 - 1) = 7 \quad (9 - 1) = 8 \quad (10 - 1) = 9$$

$$(1 - 1) = 0 \quad (2 - 1) = 1 \quad (3 - 1) = 2 \quad (4 - 1) = 3 \quad (5 - 1) = 4 \quad (6 - 1) = 5 \quad (7 - 1) = 6 \quad (8 - 1) = 7 \quad (9 - 1) = 8 \quad (10 - 1) = 9$$

$$(1 - 1) = 0 \quad (2 - 1) = 1 \quad (3 - 1) = 2 \quad (4 - 1) = 3 \quad (5 - 1) = 4 \quad (6 - 1) = 5 \quad (7 - 1) = 6 \quad (8 - 1) = 7 \quad (9 - 1) = 8 \quad (10 - 1) = 9$$

پس اسلئے قوارڈ (۱ + ۱) سے قوارڈ (۱ - ۱) نہایت آسانی سے اس طرح حاصل ہو سکتی ہیں کہ جس

مقام میں ب کی قوت طاق ہو اور سکی اول کی علامت بدل دو

(۲۸۳) ایک ضابطہ آگے جملہ سنائی کے صعود کا بیان ہو گا جسے طالب علم نے مشقت ضرب

۳۳ باب کے قوائد نکال لیا کریں گے

(۲۸۳) دفعہ ۸۲ میں جس طرح شکل عامہ جبرہ کو استعمال میں لائے ہیں اسی طرح دفعہ ۲۸۱ کی شکل عامہ کو بھی کام میں لاسکتے ہیں مثلاً فرض کرو کہ چوتھی قوت ۵۲-۳ کی دریا گزنی تو (۱-ب) میں سچا اسکے ۲ لا اور سچا پ کے ۳ رکھو تو (۵۲-۳) = (۵۲) - ۴ (۳) (۵۲) + ۴ (۳) (۵۲) - ۴ (۳) (۵۲) + ۴ (۳) (۵۲) =

$$\sum_{i=1}^n u_i + \sum_{i=1}^n v_i - \sum_{i=1}^n w_i + \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i =$$

(۲۸۴) مختلف طرح عمل کرنے سے صعود حاصل ہوتا ہے مثلاً فرض کرو کہ  $1 + b$  کے چھٹی قوت دریافت کرنی ہو تو ایک طریقہ صعود کا یہ ہے کہ  $1 + b$  کو چھ مرتبہ ضرب دیں دوسرا یہ کہ  $1 + b$  کا مکعب دریافت کریں اور پھر اس مکعب کا مربع لین تو چھٹی قوت حاصل ہوگی سو اگر کہ مجذور  $(1 + b)^2$  کا  $(1 + b)$  ہے تو تیسرا یہ ہے کہ مربع  $1 + b$  کا دریافت کریں اور حاصل کا مکعب لین تو چھٹی قوت حاصل ہوگی کیونکہ  $(1 + b)^3$  کا مکعب  $(1 + b)$  ہے اور اس طرح  $1 + b$  کی اٹھویں قوت  $(1 + b)^8$  کے مربع لینے سے حاصل ہو سکتی ہے یا  $(1 + b)^4$  کی چوتھی قوت دریافت کرنے سے

(۲۸۵) بعض مثالیں صعود جملہ ثلاثی کی دفعات ۸۵ و ۸۸ میں لکھی گئی ہیں اس طرح سنئے کہ

$$2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 + 2 + 2 = (2 + 2 + 2)$$

$$= 3(z + b + 1) \text{ اور}$$

۱-۲+۳) در یافت کرنا ہر قانون عامہ (۱+ب+ج) میں بچاؤ کے اور بچاؤ کے ۲-۳  
اور بچاؤ کے ۳ لکھو تو یہ حاصل ہو گا کہ

$$= (2u^2 + u^2 - 1)$$

$$(\psi_3)(1)2 + (\psi_3)(\psi_2-)2 + (\psi_2-)(1)2 + (\psi_3) + (\psi_2-) + (1)$$

$$= 1 + 4\alpha - 12\alpha^2 + 4\alpha^3$$

$$= 1 - 12\alpha + 12\alpha^2 + 4\alpha^3 \text{ اور علیٰ ہذا القیاس } (1 - 12\alpha + 12\alpha^2 + 4\alpha^3)$$

$$= (1) + (-12\alpha) + (12\alpha^2) + (4\alpha^3) = (1) + (-12\alpha) + (12\alpha^2) + (4\alpha^3)$$

$$4(1) - 12\alpha + 12\alpha^2 + 4\alpha^3$$

$$= 1 - 12\alpha + 12\alpha^2 + 4\alpha^3$$

$$+ 3 + (-12\alpha + 12\alpha^2 + 4\alpha^3) + (12\alpha^2 - 12\alpha + 4\alpha^3)$$

$$= 1 - 12\alpha + 12\alpha^2 + 4\alpha^3 - 12\alpha + 12\alpha^2 + 4\alpha^3$$

(۱۸۴) جملہ کثیرالارقام کا مجموعہ قیاس سے دو قاعدوں سے دریافت ہو سکتا ہے مثلاً

$$(1 + 2 + 3 + \dots + n) = \frac{n(n+1)}{2} \text{ اور } (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

پس یہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ مربع کسی جملہ کثیرالارقام کا شامل ہونا ہر قسم کے مربع اور دو مربع کے حاصل ضرب دو چند مجموعہ کے اب اس نتیجہ کو اس صورت میں لکھتے ہیں کہ

$$(1 + 2 + 3 + \dots + n) = \frac{n(n+1)}{2} \text{ اور } (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

اسے یہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ مربع کسی جملہ کثیرالارقام کا شامل ہونا ہر قسم کے مربع اور دو مربع کے حاصل ضرب دو چند مجموعہ کے اب اس نتیجہ کو اس صورت میں لکھتے ہیں کہ

حاصل ضرب ہر قسم اور مجموعہ اولی ارقام کے جو اس کے آدین

### امثلہ نمبر ۳۱

دریافت کرو

$$(1) \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(2) \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$(3) \quad 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

$$(4) \quad 1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + n^5 = \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+5n+3)}{12}$$

$$(5) \quad 1^6 + 2^6 + 3^6 + \dots + n^6 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n^2-2n+1)}{42}$$

$$(6) \quad 1^7 + 2^7 + 3^7 + \dots + n^7 = \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+5n+3)(3n^2+8n+4)}{24}$$

$$(7) \quad 1^8 + 2^8 + 3^8 + \dots + n^8 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^6+12n^5+14n^4-14n^3-12n^2+12n-5)}{90}$$

$$(8) \quad 1^9 + 2^9 + 3^9 + \dots + n^9 = \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+5n+3)(3n^4+12n^3+14n^2-14n-5)}{280}$$

$$(۲۳) (۲+۵۳+۱) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۲۵) (۲+۵۳+۱) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۲۶) (۱-۳+۵۳) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۳۰) (۱-۳+۵۳) (۲۴)$$

$$(۳۱) (۲+۵۳+۱) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۳۲) (۱-۳+۵۳) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۳۳) (۱-۳+۵۳) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۳۴) (۱-۳+۵۳) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۳۵) (۱-۳+۵۳) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۳۶) (۱-۳+۵۳) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

$$(۳۷) (۱-۳+۵۳) (۲۴) (۱-۳+۵۳) (۲۵)$$

## بتیسواں باب نزول کا بیان

(۲۸۶) صعود کا عکس نزول ہے یعنی جس ترکیب کسی عدد یا جملہ مفروضہ کا کوئی مرتبہ نزول کا معلوم ہو جائے، اوسے نزول کہتی ہیں اکثر لفظ نکالنے کا نزول کے ساتھ بولتی ہیں یہ اکثر کہیں گے کہ جذر نکالو یا کعب نکالو اور یہ کم کہتے ہیں کہ جذر دریافت کرو یا پاؤ

اس باب میں مضامین کی ترتیب اس طرح ہے کہ اول قاعدہ علامت کی تین سیدھی مثالیں دو مرتبہ نزول جملہ مفرد کا سوم جذر جملہ مرکب چہارم جذر اعداد کا پنجم جذر لکعب مرکب اور اعداد کا (۲۸۸) مثبت مقدار کا نزول حقیقت مرتبہ کا مثبت ہونا ہے یا منفی ہوگا کہ  $1 \times 1 = 1$

اور  $1 - 1 = 0$  پس اسوے جذر کا اور  $1$  میں سے ترکیب یعنی  $1 + 1 = 2$  (۲۸۹) کسی مقدار کے طاق مرتبہ نزول پر وہ علامت ہوتی ہے جو اس مقدار پر ہوتی ہے مثلاً کعب کا  $1$  ہے اور کعب کا  $1$  ہے

(۲۹۰) کسی مقدار منفی کا نزول جفت مرتبہ کا نہیں نکل سکتا مثلاً۔ ا کا جذر ممکن نہیں کہ نکل سکے اسلئے کہ جو مقدار فی نفسہ ضرب بجاوگی او کا حاصل ضرب مثبت ہوگا مقدار منفیہ کی جفت مرتبہ کے نزول کو مقدار ناممکن یا مقدار مہوم و معدوم کہا کرتے ہیں (۲۹۱) صحیح جملہ مفرد کی نزول نکالنے کا قاعدہ یہ ہے کہ اوس جملہ کی ہر جز ضربی کی قوت نام کو اپنی عدد بقیہ تقسیم کرو کہ نزول کو تعبیر کرتا ہے اور علامت مناسب اوس کے اول لگا دو مثلاً

$$\sqrt[4]{(14 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = \sqrt[4]{(2 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = 2 \text{ ا } 3 \text{ ب}$$

$$\sqrt[4]{(8 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = \sqrt[4]{(2 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = 2 \text{ ا } 3 \text{ ب}$$

$$\sqrt[4]{(254 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = \sqrt[4]{(2 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = 2 \text{ ا } 3 \text{ ب}$$

(۲۹۲) ایک کسے نزول نکالنے کا قاعدہ یہ ہے کہ نسب نامہ شمار کنندہ کا نزول نکال کر لکھو اور اوس پر علامت مناسب لکھو

$$\sqrt[4]{(9 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = \sqrt[4]{(3 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = 3 \text{ ا } 3 \text{ ب}$$

$$\sqrt[4]{(24 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = \sqrt[4]{(4 \text{ ا } 3 \text{ ب})} = 4 \text{ ا } 3 \text{ ب}$$

(۲۹۳) فرض کرو کہ ا کا کعب دریافت کرنا ہر اس صورت میں قوت نامہ مراتب نزول ۲ پر لکھا جائے۔  
تقسیم ہو سکتا تو اوسکی تعبیر کر نکال طریقہ سوار اسکے نہیں ہے کہ حاصل کو ۳ سے تعبیر کریں اور ایسی ہی ۱۱ ۱۱ ۱۱ ۱۱ کسی اور طرح سے بالفعل نہیں تعبیر ہو سکتا ایسی دیر کو مفادیر ہم یا مفادیر نزولی کہتے ہیں خاص اوز کا بیان آگے دو بابوں میں ہوگا (۲۹۴) اب جملہ مرکب کے نزول نکالنے کا طریقہ لکھتے ہیں جذر ا + ۱۲ ا + ۱۲ ب + ۱۲ کا  
۱ + ۱۲ ب + ۱۲ ا + ۱۲ ب سے ا + ۱۲ ب + ۱۲ ا سے ۱ + ۱۲ ب کو ہم نکال لیں اوسے  
عام قاعدہ جملہ مرکب کے جذر نکالنے کا سمجھنا چاہئے  
(۱ + ۱۲ ا + ۱۲ ب + ۱۲ ب)

$$\frac{1 + 12 \text{ ا } + 12 \text{ ب} + 12 \text{ ب}}{1 + 12 \text{ ا } + 12 \text{ ب}}$$

$$\frac{1 + 12 \text{ ا } + 12 \text{ ب}}{1 + 12 \text{ ا } + 12 \text{ ب}}$$







پس ۱-۲ لاکھ چار زمین جذر میں نکالنے کے بعد باقی -  $\frac{5}{16}$  -  $\frac{1}{4}$  -  $\frac{1}{8}$  رہتی ہے تو اسے معلوم ہوا کہ (۱-۲-۳-۴-۵) = ۱۲۰ +  $\frac{5}{16}$  +  $\frac{1}{4}$  +  $\frac{1}{8}$

(۹۹) جو کچھ اوپر تحقیقات جملہ جریبہ کی جذر نکالنے میں ہوئی ہے اسے وہ قاعدہ اعداد کے جذر کے نکالنے کا جو حساب میں ہونا ہی ثابت ہو سکتا ہے چیز ۱۰۰ اکا ۱۰۰ اور چیز ۱۰۰۰۰ اکا ۱۰۰۰ اور چیز ۱۰۰۰۰۰ اکا ۱۰۰۰۰ ہے اور علی ہذا القیاس پس اسے معلوم ہوتا ہے کہ جو اعداد ۱۰۰۰۰۰ کم ہیں ان کے جذر میں ایک ہندسہ اور جو ۱۰۰۰۰۰ کے درمیان میں ان کی جذر میں دو ہندسے اور جو اعداد ۱۰۰۰۰۰ کے درمیان میں ان کی جذر میں تین ہندسے اور علی ہذا القیاس پس اسے معلوم ہوا کہ اکائی برنقطہ لگا کر ایک ایک مرتبہ چوڑے کر نقطے لگا دوں تو تعداد نقاط سے تعداد جذر کے ہندسوں کی درپا ہوگی مثلاً جذر ۴۵۲۵ میں دو ہندسے ہونگی اور جذر ۴۵۲۵۴۵۲۵ میں تین ہندسے ہونگی

(۳۰۰) فرض کرو جذر ۳۲۴۹ نکالنا ہے عدد پر بموجب قاعدہ نشان نقطہ کے لگا تو معلوم ہوگا دو ہندسے جذر میں ہونگے فرض کرو کہ ۱+ ب جذر کو تعبیر کرتا ہے اور دہائیوں

کو اور ب کا یوں کو تو ۱ کوئی بڑے سے بڑا ضعا ۱۰ اکا ہونا چاہیے جس کا مجذور ۳۲۴۹ (۵۰+۷)

سے کم ہو سو وہ ۵۰ ہے اب ۱ کو یعنی ۵۰ کے مجذور  $\frac{2500}{100+49}$  کو عدد معلوم میں سے تفریق کرو تو باقی ۲۴۹ رہیگی اب اس باقی کو ۱ یعنی ۱۰۰ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ہوگا اور یہی ب کی قیمت ہوگی تو (۱+ ب) ب یعنی ۷۱۰۷ یعنی ۷۱۴ وہ عدد ہے جس کو تفریق کرنا چاہیے جب اسے تفریق کیا تو کچھ نہ بچا تو اسے معلوم ہوا کہ ۵۰+۷۱۴۵ جذر مطلوب ہے اور پر لکھا ہو کہ ۱ بڑے سے بڑا ضعا ۱۰ اکا ہونا چاہیے جس کا مجذور ۳۲۰۰ سے کم ہے اس لیے کہ ہم بات کو ظاہر ہے کہ ۱۰۰ کے اس ضعا سے جو فرض کیا گیا ہے زیادہ بڑا ضعا ۱۰ اکا نہیں ہو سکتا لیکن بشرط امکان یہ فرض کر سکتے ہیں کہ کوئی ضعا ۱۰ اکا ایسا ہو کہ وہ اس ضعا

مفروضہ سے بقدر لاکے کم ہو تو چونکہ لادائیگی کے مرتبہ پر ہے اور ب اکائی کے مرتبہ پر تو لا + ب کم بہ نسبت ل کے ہوگا اسلئے لا + ب کا مجذور اسی کم ہوگا اسلئے لا + ب بہ نسبت اصلی جذر کے کم ہوگا اسے ثابت ہوا کہ ا دس کا بڑے سے بڑا ضعیف ہونا چاہئے جو ۳۲۰۰ میں سے تفریق ہو سکے اگر جذر میں تین مرتبہ کے ہند ہوں تو فرض کرو کہ تعبیر کرنا ہی سیکڑوں کو اور ب ایون کو تو لا + ب موجب قاعدہ بالا کے دریافت کر کے سیکڑوں و دائیون کو ایک عدد تصور کر کے قیمت کی مقرر کرو اور اسے باکی بنیٹ ا کا یون کے لئے نکال لو تو جذر مطلوب حاصل ہو جاویگا

(۳۰۱) یہ صفر جو عمل میں لکھے جاتے ہیں ان کو خضار کے لئے دور کر دو بیان کو لکھنا یہ قاعدہ مستنبط ہوتا ہے

کہ ا کا یون پر ایک نقطہ لگاؤ اور پہر آگے ایک ایک مرتبہ بچھین چھوڑ کر نقطے لگاؤ پس طرح سے عدد دوروں میں تقسیم ہو جاویگا پس اول جذر بڑے سے بڑا لیا دریافت کرو کہ جب کا مجذور در اول میں شامل ہو تو یہ عدد ہندسہ اول جذر کا ہوگا اس کی مجذور کو اول دور میں سے تفریق کرو اور باقی کے ساتھ دوسرے دور کو اتار لو اور اس مقدار کے آخر عدد کو ساٹھ سمجھ کر دو چند اس جزر جذر پر جو ابھی دریافت کر کے لکھا ہے تقسیم کرو جو خارج قسمت ہو اس کو جذر میں بھی اور مقسوم علیہ میں بھی اول لکھ دو اور جو صورت اب مقسوم علیہ کی بن جاوے اس کو اس جزر جذر میں کہ دوسری مرتبہ میں درپٹ کیا تھا ضرب دو اور حاصل ضرب کو مفروق بناؤ اور مقسوم میں سے تفریق کرو اگر اور دور ہو تو ان کو اسی طرح سے اتار کر یہی عمل کئے جاؤ جب تک عدد کے سارے ہند سے ختم ہوں

(۳۰۲) جزر ۱۳۲۴۹۴ و ۱۳۲۴۴۵ کا ٹکالو

1944 (1944)

[illegible]
$$44 \overline{) 922}$$

152

$$\begin{array}{r} 111 \\ 244 \\ 612 \overline{) 1794} \\ \underline{1288} \phantom{00} \\ 506 \phantom{00} \\ \underline{506} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 159 \\
 4 \overline{) 636} \\
 \underline{159} \phantom{0} \\
 159 \phantom{0} \\
 \underline{159} \\
 0
 \end{array}$$

پہلی مثال میں جب اہل صورت جذر میں دریافت کریں اور باقی نکالیں اور دور کر لیا تو ۲۷۴  
حاصل ہوئی اور جو بقاعدہ کے ۳۶ کو بترتسیم کیا تو خارج قسمت دوسری صورت جذر کی طرح  
حاصل ہوئی اور ظاہراً دوسری صورت ہونی چاہئے لیکن ۶ کو، میں ضرب دیجیے صحت حاصل رہے  
۲۷۹ زیادہ ۲۷۴ سے حاصل ہونا ہی اتنی معلوم ہوا کہ بہت بڑا جذر کے دوسرے مندرجہ کے  
بائے ہے اس لئے ۶ مقرر کر کے آنزایش کی تو مطلب ہماری ہوئی اس طرح سو بعض وقت  
ایک بڑا ہندسہ ابتداء عمل میں جذر کی مقرر کر کے ہمو بار بار آنزایش کرنی پڑتی ہے  
دوسرے مثال میں طالب علم جان لیں کہ صفر جذر میں جب واقع ہوتا ہے تو کیا عمل کرنا پڑتا ہے  
(۳۰۳) اسی قاعدہ جاریہ کے سوار غثاریہ کے جذر کا لٹو کا یہی قاعدہ مستنبط ہوتا ہے  
اس بات کو خوب سمجھ بوجھ لو کہ اگر کسی غثاریہ کا مجذور کریں تو او میں مراتب غثاریہ  
کے جفت درجہ ہونگے اس لئے کسی طاق مرتبہ کے کسر غثاریہ کا پورا جذر نہیں نکل سکتا  
جذر ۳۲۵۴ کا ایک دسوان حصہ جذر ۱۰۰ x ۳۲۵۴ یعنی ۳۲۵۴ کا ہی اور ایسی ہی  
جذر ۳۲۵۴ کا ایک ہزار و اچھ حصہ جذر ۱۰۰۰۰ x ۳۲۵۴ رکھا ہے یعنی  
۳۲۵۴ کا پس اس طرح سے قاعدہ غثاریہ کے جذر کا لٹو کا مستنبط کر سکتے ہیں کہ اکائی یا  
نقطہ دیکراؤ کے دائیں بائیں ایک ایک مرتبہ چوڑ کر نقطے لگاؤ اور مثل اعداد صحیح کے  
او سکا جذر دریافت کرو اور جذر میں آئے مرتبہ غثاریہ کے مقرر کرو جنہی دور حصہ عشری  
میں عدد کے ہوں ان میں طالب علم گمان ہے کہ وہ نہایت احتیاط نقاط لگانے میں کمی اور  
بات کا خوب خیال رکھی کہ اکائی سے نقطے لگانے شروع کرے اور دائیں بائیں نظر ایک

مرتبہ جوڑ کر نقطہ لگائی

(۳۰۴) اگر کسی صحیح عدد کے جذر میں اکاسیاں نکال لیں مگر پہلی باقی رہے تو اسے جانا چاہئے کہ عدد کا جذر پورا نہیں نکل سکتا وہاں اکاسی کو اول میں علامت اٹھائی لکھ کر اسکی اوپر حقت صفر جقدر چاہیں لگالیں اور آگے جذر نکالنا شروع کریں تو صحیح عدد پر سطح سے ایک جز عشری جذر میں نکل کر زیادہ ہو جاویگا اور جذر تقریبی جقدر چاہیں نکال لیں پھر علیٰ ہذا القیاس اگر عدد عشریہ کا پورا جذر نہ نکل سکتا ہو تو اس پر بھی صفر سطح پر زیادہ کر کے جذر کا عمل کرو اور جقدر چاہو جذر حقیقی کے قریب قریب جذر نکال لو

(۳۰۵) ۴ کا جذر سات مرتبہ عشریہ کے نکالنے کے ترتیب میں درج ہے

۰.۵۴۰۰۰

(۵۴۳۲۷۵۵۵)

$$\begin{array}{r} ۳۴ \\ ۱۲۳ \overline{) ۴۰۰} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳۴۹ \\ ۱۲۴۲ \overline{) ۳۱۰۰} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۵۳۲ \\ ۱۲۴۲۴ \overline{) ۵۶۴۰۰} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۵۰۵۶۹ \\ ۱۲۴۲۸۵ \overline{) ۶۰۲۲۰۰} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۳۲۲۲۵ \\ ۱۲۴۲۹۰۵ \overline{) ۴۹۹۶۵۰۰} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۳۲۲۵۲۵ \\ ۱۲۴۲۹۱۰۵ \overline{) ۴۶۲۹۶۵۰۰} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۳۲۲۵۵۲۵ \\ ۱۲۴۲۹۱۰۵ \overline{) ۴۶۲۹۶۵۰۰} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۳۲۲۵۵۲۵ \\ ۱۲۴۲۹۱۰۵ \overline{) ۴۶۲۹۶۵۰۰} \end{array}$$

(۳۰۶) اب ہم ایک جملہ مرکب کے جذر نکالنے کی ترکیب لکھتے ہیں ۱ + ۳ + ۵ + ۳ + ۱ + ۳ + ۵ + ۳ + ۱ کا جذر لکھیں

۱ + ۳ + ۵ + ۳ + ۱ + ۳ + ۵ + ۳ + ۱ سے ۱ + ۳ + ۵ + ۳ + ۱ کی قیمت لکھ کر اسے قاعدہ کلیہ ہر جملہ مرکب کے جذر لکھنے کے استخراج کرنے کے

$$۱ + ۳ + ۵ + ۳ + ۱ + ۳ + ۵ + ۳ + ۱$$

$$\begin{array}{r} ۱ \\ ۳ \\ ۵ \\ ۳ \\ ۱ \end{array} \begin{array}{r} ۱ \\ ۳ \\ ۵ \\ ۳ \\ ۱ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱ \\ ۳ \\ ۵ \\ ۳ \\ ۱ \end{array} \begin{array}{r} ۱ \\ ۳ \\ ۵ \\ ۳ \\ ۱ \end{array}$$

بموجب حرف ا کے قوار کے

ارقام کو بالترتیب لکھو تو اول رقم ۱ ہوگی اور اس کا کعب ۱ ہے یہ جذر لکھو کے مطلوب کے اول رقم بناؤ اور اس کی کعب کو یعنی ۱ کو ساری جملہ میں تفریق کرو اور باقی ۳ آؤ ۳ + ۱ = ۴ آؤ ۴ کو نیچے آنا رو اور ۳ آؤ ۳ کو ۱ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳ نکلیگا اور یہ دوسری رقم جذر لکھو مطلوب کی ہوگی اور یہ ۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳ کو باقی میں سے تفریق کرو تو کل جذر لکھو ۱ + ۳ حاصل ہو جائیگا اور عمل ختم ہو جائیگا

لیکن اگر اور زیادہ رقمیں ہوں تو ۱ + ۳ پر وہ عمل کرنا چاہی جو ۱ پر عمل کیا ہے کعب ۱ + ۳ یعنی ۴ + ۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳ ابھی تفریق ہوا ہے تو باقی کو ۳ (۱ + ۳) پر تقسیم کر کے ایک اور نئی رقم دریافت کریں اور علیٰ ہذا القیاس کے عمل بطور سابق کریں (۳۰۴) پیچیدہ جملوں اور اعداد کے جذر لکھو کے نکالنے میں اتنی طرح ہر عمل دفعہ بالآخر جگہ لکھیں جس طرح نیچے لکھا ہے

خانہ سوم	خانہ دوم	خانہ اول
۱ + ۳ + ۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳	۱ آؤ ۳	۱ + ۳
۳	۳ (۱ + ۳) آؤ ۳	
۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳	۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳	
۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳		

اول رقم کے جذر یعنی ۱ کو دریافت کرو اور ۱ کو جملہ کے نیچے لکھو جو تیسرے خانے میں لکھا ہوا ہے اور ۳ کو اول خانہ پر لکھو اور ۳ کو دوسرے خانہ پر اور ۳ آؤ ۳ کو ۱ پر تقسیم کرو اور بجا قسمت حاصل کرو اور ۳ کو اول خانہ میں جو جملہ لکھا ہے اس پر زیادہ کرو اور اب جو جملہ بنادہی اس کو ب میں ضرب دیکر حاصل ضرب کو دوسرے مقام کے جملہ کے نیچے لکھو اور اس کو اس جملہ پر جو وہاں بالفعل لکھا ہوا زیادہ کرو تو ۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳ حاصل ہوگا اس کو ب میں ضرب دو حاصل ۳ آؤ ۳ + ۱ آؤ ۴ + ۳ ہوگا اس کو تیسرے خانہ پر لکھو کہ تفریق کرو سب طرح کی ہوتی (۱ + ۳) کے تفریق کرنے کا اصل جملہ میں سے عمل کیا اگر وہاں اور زیادہ رقمیں ہوں تو یہی عمل جاری رکھو

(۳.۸) جب اور اگے محل کرنا پڑی تو ہکو خانہ اول پر کچھ ہیا زیادہ کرنا چاہی کہ جسے جلد خانہ اول کا چنداوس جلد جذالکعب کہ اتیک نظر ہو جاوے اور یہ بات اس طرح آتی سے حاصل ہوتی ہے کہ خانہ اول میں ۱۲ + ب پر ۲ ب زیادہ کریں تو ۱۳ + ۳ ب حاصل ہوگا اور یہ چند ۱ + ب یعنی اوس حصہ جذالکعب کا ہے جو اتیک دریافت ہوا ہے اور سو اُنکی ہکو دس خانہ میں ایسی رقم کوئی زیادہ کرنی چاہی کہ چند مجذور اوس حصہ کا جو جذالکعب کا اتیک دریافت ہوا معلوم ہو جائے

آسان ترکیب یہ ہے کہ خانہ دوم میں (۳ + ب) ب اور ۱۳ + ب  
 جسکے نیچر ۱۳ + ۳ ب + ب لکھی ہوئی ہیں  
 اسکے نیچر ۲ ب

اسکے نیچر ۲ ب اور لکھو او تینوں سطروں کے

تینوں جملوں جمع کر تو ۱۳ + ۳ ب + ۲ ب یعنی (۱ + ب) کا چند حاصل ہوگا  
 یعنی چند مجذور اوس حصہ کا جو اتیک دریافت ہوا ہے  
 (۳ + ب) ب  
 ۱۳ + ۳ ب + ۲ ب  
 ۱۳ + ۳ ب + ۲ ب

(۳.۹) مثالین

۸ - ۳۴ + ۱۰۲ - ۱۴۱ + ۲۰۲ - ۱۴۲ + ۴۲ کا جذالکعب نکالو

$\left\{ \begin{array}{l} \text{خانہ دوم} \\ \frac{12}{(113 - 4)13 - 4} \\ \frac{12}{4 + 18 - 12} \\ \frac{12}{4} \\ \hline 12 - 34 + 102 - 141 + 202 - 142 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{خانہ اول} \\ 4 - 3 \\ 4 - \\ \hline 4 - 14 + 102 \end{array} \right.$
--	---

$$(14 + 4 - 4)13$$

$$14 + 4 - 4 + 51 - 34 + 102 - 141 + 202 - 142$$

$$8 - 34 + 102 - 141 + 202 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142$$

$$42 + 102 - 142 + 202 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142$$

$$42 + 102 - 142 + 202 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142$$

$$42 + 102 - 142 + 202 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142$$

$$42 + 102 - 142 + 202 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142 + 42 - 142$$

جذر الکعب ۸ لا کا ۲ لا ہے اور یہ اول رقم جذر الکعب مطلوب کی ہر لا کو چھ معلوم کی گئی تھی  
تیسرے خانے میں لکھو اور اسکو تفریق کرو اور ۲ لا کے چند کو اول خانے میں اور چند مجذور  
۲ لا کو دوسرے خانے میں لکھو یعنی ۴ لا اول خانے میں اور ۱۲ لا دوسرے خانے میں لکھو۔ ۳۴ لا کو ۲ لا پر  
نقسیم کرو تو خارج قسمت ۳ لا حاصل ہوگا اور یہ دوسرے رقم جذر الکعب کی ہوگی اس رقم کو اول  
خانے میں لکھو اور اب جو جملہ اول خانے میں پیدا ہوا ہے یعنی ۴ لا۔ ۳ لا کو۔ ۳ لا میں ضرب اور  
جملہ ضرب کو دوسرے خانے میں لکھو اور اول خانے کی جملہ کے ساتھ جمع کرو تو ۱۲ لا۔ ۸ لا۔ ۴ لا  
جمل ہوگا اسکو۔ ۳ لا میں ضرب دیکر جملہ ضرب کو تیسرے خانے میں لکھو تفریق کرو تو تیسرے خانے  
باقی نکلیگی اور چند الکعب مطلوب کا حصہ ۲ لا۔ ۳ لا حاصل ہوگا اب خانے اول اور دوم کو مجموعہ  
۳۰۸ کے درست کرتے دو چند۔ ۳ لا یعنی ۴ لا کو خانے اول میں لکھ کر جمع کرو تو ۴ لا۔ ۹ لا  
حاصل ہوگی یعنی چند اوس حصہ جذر الکعب جو اب تک دریافت ہوا ہے اور مجذور۔ ۱۳ لا  
یعنی ۹ لا دوسرے خانے میں لکھ کر آخر تینوں سطروں کے جملوں کو جمع کریں تو ۱۲ لا۔ ۳۴ لا۔ ۳۴ لا ہوگا  
یہ چند مجذور جذر الکعب کے اوس حصہ کا ہی جو اب تک نکلا ہے۔ اب جو باقی تیسرے خانے میں  
ہے اوسکو اس جملہ پر جواب حاصل ہوا ہر تقسیم تو نکلیگی اور یہ آخر رقم جذر الکعب مطلوب  
کی ہوگی اور اوس پر عمل ہو بطریق کرین جیسا کہ پہلے کیا تھا یعنی اس رقم کو اول خانے میں لکھیں  
تو جملہ اول خانے میں ہوگا یہ ہوگا کہ ۴ لا۔ ۹ لا + ۳۴ لا میں ضرب دیکر حاصل ضرب کو  
نیچے خانے دوم کے جملہ کے لکھیں اور ان دو کو جمع کریں تو ۱۲ لا۔ ۳۴ لا + ۵۱ لا۔ ۳۴ لا + ۱۴ لا  
حاصل ہوگا اسکو ۴ میں ضرب دیکر جملہ ضرب کو تیسرے خانے میں لکھیں اور تفریق کریں رائج  
باقی نہیں رہیگی اسلئے ثابت ہوا کہ ۲ لا۔ ۳ لا + ۴ لا جذر الکعب مطلوب ہے  
(۳۱) جو کچھ جملہ جبریہ کے جذر الکعب کی تحقیقات اوپر ہوئی وہ اعداد کے جذر الکعب لکھ کر  
بھی بکار آمد ہے اور اوسی ترکیب سے اعداد کا جذر الکعب نکل سکتا ہے  
جذر الکعب ۱۰۰ کا ۱۰ ہے اور ۱۰۰۰ کا ۱۰۰ ہے پس یہ معلوم ہوا کہ جذر الکعب ان اعداد





(۳۱۱) جزر الکعب ۱۰۹۲۱۵۳۵۲ کا نکالو

۱۰۹ ۲۱۵ ۳۵۲ (۲۷۸	۸۸۹	۱۲۷
۴۲	۵۴۸۹	۱۲
۲۵۲۱۵	۲۹	۱۲۱۸
۳۹۸۲۲	۴۴۲۷	
۵۳۹۲۳۵۲	۱۱۳۲۲	
۵۳۹۲۳۵۲	۴۷۲۰۲۲	
x		

جب جزر الکعب میں دو ہند یعنی ۲۷۸ حاصل ہو گئے تو بموجب فقہ ۳۰۸ کے اول اور دوسرے خانہ کو پر کیا، کے دو چند ۱۲ کو اول خانہ میں لکھ کر دونو سطرون کو جمع کر لیا اور ۱۲ حاصل کیا اور دوسرے خانہ میں مجذور کا لکھ کر اور آخر تینوں سطرون کو جمع کر کے ۴۴۲۷ حاصل کیا اور پھر عمل بطور سابق کیا تو جزر الکعب ۲۷۸ حاصل ہوا

انتہا عمل میں ہم یہ خیال کر سکتے ہیں کہ جزر الکعب میں دو ہند ۲۷۸ یا ۴۱۵۳ ہو لیکن انتہا کرنے سے معلوم ہوگا کہ یہ اعداد بڑی میں جزر کی طرح کئی اعداد پر امتحان عموماً ابتداء عمل میں کرنا پڑتا ہے

۴۵۳۰۰۲۸۷۷ کا نکالو

(۳۱۲)

۸۴۵۳۰۰۲۸۷۷ (۲۰۵۳	جزر الکعب	} 40.5 10 4153
۴۵۳۰۰۲	۱۲ ۳۰۲۵	
۴۱۵۱۲۵	۱۲۳۰۲۵	
۳۷۸۷۷۸ ۷۷	۲۵	
۳۷۸۷۷۸ ۷۷	۱۲۴۰۷۵	
x	۱۸۲۵۹	
	۱۲۴۲۵۹ ۵۹	

اس مثال سے طالب علم کو یہ معلوم ہوگا کہ جب صفر جزر الکعب میں واقع ہوتا تو کیا کرنا پڑتا ہے

(۳۱۳) جب ایک عدد میں مراتب عشریہ ہوں تو اس کے لکعب میں اسے چند مراتب عشریہ ہونگے اگر ایک عدد ایسا ہو کہ اس میں مراتب عشریہ ہوں اور وہ لکعب کا مکمل ہو اور انی سادہ صورت میں لکھا ہو تو اس میں ضرور تعداد مراتب کوئی ضعیف ہوگا اور اس کے جزر الکعب میں تہائی مراتب اس عدد ہونگے پس اسے معلوم ہوا کہ اس کی یہ نقطہ کا



$$(۸) \sqrt[۴]{\frac{۸۱}{۲۵}} (۹) \sqrt[۵]{\frac{۲۷}{۳۲}} (۱۰) \sqrt[۶]{\frac{۲۷}{۳۲}}$$

جملہ مفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

$$(۱۱) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۱۲) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۱۳) \frac{۱۴ + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵}}{۹ + ۱۲\sqrt{۲۵} - ۲۵\sqrt{۲۵}}$$

$$(۱۴) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۱۵) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۱۶) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۱۷) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۱۸) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۱۹) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۰) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۱) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۲) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۳) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۴) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۵) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۶) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۷) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۸) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۲۹) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۳۰) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۳۱) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

$$(۳۲) ۱۴\sqrt{۲۵} + ۲۰\sqrt{۲۵} - ۲۹\sqrt{۲۵} + ۳۴\sqrt{۲۵}$$

(۳۸)  $(\bar{u}^2 - \bar{u}^2 + \bar{u}^2 - \bar{u}^2 + \bar{u}^2 - \bar{u}^2)$

اعداد مفصلہ ذیل کا جذر دریافت کرو

(۳۵) ۱۱۵۹ (۳۴) ۲۰۲۵ (۳۶) ۳۷۲۱ (۳۸) ۵۱۸۳ (۳۹) ۷۵۹۹

(۴۰) ۹۸۰۱ (۴۱) ۱۵۱۲۹ (۴۲) ۱۰۳۰۴۱ (۴۳) ۱۴۵۴۴۹

(۴۴) ۳۰۸۰۵۲۵ (۴۵) ۸۱۵۲۱۴۴ (۴۶) ۵۸۳۵۳۹۹

(۴۷) ۱۵۲۲۷۵۹ (۴۸) ۲۹۳۷۴۴۰۰ (۴۹) ۳۸۴۵۲۴۵۰۱

(۵۰) ۵۲۴۳۷۳۹۹۹ (۵۱) ۴۴۱۲۸۰۴۴ (۵۲) ۳۲۴۳۷۳۹۹۹

(۵۳) ۱۴۴۱۴۸۴۹ (۵۴) ۲۵۴۰۷۴۳۸۳۴ (۵۵) ۳۲۵۵۱۳۷۴۴

(۵۶) ۴۵۴۸۷۳۰۵۴ (۵۷) ۵۴۸۷۳۰۵۴ (۵۸) ۴۴۵۴۰۴۰۲۲۴۱

ہر ایک عدد کا جذر باپچ مرتبہ کے عشریہ تک نکالو

(۵۹) ۵۹ (۶۰) ۴۵۲۱ (۶۱) ۴۳۳ (۶۲) ۵۰۸۵۲ (۶۳) ۱۷

(۶۴) ۱۲۹ (۶۵) ۳۴۷۳۵۹ (۶۶) ۱۲۲۹۵۳۸۷

جذرا لکھ جلہاں مفصلہ ذیل کا نکالو

(۶۷)  $\bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2$

(۶۸)  $\bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2$

(۶۹)  $\bar{u}^2 - \bar{u}^2 + \bar{u}^2 - \bar{u}^2 + \bar{u}^2 - \bar{u}^2$

(۷۰)  $\bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2$

(۷۱)  $\bar{u}^2 - \bar{u}^2 + \bar{u}^2 - \bar{u}^2 + \bar{u}^2 - \bar{u}^2$

(۷۲)  $\bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2$

(۷۳)  $\bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2$

(۷۴)  $\bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2 + \bar{u}^2$

چھٹے مرتبہ کا نزول جملہ اہل مفصلہ ذیل کا درجہ کرو

$$y^4 + 4y^3 + 6y^2 + 4y + 1 = (y+1)^4$$

$$1 + u_{10} - \frac{r}{u} u_{10}^2 + \frac{r}{u} u_{10}^3 - \frac{r}{u} u_{10}^4 + \frac{\delta}{u} u_{10}^5 - \frac{y}{u} u_{10}^6 \quad (4)$$

اعداد کا جنر الکعب دریافت کرو

106N4N(69) NPA60(61) 1441N(66)

66A4AA (AY) 4A106Y (AI) 7749A1 (AO)

0N-1-10P (AD) PPN169P (AN) P4PA-2P (AP)

SPY-PNAA4P (AA) 14151-P464 (A6) 4-PW45PAA (A4)

Р. 91-018840 (9.) 134133.431 (14)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 (10) 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 (21)

## تینیسوان باب قوت نما

(۳۱۶) دفعہ ۱۴ میں جو تعریف قوت نامائی لکھی ہے اور اسکی بموجب وہ مثبت اور صحیح عدد ہوتا ہے اس تعریف کو توسیع کے ساتھ بیان کرنا اور قوت نامائی خواہ کسے ہو خواہ منفی ہو تعریف کی ہے۔

(۳۱۷) اگر مومن مثبت صحیح اعداد ہوں

$$0 + 1 = 1 \times 1$$

دفعہ ۵۹ میں اثنیہاں کا ثبوت ہو چکا ہے لیکن اس ثبوت کو بیان مکرر لکھنا خالی از منقبت ہے

۱ = ۱ × ۱ × ۱ ... م جز فزنی تک بموجب دفعہ ۱۹

۱۰۰۱ × ۱ × ۱ = ۱۰۰۱ جز سرفنی تک بموجب دفعه ۱۴

اسو       $1 \times 1 = 1$      $1 \times 1 \times 1 = 1$      $1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$     ...     $m + n$  جزیرے تک

$\Sigma^n =$  مجموعہ دفعہ ۱۶ کے

اور اسی طرح سے اگر ع کوئی مثبت صحیح ہو تو

اگر  $n = 1$   $m + n + 1$  اور علیٰ بن القیاس



اسوے  $\frac{1}{2}$  کے برابر  $n$  مرتبہ کے نزول کے ہر  
یعنی  $\frac{1}{2} = \frac{n}{2}$  پس آئے معلوم ہوا کہ  $\frac{1}{2}$  سے مراد یہ ہے کہ  $n$  قوت کی  $n$  مرتبہ کا نزول ہو  
یعنی جب قوت نماک ہو تو شمار کنندہ مرتبہ معبود کو اور نسبت نما مرتبہ نزول کو تعبیر کر لگا  
(۳۲۲) پس مثبت قوت نما کی خواہ وہ صحیح یا کسر ہو معنی بتلائے گئے ہیں اب منفی قوت نما کے

معنی بتلانے رہے مثلاً  $\frac{1}{2}$  کے معنی بتلاؤ کہ کیا ہیں

بموجب فرض کے  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

اسوے  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

اب ہم اس حدود کو علامات عامہ میں بیان کرتے ہیں

(۳۲۳) دریافت کرو کہ کیا معنی  $\frac{1}{2}$  کے ہیں جب  $n$  ایک مثبت عدد صحیح یا کسر ہو

بموجب فرض کے  $m$  کچھ ہی ہو  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

اب ہم فرض کرتے ہیں کہ  $m$  مثبت اور بڑا بہ نسبت  $n$  کے تو اوپر کی طرح

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  اور اسوے  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

اسوے  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

اسوے  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

اس مطلب کو الفاظ میں بیان کرنے کے لئے متکافی کے معنی بتلانے پڑے کہ ایک مقدار دوسرے  
مقدار کی متکافی کہلاتے ہیں اگر ان دونوں کا حاصل ضرب احد کے برابر ہو جیسے کہ متکافی  
 $\frac{1}{2}$  کا ہے

پس آئے معلوم ہوا کہ  $\frac{1}{2}$  متکافی  $\frac{1}{2}$  کا ہے اس نتیجہ کو علامات میں اتنی طور سے لکھ سکتے ہیں

کہ  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

(۳۲۴) قوت نما منفی کے معنی جواباً بیان ہوئے اس سے نتیجہ نکلتا ہے کہ  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

خواہ  $m$  بڑا ہوں سے خواہ چھوٹا ہوں سے اسوے اگر  $m$  چھوٹا ہوں سے ہو تو

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

فرض کرو کہ  $m = n$  تو  $\frac{1}{n}$  ظاہر برابر کے ہر اور  $\frac{1}{n}$  ذ آخر منہ کے معنی اس تک  
 سمجھ نہیں سکتے ہیں پس ہم کو اختیار ہے کہ اس کا مفہوم جو چاہیں ہر الین اور ہم کہنا کر دیں گے  
 $\frac{1}{n} = 1$

(۳۲۵) قوت نا کا تمام و کمال بیان بڑے جبر مقابلہ میں کیا گیا ہے یہاں مثالیں اور چند  
 قوتیں جو حدود اور کسور کے چند خواص سے بندوں کے سمجھ میں آتی ہیں لکھ دی ہیں بیان  
 کامل جبکہ دیکھنا ہو وہ بڑے جبر مقابلہ میں دیجئے

(۳۲۶) اگر  $m$  اور  $n$  اعداد صحیح ہوں تو ہم کو معلوم ہے کہ  $\left(\frac{1}{n}\right)^m = \frac{1}{n^m}$  بموجب قہ ۴۲ کے  
 لیکن یہ نتیجہ اس صورت میں ہی صحیح ہے جب  $m$  و  $n$  اعداد صحیح نہ ہوں  
 مثلاً  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  ہوگی

اسو  $\frac{1}{n}$  کہ فرض کرو  $\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{n}}$  اب طرفین کا چوتھی قوت کا صعود لو تو  $\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$   
 اور اب دونوں طرف کو تیسری قوت میں اٹھایا تو  $\frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}$  اسو  $\frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}$  اور یہی ثابت  
 کرنا تھا

(۳۲۷) اگر  $n$  ایک مثبت صحیح عدد ہو تو ہم کو معلوم ہے کہ  $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$  (اب یہ نتیجہ درست ہے)  
 اگر  $n$  عدد صحیح مثبت نہ ہو

مثلاً  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  (اب  $\frac{1}{2}$  اسو  $\frac{1}{2}$  اگر طرفین کو تیسری قوت میں اٹھائیں تو ہر طرف  
 میں  $\frac{1}{2}$  حاصل ہوگا پس ہر ایک طرف جذر الکعب اب کا ہے اور اس طرح سے  
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$  (اب  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ )

فرض کرو کہ  $\frac{1}{n}$  و  $\frac{1}{m}$  وغیرہ مقدار میں ہیں اور ہر ایک ان میں سے برابر کے ہے  
 تو ہم کو یہ حاصل ہوگا  
 $\left(\frac{1}{n}\right)^m = \frac{1}{n^m}$

یعنی  $\left(\frac{1}{n}\right)^m = \frac{1}{n^m}$  پس  $\frac{1}{n}$  کے  $m$  مرتبہ کے نزول کے کم قوت برابر کے  $m$  قوت کے مرتبہ کے نزول کے



(۳۲۸) ایک ہی کسر مختلف صورتوں میں لکھی جاتی ہے اور کچھ اوسکی قیمت اور قدر نہیں

بدلتی مثلاً  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  اسے معلوم ہوا کہ  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  اور یہی امر واقعی ہے اسلئے کہ اگر دونو

طرف مساوات کو چھٹی قوت میں اٹھائیں تو دونو طرف حاصل ہوگی پس معلوم ہوا کہ ہر

طرف مساوات کی چھٹی مرتبہ کا نزول آکا ہے

(۳۲۹) اب چند مثالیں قوت نما کسری اور منفی کے لکھتے ہیں

• ضرب دو  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  کو  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  میں

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \quad \frac{1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{6}$$

$$\text{اسو } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{تقسیم کرو } \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\text{اسو } \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

ضرب دو  $2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$  کو  $2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$  میں

$$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$$

$$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

اب بیان اول طریق  $1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \quad \frac{1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{6}$

تقسیم کرو  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

# امثلة نمبری ۳۳

در یافت کرو

$$(۱) \frac{1}{2} \quad (۲) \frac{1}{3} \quad (۳) \frac{1}{4} \quad (۴) \frac{1}{5} \quad (۵) \frac{1}{6} \quad (۶) \frac{1}{7}$$

$$(۷) \frac{1}{8} \quad (۸) \frac{1}{9} \quad (۹) \frac{1}{10} \quad (۱۰) \frac{1}{11} \quad (۱۱) \frac{1}{12}$$

ضرب دو

$$(۱۲) \frac{1}{13} \times \frac{1}{14} \times \frac{1}{15}$$

$$(۱۳) \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20}$$

$$(۱۴) \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \frac{1}{24} + \frac{1}{25}$$

$$(۱۵) \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} + \frac{1}{29} + \frac{1}{30}$$

$$(۱۶) \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \frac{1}{34} + \frac{1}{35}$$

$$(۱۷) \frac{1}{36} + \frac{1}{37} + \frac{1}{38} + \frac{1}{39} + \frac{1}{40}$$

$$(۱۸) \frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \frac{1}{44} + \frac{1}{45}$$

$$(۱۹) \frac{1}{46} + \frac{1}{47} + \frac{1}{48} + \frac{1}{49} + \frac{1}{50}$$

$$(۲۰) \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \frac{1}{54} + \frac{1}{55}$$

تقسیم کرو

$$(۲۱) \frac{1}{56} - \frac{1}{57} - \frac{1}{58} - \frac{1}{59} - \frac{1}{60}$$

$$(۲۲) ۱ - \frac{1}{61} - \frac{1}{62} - \frac{1}{63} - \frac{1}{64} - \frac{1}{65}$$

$$(۲۳) \frac{1}{66} + \frac{1}{67} + \frac{1}{68} + \frac{1}{69} + \frac{1}{70}$$

$$(۲۴) \frac{1}{71} - \frac{1}{72} + \frac{1}{73} - \frac{1}{74} + \frac{1}{75} - \frac{1}{76}$$

$$(۲۵) \frac{1}{77} + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} + \frac{1}{81} + \frac{1}{82}$$

$$(۲۶) \frac{1}{83} + \frac{1}{84} - \frac{1}{85} + \frac{1}{86} + \frac{1}{87} + \frac{1}{88} - \frac{1}{89}$$

$$(۲۷) \frac{1}{90} - \frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \frac{1}{93} - \frac{1}{94} + \frac{1}{95} - \frac{1}{96}$$

$$(۲۸) \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} + \frac{1}{101} - \frac{1}{102} + \frac{1}{103} - \frac{1}{104}$$



کو لانا چاہتے ہیں اس کے موافق صعود اور سکالین اور پیراوس صعود و پیراوس میں نزول  
جس کے ماتحت مقدار کو لانا چاہتے ہیں لکھ دیں مثلاً

$$۳ = ۱۸ = ۹ \times ۲ = ۳ \times ۳ = ۱۸ \text{ اور } ۱ = ۱ \text{ اور } ۱ = ۱ \text{ اور } ۱ = ۱ \text{ اور } ۱ = ۱ \text{ اور } ۱ = ۱$$

(۳۳۳) منطق اور ہم مقداروں کے حاصل ضرب کو مقدار ہم بنائیکا قاعدہ یہ ہے کہ مقدار منطق کو  
موافق دفعہ بالا کے تحویل مقدار ہم کی صورت میں کر کے موافق دفعہ ۳۲ کی ضرب بیکر حاصل ضرب  
لکھو مثلاً

$$۳ = ۱۸ = ۹ \times ۲ = ۳ \times ۳ = ۱۸ \text{ اور } ۱ = ۱ \text{ اور } ۱ = ۱ \text{ اور } ۱ = ۱ \text{ اور } ۱ = ۱$$

(۳۳۴) اس کے بالعکس ایک مقدار ہم حاصل ضرب ایک مقدار ہم اور منطق کا بن سکتا ہے اگر نزول  
ایک بزرگ ضربی کا نکل سکتا ہو

$$\text{مثلاً } ۱۸ = ۳ \times ۶ = ۳ \times ۶$$

$$\text{اور } ۱۸ = ۳ \times ۶ = ۳ \times ۶$$

$$۳ = ۱۸ = ۹ \times ۲ = ۳ \times ۳ = ۱۸$$

(۳۳۵) ایک سر ہم کی تحویل ایک اور ایسی جگہ کی صورت میں ہو سکتی ہے جس کا کوئی جزو صحیح ہو

$$\text{مثلاً } \frac{۱۸}{۳} = \frac{۱۸}{۳} = \frac{۱۸}{۳} = \frac{۱۸}{۳}$$

$$\frac{۱۸}{۳} = \frac{۱۸}{۳} = \frac{۱۸}{۳} = \frac{۱۸}{۳}$$

(۳۳۶) جن مقادیر ہم کا قوت نامتحد ہو تو ان کی مساوی لہ ایسے دریا ہو سکتے ہیں  
کہ جب کا قوت نامتحد ہو اس بات کے سمجھنے کے لئے دفعہ ۳۲ دیکھو

مثلاً ۱۸ اور ۳ کا قوت نامتحد کرنا چاہتے ہیں

$$۱۸ = ۲ \times ۹ = ۲ \times ۳ \times ۳ = ۲ \times ۳ \times ۳ = ۲ \times ۳ \times ۳ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

پس قوت نامتحد ہو گیا

(۳۳۷) دفعہ بالا اس کام میں آتی ہے کہ مقادیر ہم کی جو ٹائپ ٹائپ اسی او معلوم ہو جائی

جن مقادیر اہم کی چھوٹائی بڑائی دریافت کرنی ہو اور ان کا قوت نامہ تحریر کر دیکھ لو کہ کوئی مجموعہ یا جزا

مثلاً مثال گذشتہ میں اگر سکودریا کرنا ہو تاکہ ۵۷ یا ۳۱۱ بڑا ہو تو ہر کو قوت نامہ کی یکساں کیسی ہو

معلوم ہو گیا کہ پہلے بڑا ہے اس لئے کہ ۱۲۵ بڑا ۱۲۱ سے ہے

(۳۳۸) اگر مقادیر اہم کے اجزاء ایک ہی ہوں یا ایک ہوتے ہوں تو ان کو اہم مقادیر متماثلہ کہتے ہیں

مثلاً ۷۵۷ و ۷۵۷ کو اہم مقادیر متماثلہ کہیں گے اور ۲۷۵ اور ۱۴۳۱۷ بھی مقادیر متماثلہ ہیں اس لئے کہ

$$۲۷۵ \times ۱۴۳۱۷ = ۳۹۵۷۲۵$$

(۳۳۹) جمع و تفریق مقادیر اہم متماثلہ کی اس طرح کی ہوتی ہے کہ اوپر مثال کو جمع و تفریق کر کے

حاصل کے آگے مقدار اہم لکھ دو

$$\text{مثلاً } ۱۲۷۵ + ۷۵۷ - ۲۷۵ = ۱۷۵۷ = ۳۹۵۷۲۵ (۷۵۷ - ۲۷۵ + ۱۲۷۵)$$

$$= ۳۹۵۷۲۵ \times \frac{۱}{۱۲۷۵} + ۳۹۵۷۲۵ \times \frac{۱}{۷۵۷} - ۳۹۵۷۲۵ \times \frac{۱}{۲۷۵}$$

$$\frac{۳۹۵۷۲۵}{۱۲۷۵} = \frac{۳۹۵۷۲۵}{۱۲۷۵} \times \frac{۱}{۱۲۷۵} + \frac{۳۹۵۷۲۵}{۷۵۷} \times \frac{۱}{۷۵۷} = \frac{۳۹۵۷۲۵}{۱۲۷۵ \times ۱۲۷۵} + \frac{۳۹۵۷۲۵}{۷۵۷ \times ۷۵۷}$$

(۳۴۰) مفرد مقادیر اہم کو جبکہ قوت نامہ ایک ہے ہوں ضرب دینے کا یہ قاعدہ کہ اہم اجزاء ضربی

کو باہم اور منطبق اجزاء ضربی کو باہم علیحدہ علیحدہ ضرب دیں تو حاصل حاصل ضرب ہوگا

$$\text{مثلاً } ۳۹۵۷۲۵ \times ۲۷۵ = ۱۰۸۸۱۴۳۷۵ \text{ اور } ۳۹۵۷۲۵ \times ۷۵۷ = ۲۹۹۵۴۳۷۵$$

$$۱۲ = ۲ \times ۴ = ۸۳۴ = ۲۷۵ \times ۱۲۷۵$$

(۳۴۱) جن مقادیر اہم کے قوت نامہ یکساں نہیں ہیں اونچی ضرب دینے کا یہ قاعدہ کہ اون کی تحول

ایسے مقادیر اہم کے طرف کر لو جبکی قوت نامہ یکساں ہوں اور پھر ان پر عمل موافق قاعدہ گذشتہ کیجئے

مثلاً ۷۵۷ کو ۳۱۱ میں ضرب دو

$$\text{بحوجہ فہ ۳۳۴ کے } ۷۵۷ = ۱۲۵۷ \text{ و } ۱۲۵۷ = ۱۲۱۷$$

$$\text{پس حاصل ضرب } ۸۷۵ (۱۲۵) \times (۱۲۱) \text{ یعنی } ۱۰۵۱۲۵۷۵ \text{ ہوا}$$

(۳۴۲) مرکب جملہ اہم کی ضرب بھی مثل جملہ اہم مرکب جبریہ کے ہوتی ہے

$$\text{مثلاً } (3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \times (3\sqrt{2} - 3\sqrt{2})$$

$$4\sqrt{2} + 4 = 3 - 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3 =$$

(۳۷۳) مفروضہ مقداریں ہم کی تقسیم کا قاعدہ مثل قاعدہ ضرب کے ہے اور حاصل کا مختصر بموجب دفعہ ۳۳۵ ہوتا ہے

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3} = 3\sqrt{2} \div 3\sqrt{2}$$

$$= \frac{12\sqrt{2}}{12\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 11\sqrt{2} \div 4\sqrt{2}$$

$$\frac{12\sqrt{2} - 12\sqrt{2}}{11} = \frac{(11) \times 12\sqrt{2}}{(11) \times 12\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{12\sqrt{2}}$$

دیکھو کہ دفعہ ۳۳۵ کی منتحانت سے نتائج ایسی صورتیں تھیں کہ لکھے ہیں کہ اول کا حساب نہایت آسان ہو گیا ہے مثلاً تقریبی قیمت عددی  $3\sqrt{2} \div 3\sqrt{2}$  کی درپٹ کرنی ہو تو فقط ۴ کے جذر کو نکال لو اور ۳ پر تقسیم کر دو

(۳۴۴) تقسیم میں فقط وہ صورت بکار آئے گی کہ حصین مقسوم علیہ ایک جملہ ایسا ہو کہ اوپر دو مقداریں درجہ دوم کی یعنی جذر ہو واقع ہوں اسی جگہ پر تقسیم ہونیکے یہی معنی ملتا ہے ہیں کہ کسر نسبت کو ایک مقدار منطق بناوین اور اس عمل کا نام یہی ہے کہ کسر کے نسبت کا منطق بنانا

مثلاً یہ کسر ہو کہ  $\frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}$  اب اس کسر کے شمار کنندہ اور نسبت کا

میں ضرب دین تو کسر کی قیمت نہیں تبدیل ہوگی اور اس کا نسبت کا منطق ہو جاوے گا

$$\frac{3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}} = \frac{(3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2}}{(3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}$$

$$\frac{4\sqrt{2} + 1}{1} = \frac{4\sqrt{2} + 1}{2 - 12} = \frac{(4\sqrt{2} + 3\sqrt{2})(4\sqrt{2} + 3\sqrt{2})}{(4\sqrt{2} + 3\sqrt{2})(4\sqrt{2} - 3\sqrt{2})} = \frac{4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}$$

(۳۴۵) اب ہم ایک ترکیب بیان کرتے ہیں جس پر ایسی جملہ ثنائی کا جذر نکل آئے گا بشرطیکہ

رہنوں میں ایک نم دوسرے درجہ کی ہو مثلاً فرض کرو کہ ہم  $4\sqrt{2} + 4$  کا جذر درپٹ کر چاہتے ہیں

چونکہ  $(4\sqrt{2} + 4) = 4\sqrt{2} + 4$  اگر قیمت لا اور  $4$  کی لا  $4 = 4$  اور

۲۰۹ = ۱۲۴ سے دریافت کریں تو جذر ۱۲۴ کا درجہ ہو جاوے گا اور تمام کسر  
عمل کی طرح ہوگی کہ

$$\text{فرض کرو کہ } ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$\text{مجزور کیا تو } ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$\text{فرض کرو کہ } ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$\text{مجزور کر دو اور تفریق کرو تو } (۱۲۴ + ۱۲۴) - ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ = ۱$$

$$\text{یعنی } (۱۲۴ - ۱۲۴) = ۱ \text{ کو اور } ۱۲۴ - ۱ = ۱۲۳ \text{ چونکہ } ۱۲۴ + ۱ = ۱۲۵ \text{ اور } ۱۲۴ - ۱ = ۱۲۳$$

$$\text{اس طرح } ۱۲۴ = (۱۲۴ + ۱۲۴) = ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$\text{اور علیٰ ہذا القیاس } ۱۲۴ = (۱۲۴ - ۱۲۴) = ۱۲۴ - ۱۲۴$$

امثلہ نمبری ۳۴

مختصر کرو

$$(۱) ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$(۲) ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴$$

ضرب دو

$$(۵) ۱۲۴ + ۱۲۴ - ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ - ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ - ۱۲۴$$

$$(۴) ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$(۳) ۱۲۴ + ۱۲۴ - ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ - ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ - ۱۲۴$$

کسو مفضلہ ذیل کے نسب نما کو منطق بناؤ

$$(۴) \frac{۱۲۴ + ۱۲۴}{۱۲۴ - ۱۲۴} = \frac{۱۲۴ + ۱۲۴}{۱۲۴ - ۱۲۴} = \frac{۱۲۴ + ۱۲۴}{۱۲۴ - ۱۲۴}$$

$$(۱۱) \frac{۱۲۴ + ۱۲۴}{۱۲۴ - ۱۲۴} = \frac{۱۲۴ + ۱۲۴}{۱۲۴ - ۱۲۴} = \frac{۱۲۴ + ۱۲۴}{۱۲۴ - ۱۲۴}$$

جذر لکھو

$$(۱۳) ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$(۱۴) ۱۲۴ - ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴ = ۱۲۴ - ۱۲۴$$

$$(۱۵) ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴ = ۱۲۴ + ۱۲۴$$

$$(18) \frac{1}{38} - \frac{1}{58}$$

$$(16) \frac{1}{(278+5)}$$

$$(19) \frac{1}{(344+12)} \quad (20) \frac{1}{(58+3)} + \frac{1}{(58-3)}$$

$$\frac{1}{38+1}$$

## پنچتیاوان باب نسبت کے بیان میں

(۳۴۶) جب ایک عدد دوسرے عدد کے ساتھ باعتبار قدر کے مقابلہ کیا جائے تو اس کو نسبت کہتے ہیں اور مقابلہ کرنے کے یہ معنی ہیں کہ ایک عدد کو دیکھیں کہ وہ دوسرے عدد کا کونسا ضلع یا جز ہے یا اجزا ہیں مثلاً ۴ کا مقابلہ ۳ سے کیا جائے تو اس کے معنی یہ ہیں کہ ہم یہ جان کرین کہ ۴ کی قدر لمباظ ۳ کے کیا ہے ظاہر ہے کہ اس کی قدر باعتبار ۳ کے دو چند ہونے کی ہے ۳ دو دفعہ ۴ میں شامل ہے اور اگر ہم ۴ کو ۲ کے ساتھ مقابلہ کریں تو ظاہر ہے کہ اس کی قدر ۲ جا ینگے اس لئے کہ اس کی قدر اب چند ہونے کی ہو جائے گی ۴ میں ۲ تین دفعہ شامل ہے اس لئے ۴ کے مقابلہ میں اتنا بڑا نہیں ہے جتنا کہ ۲ کے مقابلہ میں

(۳۴۷) نسبت اوب کی سطح سے لکھی جاتی ہے کہ دو نقطہ اون کے درمیان سطح سے

لکھتے ہیں جیسے ا: ب اور اول کو مقدم نسبت اور دوسرے کو تالی نسبت کہتے ہیں

(۳۴۸) ایک نسبت کا اندازہ اس سے ہوتا ہے کہ جب کا شمار کنندہ مقدم نسبت اور نسبت

تالی نسبت ہو مثلاً نسبت اوب کا اندازہ ۱ سے ہوگا اور خصاراً یہ کہا کرتے ہیں کہ نسبت اوب کی برابر ۱ کے ہے یا ۱ ہے

(۳۴۹) پس معلوم ہوا کہ جب ہم یہ کہتے ہیں کہ اوب کی نسبت برابر ۱ کی نسبت

کے ہے تو اس سے یہ مطلب ہوتا ہے کہ ۱ = ۱

(۳۵۰) اگر ارقام نسبت کو ایک ہی مقدار میں ضرب دین یا تقسیم کریں تو نسبت

میں فرق نہیں آویگا

اسوے کہ موجب دفعہ ۱۳۵ ۱ = ۱



(۳۵۱) دو یا زیادہ نسبتوں کا باہم مقابلہ اس طرح کر لیا کرتے ہیں کہ جو کسریں ان نسبتوں کا اندازہ کریں ان کا نسبت یا بحسان کریں مثلاً ایک نسبت ۱ اور ب کی اور دوسری نسبت ح اور د کی ہو تو اول نسبت ۱ = ۱/۱ دوسری نسبت ۲ = ۲/۲ اگر ۱ اور ۲ برابر نہ ہوں تو نسبت ۱/۲ کے ہے تو نسبت اول بڑی بہ نسبت دوسری کے ہو اور اگر ۱ اور ۲ برابر ہوں تو نسبت ۱/۲ کے اول برابر نسبت ثانی کے ہو اور اگر ۱ اور ۲ برابر نہ ہوں تو نسبت ۱/۲ کے ہو اور اگر ۱ اور ۲ برابر ہوں تو نسبت ۱/۲ کے ہو

(۳۵۲) اگر مقدم بڑا نامی ہو تو اس کی نسبت کبریٰ غیر مساوی اور اگر مقدم چھوٹا نامی ہو تو نسبت صغریٰ غیر مساوی اور اگر مقدم برابر نامی کے تو نسبت مساوی کہتے ہیں

(۳۵۳) اگر ارقام نسبت برابر کوئی عدد زیادہ کریں تو نسبت کبریٰ مساوی چھوٹی اور نسبت صغریٰ غیر مساوی بڑی ہو جائیگی مثلاً نسبت ۱/۲ ہو اور دو تو رقموں پر ملا زیادہ کر کے ایک ۱/۳ بنی

ب ۱/۲ پیدا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ب (۱+۱) بڑا (۱+۱) ہو یعنی ب لا بڑا لا یا بڑی سے ہو تو نسبت ۱/۲ بڑی نسبت ۱/۳ سے ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس چھوٹی ہونی کی کیفیت ہے

(۳۵۴) اگر ارقام نسبت میں سے کسی عدد کو جو ہر ایک رقم نسبت سے چھوٹا ہو تفریق کریں تو نسبت کبریٰ غیر مساوی بڑی ہوگی اور نسبت صغریٰ غیر مساوی گھٹتی ہوگی فرض کرو کہ نسبت ۱/۲ ہو اور دو تو رقموں میں سے لاکھ تفریق کرنے سے ایک نئی نسبت ۱/۳ پیدا ہو تو ظاہر ہے کہ اگر ب (۱-۱) بڑا (۱-۱) سے ہو یعنی ب لا چھوٹا لا یا بڑا چھوٹا سے ہو تو نسبت ۱/۲ بڑی نسبت ۱/۳ سے ہوگی اور علیٰ ہذا القیاس چھوٹی ہونی کی کیفیت ہے

(۳۵۵) اگر کسی نسبت میں ہوں اور ان سے کسی مقدم کو باہم ضرب کر لیں اور بتالیوں کو تو ان حاصل ضربوں کی نسبت کو نسبت مولفہ ان نسبتوں کی کہیں گے مثلاً نسبت ۱/۲ : ۱/۳ : ۱/۴ نسبت مولفہ نسبتوں ۱ : ۲ : ۳ : ۴ کی ہے اور اگر ایک ہی نسبت ۱ : ۲ : ۳ کو ۱ : ۲ : ۳ سے ضرب کر لیں تو نسبت مولفہ ان کی یعنی نسبت ۱ : ۲ : ۳ حاصل ہوگی اور یہ نسبت ثنائہ بالکثیر نسبتوں کی کہتے ہیں اور نسبت ۱ : ۲ : ۳ کو نسبت مثلثہ نسبت ۱ : ۲ : ۳ کی کہتے ہیں

(۳۵۴) مساوی نسبتوں میں یہ مسئلہ بڑے کام کا فرض کرو کہ  $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$  جس

تو ہر ایک ان نسبتوں سے برابر  

$$\frac{(ع + ۱ + ق + ح + ن)}{(ع + ۱ + ق + ح + ن)}$$
 کے

ہوگی خواہ ع وق دق کیسی ہی عدد ہوں فرض کرو کہ  $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$  جس تو کہ  $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$   
 ک = د = ح اور ک س = ر

اسو  $\frac{ع}{۱} = \frac{د}{۱} = \frac{ق}{۱} = \frac{ح}{۱} = \frac{ن}{۱}$  ع = د = ق = ح = ن

اسو  $\frac{ع}{۱} = \frac{د}{۱} = \frac{ق}{۱} = \frac{ح}{۱} = \frac{ن}{۱}$  ع = د = ق = ح = ن

اسو  $\frac{ع}{۱} = \frac{د}{۱} = \frac{ق}{۱} = \frac{ح}{۱} = \frac{ن}{۱}$  اگر اس سے زیادہ نسبتیں لیں تو یہ شکل سہیج سے

ثابت ہوگی ایک خاص مثال کے لئے فرض کرو کہ  $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$  جس تو ہر ایک نسبت

انہیں سے برابر  $\frac{ع}{۱} = \frac{د}{۱} = \frac{ق}{۱} = \frac{ح}{۱} = \frac{ن}{۱}$  اور ایک خاص صورت میں فرض کرو کہ

ع = ق = د = ن تو ہر ایک مساوی نسبتوں میں برابر  $\frac{ع}{۱} = \frac{د}{۱} = \frac{ق}{۱} = \frac{ح}{۱} = \frac{ن}{۱}$  کے ہوگی

### مسئلہ نمبر ۳۵

(۱) اگر کی نسبت ایک آنہ کم چار روپیہ سے کیا ہے

(۲) موافق اس ترتیب کے ان نسبتوں کو لکھ دو کہ بڑی نسبت اول ہو اور چھوٹی

نظریہ القیاس ۳: ۴ و ۱۲: ۸ و ۹: ۲ و ۳: ۵ و ۸

(۳) نسبت مولفہ نسبتوں ۴: ۵ و ۱۵: ۲۵ و ۳۴ کی بتلاؤ

(۴) دو عدد دون میں نسبت ۲ و ۳ کے ہی اور اگر سات ہر ایک بڑی یا چھوٹی تو انہیں

نسبت ۳ و ۴ کی ہو جاتی ہے اور ان اعداد کو بتلاؤ

(۵) دو عدد ایسی ہیں کہ انہیں نسبت ایسی ہے جیسے ۴ و ۵ میں اور اگر ہر ایک میں ۴ کم

کئے جائیں تو انہیں نسبت ۳ و ۴ کی ہو جاتی ہے اور ان اعداد کو بتلاؤ



ب سے جوج نسبت رکھتا ہے دسے اور اسکو اسطرح بیان کرتے ہیں کہ ا: ب :: ج: د  
اسطرح سے کہ ا: ب :: ج: د ارقام ۱۱ اور د کو اطراف اور ب اور ج کو واسطہ کہتے ہیں  
(۳۵۸) جب دو نسبتیں برابر ہوں تو چاروں عدد جو ان نسبتوں میں ہیں متناسب ہونگے  
اور اسباب میں ان دو مساوی نسبتوں کا ذکر ہے  
(۳۵۹) جب چار اعداد متناسب ہوں تو حاصل ضرب اطراف کا برابر حاصل ضرب واسطہ ہوتا ہے  
فرض کرو کہ ا: ب :: ج: د دو چار اعداد متناسب ہیں  
تو  $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$

ضرب ب د میں دو تو ا: د = ب: ج

جاوگا

پس اگر متناسب اعداد میں سے تین معلوم ہوں تو چوتھا اس ارتباط ا: د = ب: ج سے معلوم ہوتا ہے  
اگر ب = ج تو ا: د = ب: ب یعنی اگر پہلے عدد دوسرے عدد کے وہ نسبت رکھی جو دوسرا کہتا ہے تیسرے عدد  
سے تو حاصل ضرب اطراف کا برابر مجذور وسط کے ہوگا

جب ا: ب :: ب: د تو ب کو وسط متناسب ا: اور د کا کہتے ہیں اور اس متناسب کو متناسب  
علی التوالی

(۳۸۰) اگر حاصل ضرب دو عددوں کا برابر حاصل ضرب دو اور عددوں کے ہوں تو پہلے اعداد متناسب  
ہونگے اور انہیں سے ایک حاصل ضرب کی متین اطراف ہونگی اور دوسرے کی متین واسطہ  
اسوئے فرض کرو کہ ا: ب :: ج: د تقسیم کرو ا: ب پر تو  $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$   
یعنی ا: د :: ج: ب بموجب دفعہ ۵۵ کے

(۳۹۱) اگر ا: ب :: ج: د اور ج: د :: ر: س تو ا: ب :: ر: س

اسوئے کہ  $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$  اور  $\frac{ج}{د} = \frac{ر}{س}$  پس  $\frac{ا}{ب} = \frac{ر}{س}$  تو ا: ب :: ر: س

(۳۹۲) اگر چار اعداد متناسب ہوں تو وہ معکوس ہونے پر بھی متناسب ہونگے اگر

ا: ب :: ج: د تو ب: ا :: د: ج

اسو طے کہ  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  ایک کو ان دو تو پتہ کر

تو  $\frac{1}{a} = \frac{b}{c}$  یعنی  $b:a::c:b$  کو عکس نسبت کہتے ہیں

(۳۳) اگر چار اعداد متناسب ہوں تو وہ ابدال سے بھی متناسب رہیں گی یعنی اگر

۱:ب::ح: دلتو:ح::ب:د

اسو خطے کہ  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  طریقہ کو  $\frac{3}{6}$  میں ضرب دو تو  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

یعنی ا: ح :: پ: د

(۳۹۴) اگر چار عدد مناسب ہوں تو اول اور دوم کے مجموعہ کو دوم سے وہ نسبت ہوگی جو

اور جو تہ کے مجموعہ کو جو تہ سے یعنی اگر: ب:: ح: د تو ا+ب: ب:: ح+د: د

اسو سطحے کہ  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$  ان مساویوں پر ازادہ کرو نو  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$  یعنی

$$\frac{1+b}{c} = 1 + \frac{1}{c} \text{ یا } 1 + \frac{1}{b+c} :: c+d : d$$

(۳۴۵) اول اور دوم کے حاصلتفریق کو دسم وہ نسبت ہوگی جو سوم چارم کی حاصلتفریق کو

چہارم سے اس واسطے کہ  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  میں اولیوں میں سے اتفریق کرلو

۱۔ ۱ = ۱ - ۱ یعنی  $\frac{1}{1} = \frac{1}{1}$  یعنی ۱ - ۱ : ب : ب :: ح : د : د

(۳۶۶) ایسی ہی اول اور دوم کی حاصل تفریق کو اول سے وہ نسبت ہوگی جو سوم و چہارم

مختلف فرق کو نسبت ہر سوم سے بموجب دفعہ آخر کے لیتا =  $\frac{1}{2}$  اور لے =  $\frac{1}{3}$

$$\text{اسو } \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \text{ یا } \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \text{ یعنی } 1:2 :: 3:6$$

الوسطی : ا-ب :: ح:ج - د

(۶۷) اگر چار اعداد متناسب ہوں تو اول اور دوم مجموعہ کو اول اور دوم حاصل ضرب سے

وہ نسبت ہوگی جو تیس اور چوبی کی مجموعہ کو ہے تیس اور چوبی کی حالت فریق سنی

بموجب دفعات ۳۴۷ اور ۳۴۵ کے  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$  اور  $\frac{2}{2} = 1$  پ  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  د

$$\frac{d+2}{d-2} = \frac{c+1}{c-1} \div \frac{d+2}{d} = \frac{c-1}{c} \div \frac{c+1}{c+1} \text{ سطر اسوا}$$

یعنی  $1 + پ : 1 - پ :: ح + د : ح - د$

(۳۶۱) سے معلوم ہوا کہ اگر چار اعداد متناسب ہوں تو اوں کے اور بہت سے متناسب

اعداد و نقل سکنی بین دفعه ۳۵۶ کو سی و یکم لو

(۳۶۹) تناسب کی تعریف میں اس بات کو بیان کیا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار قطعاً ذو ضعاف باجز یا اجزا دوسری مقدار کی ہونی ہے لیکن یہ ہمیشہ ضرور ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار کی ذو ضعاف یا جز ہو کرے مثلاً ایک مربع کا ضلع طول میں ایک انچ ہے ہو تو اسکی مربع کا قطر طول میں ۲ انچ ہے ہو گا اب دیکھئے اوہ بیان کہ ۲ ایک مقدار ہم ہر اسکا پورا جز نہیں نکل سکتا

اسکو نسبت قطر و ضلع مربع کی صحیح اعداد میں نہیں بیان ہو سکتی جب دو مقدار میں  
ایسی ہوں کہ انکی نسبت اعداد میں صحیح صحیح نہ بیان ہو سکی تو انکو متباین کہتے ہیں اور انکی  
نسبت کو نسبت اہم علم حساب طالع علم کو بتلادیا گیا کہ جب دو مقدار میں متباین ہوں تو گو  
انکی نسبت اعداد میں تحقیقی نہ بتلا سکیں لیکن تقریبی جیسقدر ہم بتلا سکتے ہیں مثلاً  
دو عدد ہم ایسے دریافت کر سکتے ہیں کہ ایک ان میں ۲۸ سے چھوٹا ہو اور دوسرا بڑا اور  
ان دو نو عددوں میں فرق اسقدر کم ہو جیسقدر ہم چاہیں

(۳۷۰) ہم ایک مسئلہ دو مقامات میں کی نسبت کی باب میں لکھتے ہیں

فرض کرو کہ لا اور دو مقدار میں ہیں اور یہ بھی مان لو کہ ہم اس بات کو جانتے ہیں کہ خواہ  
کیسا بڑا ہو لیکن ہم ان ایک یا عدد دریا کر سکتے ہیں لا اور دو لون اور  $\frac{1}{2}$  کے درمیان رافع

ہوں تو لا اور اسپین برابر ہو کر اسو اسی کہ لا اور کے درمیان فرق لچ سے  
بڑا نہیں ہو سکتا اور ق کو بہت بڑا ماننے سے لچ چوٹا ہو سکتا ہے ہر مقدار  
سے جو ہم مقرر کریں لیکن لا اور اگر مساوی مقدار میں ہوں تو اونکا حاصل غیر ق

ایک معین مقدار ہوگی اسلئے وہ ہر مقدار سے جو فرض کیجاو کم نہیں ہو سکتی پس اس واسطے  
لا اور آئیں برابر ہیں

(۳۷۱) مناسب کی تعریف ایک تو اس باب میں بیان ہوئی اور ایک تعریف اسکی  
اقلیدس کے مقابلہ پنجم میں لکھی ہے اب ہم ان دونوں تعریفوں کا مقابلہ کرتے ہیں اقلیدس نے تعریف  
مناسب کی یہ کہ ہے کہ چار مقداریں مناسب وہ ہیں جنہیں ضعاف متساویہ جہد اول  
کی لئے جاوین اور سیقدر سے مقدار کی اور ضعاف متساویہ جہد دوم کی لئے جاوین  
اور سیقدر جو ہتی مقدار کی اب اگر اول کی ضعاف بڑھوں دوسرے کے ضعاف سے  
تو تیسرے کے بڑھے ہوں چوتھے کے ضعاف سے اور اگر اول کے ضعاف برابر ہوں دوسرے کے  
ضعاف کے تو تیسرے ضعاف برابر ہوں چوتھے کے ضعاف کی اور علی ہذا القیاس اگر  
چھوٹے تو چھوٹے

(۳۷۲) اب ہم یہ ثابت کر لگی کہ جن مقداروں پر جبر مقابلہ کی تعریف مناسب کی صادق  
آتی ہے ان پر اقلیدس کی تعریف ہی صادق آتی ہے

اس واسطے کہ فرض کرو: ب :: ح: د تو بے چہ اس واسطے بے چہ = بے چہ

خواہ ت اور ق کچھ ہی عدد ہوں اب ظاہر ہے کہ اگر ت و ب راق بے چہ تو ت و ح ہی بڑا  
ق د سے ہے اور اگر ت و ب چھوٹا ق بے چہ تو ت و ح چھوٹا ق د سے ہے اور علی ہذا القیاس  
اگر برابر تو برابر ہیں دیکھ لو بیان اقلیدس کی تعریف مناسب کی مفادیراوب اور ح  
اور د بر صادق آتی

(۳۷۳) اب ہم یہ ثابت کرتے ہیں کہ جن مقداروں پر اقلیدس کی تعریف مناسب کی  
صادق آتی ہے ان پر جبر مقابلہ کی تعریف ہی صادق آوے گی فرض کرو کہ ا و ب و ح و د  
چار مقداریں ہیں اور ت اور ق خواہ کوئی سے عدد ہوں ت و ب اگر بڑا ق بے چہ ہے  
تو ت و ح بڑا ق د سے ہے اور علی ہذا القیاس اگر برابر تو برابر اور اگر چھوٹا تو چھوٹا

اول فرض کرو کہ ح اور د متوافق ہیں اور ق ایسی ہیں کہ  $ق = ح$  د کے  
تو بموجب فرض کے  $ق = ۱ = ق$  ب تو چنانچہ  $۱ = ق$  د اس واسطے  $۱ = ق$  د  
اس واسطے  $۱ : ب :: ح : د$

دوم فرض کرو کہ ح اور د میں بتابین یعنی دو نو مقداریں ایسی ہیں کہ وہ کسی ایک مقدار کی  
ذو صفات نہیں تو ہم صحیح عدد ق ایسی نہیں دریافت کر سکتے کہ  $ق = ح$  د  
کی ہو لیکن ہم جو چاہیں صفات د کی لے سکتے ہیں مثلاً ق د کو یہ صفات درمیان  
میں دو صفات متصلہ د کے واقع ہونگے یا یہ کہو کہ  $ق = ح$  اور  $(۱ + ح)$  کے درمیان  
واقع ہیں پس  $ق$  ب نسبت واحد کے چھوٹا ہے  
اور  $(۱ + ق)$  ب نسبت واحد کے ہر میان سے معلوم ہوا کہ بموجب فرض کے  $ق = ۱$   
واحد سے چھوٹا اور  $(۱ + ق)$  واحد سے بڑا ہے پس  $ق$  اور  $۱$  دو نو بڑے بہ نسبت  
 $ق$  کے ہیں اور دو نو چھوٹے بہ نسبت  $(۱ + ق)$  کے ہیں اور یہ بات خواہ  $ق$  اور  
 $ق$  کیسی ہی بڑے ہوں صحیح ہے تو اسے یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ  $۱$  اور  $ق$  غیر مساوی  
بموجب دفعہ ۳۷ کے نہیں اس واسطے  $۱ : ب :: ح : د$  یعنی چاروں مقداروں  $۱$  ب  
اور  $ح$  و  $د$  پر جبر مقابلہ کی تعریف صادق آتی ہے

(۳۷) یہ اکثر بیان ہوتا ہے کہ جو تعریف مناسب کی جبر مقابلہ میں ہے وہ علم ہندسہ  
میں نہیں متعلق ہو سکتی اس واسطے کہ علم ہندسہ میں کوئی ترکیب ایسی نہیں ہے کہ جبری نتیجہ عمل  
قسمت کا یعنی خارج قسمت تعبیر ہو سکے خطوط مستقیم علم ہندسہ کے طور پر تعبیر ہو سکتے ہیں  
لیکن اعداد مطلق جو اس بات کو بتلا دیں کہ ایک خط دوسرے خط میں کے دفعہ شامل ہے  
نہیں تعبیر ہو سکتے یہ بات ہی خیال کرنی چاہئے کہ قلعید شے تعریف مناسب کی  
ایسی کی ہے کہ وہ طرح کی مقادیر پر خواہ اوں میں توافق ہو خواہ بتابین صادق آتی ہے  
اور جبر مقابلہ میں ایسی تعریف مناسب کی گئی ہے کہ وہ فقط مقادیر پر کا و نہیں توافق



ہیک ہیک صادق اتی ہر پس یہ قلبدش جو تعریف تناسب کی اختیار کی ہو اسکی  
مناسب ہونیکی لئی یہ دلیل کافی ہے

### امثلہ نمبر ۳۴

قیمت لاکی ان تناسب مقداروں میں دریافت کرو

$$(۱) ۴:۷::۸:لا (۲) ۳:۷::۷:لا (۳) ۴:۷::۷:لا$$

$$(۳) ۵:۷::لا:لا$$

$$(۴) لا:۷::۴:لا$$

$$(۵) لا+۷:۴+لا::۲+لا:۸+لا+۵$$

$$(۶) لا+۷:۴+لا::۲+لا:۸+لا+۵$$

$$(۷) لا+۷:۴+لا::۲+لا:۸+لا+۵$$

$$(۸) لا+۷:۴+لا::۲+لا:۸+لا+۵$$

$$(۹) لا+۷:۴+لا::۲+لا:۸+لا+۵$$

$$(۱۰) اگر ق = ع ص اور ق ط = ص ہو تو ع:ع::ط:ھ$$

$$(۱۱) اگر ا:ب::ح:د اور ا:ب::ح:د تو:$$

$$ا:ب::ح:د اور ا:ب::ح:د تو:$$

$$(۱۲) اگر ا:ب::ب:ح تو (ا+ب):(ب+ح) = (ا+ب):(ب+ح)$$

(۱۳) تین اعداد متناسب علی التوالی ہیں جن میں سے رقم وسط ۴۰ ہے اور باقی اور عددوں کا

مجموعہ ۱۲۵ ہے تو اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) تین اعداد متناسب علی التوالی ایسی دریافت کرو کہ مجموعہ ان کا ۱۹ ہو اور مجموعہ

اون کے مربعوں کا ۱۳۳ ہو

اگر ا:ب::ح:د تو ثابت کرو کہ نسبتیں یہ صحیح ہیں کہ

$$\sqrt{5+9} \cdot 2 = \sqrt{14} \cdot 1(14)(2+1)2 = (2+2)1(15)$$

$$\frac{(5+7)(1+3)}{(5-7)(3-1)} = \frac{(2+7)(2+1)}{(7-1)(2-1)} \quad (16)$$

$$\frac{(b-a)(c-a)}{(b-a)(c-a)} = \frac{(c-a)(c-a)}{(c-a)(c-a)} \quad (1)$$

$$\frac{E_1 + E_2 + E_3}{E_1 + E_2 + E_3} = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{E_1 + E_2 + E_3} \quad (1)$$

$$(1 + \frac{2}{r} - \frac{5}{r^2} - \frac{3}{r^3}), \frac{1}{r} = \frac{1}{n} + \frac{1}{2r} - \frac{1}{3r} - \frac{1}{4} \quad (19)$$

(۳) ا : ب :: ع : ح (م + ن + ع) : (م + ن + ح)

## سینتیسوان باقیادہ کے بیان میں

(۳۷۵) اس باب میں ایک سلسلہ مقدمات کا نسبت اور تناسب کی حدود سے متعلق بیان کیا جاتا ہے اور بعض مطالب کی تسہیل کے لئے تناسب اور نسبت کو معنی نہی طرح بیان کئے جاتے ہیں

(4) جب ایک مقدار دوسرے مقدار پر سطح موقوف ہو کہ اگر اول میں ایک بجز تو دوسرے میں اوی نسبت سے بجز تو ہم کہا کرتے ہیں کہ ان مقداروں میں تبادل تنظیم ہے اور ان مقداروں کا نام مقادیر متبادلہ یا متخیرہ

(۷۷) مثلاً ایک مثلث ہو جس کا ارتفاع نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بڑے گا جیسا کہ قاعدہ بدلے گا۔  
اس لئے کہ بموجب اقلیدس کے جس نسبت سو قاعدہ مثلث کا گھٹے بڑے گا اسی نسبت سے رقبہ مثلث کا کم و بیش ہوگا اس نتیجہ کو رموز جبرہ میں اس طرح تعبیر کرتی ہیں کہ فرض کرو دو مثلث ہیں جن کا ارتفاع مشترک ہے اور ان کے رقبہ اعداد ۱۱ اور ۱۷ سے تعبیر ہوتے ہیں اور ان کے قاعدے اعداد ۱۰ اور ۱۲ سے ہم بموجب دفعہ ۳۴ کے پہلے نتیجہ نکالتے ہیں کہ  $\frac{1}{10} = \frac{1}{12}$  اگر ایک اور تیسرا مثلث اسی ارتفاع کا ہو جو پہلے دو مثلثوں کا ارتفاع تھا تو اس عدد کو کہ اس کی رقبہ کو تعبیر کرتا ہے اس عدد کے اسکے قاعدہ کو تعبیر کرتا ہے وہ نسبت ہوگی جو  $\frac{1}{10}$  میں نسبت ہے فرض کرو کہ  $\frac{1}{10} = \frac{1}{12}$  اور  $\frac{1}{10} = \frac{1}{12}$  اور  $\frac{1}{10} = \frac{1}{12}$  اور کسی ایک مثلث کا اون

مشکون میں جس کا ارتفاع ایک ہے، تعبیر ہوتا ہے اور ب و س قاعدے تعبیر ہوتا ہے جو موافق اوس رقبہ کے ہو اور م ایک مقدار مستقل ہے اس کے معلوم ہوا کہ یہ مضمون کہ رقبہ مثلث کا ایسا بدلتا ہے جیسا قاعدہ سطح کر ہی ادا ہوتا ہے کہ رقبہ قاعدہ نسبت مستقل رکھتا ہے اسے مطلب یہ ہے کہ اعداد جو رقبہ اور قاعدہ کو تعبیر کرتے ہیں ان میں نسبت مستقل ہے یہی باتیں ہیں جسے اس باب کے مطالب ادا ہوتے ہیں جب ہم یہ کہتے ہیں کہ ایسا بدلتا ہے جیسا کہ ب تو اسے مراد ہماری یہ ہوتی ہے کہ ایک سلسلہ مقادیر کا ہر اوّلین کسی ایک مقدار کے عددی قیمت کو تعبیر کرتا ہے اور ایک اور دوسرا خاص سلسلہ مقادیر کا ہر اوّلین کسی ایک مقدار کی عددی قیمت کو تعبیر کرتا ہے تو  $1 = م$  کے ہوتا ہے جہاں م ایک عدد مستقل ہو خواہ کوئی زوج مقادیر متناظرہ کا لیون غرض وہ کسی حال میں بدلتا نہیں

ارتباط  $1 = م$  ب کا اثبات دفعہ ۳۷۶ کے حدود سے مستنبط کر کے لکھا

آسانی مطالب کے لئے مناسب ہے

(۳۷۸) اگر ا ب ا ب ب جیسا کہ ب بدلتا ہے تو ا برابر ہوگا ب اور کسی عدد مستقل کی حاصل ہے فرض کرو کہ ا اور ب دونو مقادیر کی قیمتوں کا ایک زوج متناظرہ ہے اور فرض کرو کہ ا اور ب دوسرا زوج ہے تو  $1 = ب$  ب موجب حدود کے اتنے معلوم ہوا کہ  $1 = ب$  ب = م ب جہاں م کا برابر ہونا ایک مقدار مستقل ب کے کی ظاہر ہے (۳۷۹) یہ علامت تبادل کی ہے جن دو مقداروں کے بچھن آتی ہے اسی سے مراد ہوتی ہے کہ اوّلین تبادل ہے مثلاً  $1 = م$  ب سے یہ مراد ہے کہ ا اور ب نسبت کے برابر ہیں جیسا کہ ب

(۳۸۰) اگر ایک مقدار سطح ہے جس طرح کہ دوسری مقدار کا متکافی بدلتا ہے تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ ا و ب مقداروں میں تبادل معلوس (متکافی کے معنی دفعہ ۳۲۳ میں دیکھ لو) یعنی اگر  $1 = م$  ب اور یہ دونو مقداریں سلسلہ اول اور دوم کی باہم متناظرہ ہیں اور م ایک



(۳۸۷) اگر  $a \propto b$  تو  $a \propto c$  ہوتا ہےاسو اے کہ فرض کرو کہ  $a = m$  ب تو  $a = n$   $m$  ب  $n$  سو  $a \propto b$ (۳۸۸) اگر  $a \propto b$  تو  $a \propto c$  بدع خواہ مقدار مستقل ہو یا غیر مستقلاسو اے کہ فرض کرو  $a = m$  ب تو  $a = c$   $m$  ب  $c$  سو  $a \propto c$  بدع(۳۸۹) اگر  $a \propto b$  جب  $b$  ایک مقدار مستقل ہو اور  $a \propto c$  جب  $b$  ایک مقدار مستقل ہوتو  $a \propto b$  جب  $b$  اور  $c$  دو نو مقداریں غیر مستقل ہوں۱ کا بدلنا موقوف ہے ب کے بدلنے پر اور  $c$  کے بدلنے پر یعنی دو نو مقداروں  $b$  اور  $c$  کے بدلنے پرپس فرض کرو کہ ان پہلی مقداروں کا تبادل جبراً واقع ہو جب  $b$  بدل کر  $a$  ہو جاوے توبدل کر  $a$  ہو جاوے تو بموجب فرض کے  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$  اب فرض کرو کہ جب  $b$  بدل کر  $c$  ہو جاوے توبدل کر  $a$  ہو جاوے تو بموجب فرض کے  $\frac{1}{a} = \frac{1}{c}$  سو  $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{c}$  یعنی  $\frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ ۱  $\frac{1}{b} = \frac{1}{c}$  سو  $a \propto b$  جب  $b$  کی کیا ایک جی مثال علم ہندسہ میں یہ ہے کہ اگر مثلث

کا ارتفاع نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلے گا جیسا کہ قاعدہ اور اگر قاعدہ نہ بدلے تو رقبہ مثلث

کا ایسا بدلے گا جیسا کہ ارتفاع اسے معلوم ہوا کہ اگر قاعدہ اور ارتفاع دونو تبدیل ہوں تو سطح

مثلث کی اسی تبدیلی ہوگی جیسے کہ حاصل ضرب دون اعداد کا جو قاعدہ اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہیں

اور مثالین اسکی علم حساب میں مستند مناسبتہ میں واقع ہوتی ہیں مثلاً اگر وقت متعین کیا جاوے

تو اس وقت میں کام کی مقدار ایسی بدلیگی جیسے کہ تعداد مزدوروں کی اور جب تعداد

مزدوروں کی متعین کیجاوے تو مقدار کام کی ایسی بدلیگی جیسا کہ وقت بدلتا ہے اور وقت

اور مزدوروں کی تعداد دونو تبدیل ہوں تو کام ایسا تبدیل ہوگا جیسا کہ حاصل ضرب وقت

اور تعداد مزدوروں کا بدلتا ہے

(۳۹۰) اسی طرح سے خواہ کتنی مقداریں  $b$  و  $c$  وغیرہ ہوں اور ہر ایک ان میں سے

ایسی بدلتی ہو جیسے بشرطیکہ باقی مقداروں میں کچھ تغیر نہ واقع ہوتا ہو تو حسب

بدلتی ہوگا جیسا کہ حاصل ضرب اوں سب کا بدلتا ہے

### امثلہ نمبری ۳۷

(۱) بدلتا ہے جیسا کہ  $۱ = ۲$  جب  $۱ = ۲$  قیمت کی دریافت کرو جب  $۲ = ۱$  کی

(۲) اگر  $۱ + ۲$  بدلتا ہو جیسا کہ  $۱ = ۲$  تو ثابت کرو کہ  $۱ + ۲$  ایسا بدلتا جیسا کہ  $۱ = ۲$

(۳)  $۱ + ۳ + ۵$  ایسا بدلتا ہے جیسا کہ  $۱ + ۳ + ۵ = ۱$  جب  $۲ = ۱$  تو قیمت

۱: ۲ کی دریافت کرو

(۴) اگر  $۱$  بدلتا ہے جیسا کہ  $۱ + ۲ = ۳$  جب  $۲ = ۱$  اور  $۱ = ۲$  اور

$۱ = ۲$  جب  $۲ = ۱$  اور  $۳ = ۱$  دریافت کروں کو

(۵)  $۱$  اور  $۲$  میں تبادلہ بالاشتراك ہے اور  $۱ = ۲$  جب  $۲ = ۱$  اور  $۱ = ۲$  کے دریافت کرو

قیمت  $۱$  کی جب  $۲ = ۱$  اور  $۲ = ۱$

(۶)  $۱$  اور  $۲$  میں تبادلہ بالاشتراك ہے اور  $۱ = ۲$  جب  $۲ = ۱$  اور  $۲ = ۱$  دریافت کرو

قیمت  $۲$  کی جب  $۱ = ۲$

(۷)  $۱$  اور  $۲$  میں تبادلہ بالاشتراك ہے اور  $۱ = ۲$  جب  $۲ = ۱$  اور  $۲ = ۱$

دریافت کرو قیمت  $۱$ :  $۲$  کی جب  $۲ = ۱$

(۸)  $۱$  اور  $۲$  میں تبادلہ بالاشتراك ہے اور  $۱ = ۲$  جب  $۲ = ۱$  اور  $۲ = ۱$  دریافت کرو

قیمت  $۱$  کی جب  $۲ = ۱$  اور  $۲ = ۱$

(۹)  $۱$  اور  $۲$  میں تبادلہ مستقیم اور  $۱$  اور  $۲$  میں تبادلہ معکوس ہے اور  $۱ = ۲$  اور

$۲ = ۱$  اور  $۱ = ۲$  کی قیمت دریافت کرو جب  $۲ = ۱$  اور  $۲ = ۱$

(۱۰) ایک مدرسہ کا خرچہ کچھ مقررہ ہے اور کچھ غیر مقررہ اور یہ خرچہ غیر مقررہ تعداد میں

دینے والوں کے موقوف تھا جب چندہ دینی والی ۹۹۰ ہون تو ۱۱۲۰ روپیہ صرف ہوئے اور جب ۳۰۰۰ ہون تو ۱۸۰۰ روپیہ تو تھا اور جب ۱۰۰۰ چندہ دینے والی ہون تو کیا خرچ ہوگا



$$ح = 1 + (1 + ب) + (1 + ۲ب) + \dots + 1$$

$$سلسلہ کی ترکیب معکوس کر کے لکھو  $ح = 1 + (1 - ب) + (1 - ۲ب) + \dots + 1$$$

$$اور جمع کرنے پر دونوں کو  $ح = (1 + ۱) + (1 + ۱) + \dots + ۱$  ن رقموں تک$$

$$= (1 + ۱) ن$$

$$اسو  $ح = \frac{۱}{۲} (1 + ۱) \dots (۱)$$$

$$اور  $ل = 1 + (1 - ن) + ۲ (1 - ۲) + \dots + (۲)$$$

$$تو  $ح = \frac{۱}{۲} \{ 1 + (1 - ن) + ۲ (1 - ۲) + \dots + (۳) \}$$$

مساوات ۳ میں ح کی قیمت اولیٰ رقموں میں معلوم ہوئی ہے جو معلوم فرض کی گئی ہیں  
مساوات (۱) سے ح کی قیمت خوب آسانی سے بیان ہو سکتی ہے اور اسی سے یہ قاعدہ  
مستنبط ہوتا ہے کہ سلسلہ حسابیہ میں حاصل جمع ارقام سلسلہ کا برابر ہوتا ہے حالانکہ  
تعداد ارقام اور نصف مجموعہ رقم اول اور آخر کی

مساواتیں جو اوپر لکھی ہیں ان کو بعض مثالوں کے حل کر نین کام میں لائے ہیں  
(۳۴۴) اس سلسلہ ۱، ۲، ۳، ۴ وغیرہ کی بیس رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

$$بیان  $۱ = اوب = اون = ۲۰$  اسو$$

$$ح = \frac{۲}{۲} (1 + ۱۹) = ۲۱ \times ۱۰ = ۲۱۰$$

(۳۴۵) اس سلسلہ ۱، ۳، ۵ وغیرہ کی ۲۰ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

$$بیان  $۱ = اوب = ۲$  ون  $۲۰ =$$$

$$اسو  $ح = \frac{۲}{۲} (۲ + ۲ \times ۱۹) = ۲۰ \times \frac{۲}{۲} = (۲۰) = ۲۰۰$$$

(۳۴۶) اس سلسلہ ۱، ۲، ۱۸، ۱۶ وغیرہ کی بارہ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

$$بیان  $۱ = ۲۰$  وب  $= ۲ -$  اور ن  $= ۱۲$  اسو$$

$$ح = \frac{۱۲}{۲} (۲۰ - ۲) = (۲۲ - ۲۰) ۴ = ۱۸ \times ۴ = ۱۰۸$$

(۳۴۷) اس سلسلہ  $\frac{۱}{۲}$ ،  $\frac{۱}{۴}$ ،  $\frac{۱}{۸}$  وغیرہ کی ۸ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو



$$\text{بیان } ۱ = \frac{۱}{۴} \text{ و } ۲ = \frac{۱}{۴} \text{ و } ۸ = \frac{۱}{۴} \text{ سو } \frac{۱}{۴}$$

$$۳ = \frac{۹}{۱۶} \times ۴ = \left( \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} \right) ۴ = ۲$$

(۳۹۸) اس سلسلہ ۱۵ اور ۱۲ و ۹ وغیرہ کی کتنی رقموں کا حاصل جمع ۲۲ ہوگا

$$\text{بیان } ۱ = \frac{۱}{۴} \text{ و } ۲ = \frac{۱}{۴} \text{ و } ۱۵ = \frac{۱}{۴} \text{ سو } ۱۳$$

$$۲۲ = \frac{۱}{۴} [۳ - (۱ - ۱۳)] = \frac{۱}{۴} (۳ - ۳۳) (۱۳ - ۱)$$

اساوات درجہ دوم کے حل کرنے سے ہم کو معلوم ہوگا کہ ۱۳ برابر ۲ کے ہے یا کہ

اور سلسلہ کی صورت یہ ہوگی ۱۵ اور ۱۲ و ۹ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ پس کیا نواول سلسلہ

کی چار رقموں کو جمع کریں تو ۲۲ حاصل جمع حاصل ہوگا یا اول سات رقموں کو جمع کریں

تو حاصل جمع ۲۲ ہوگا

(۳۹۹) ۱۱ اور ۲۳ کے درمیان کے پانچ رقمین لکھو بیان لکھو سلسلہ یا دریا کرنا ہر گز

سات رقمین ہوں اور اول رقم ۱۱ اور آخر رقم ۲۳ ہو پس ۱ = ۱۱ اور ۱ = ۲۳ اور

$$۱ = ۱۱ \text{ پس مساوات (۲) دفعہ ۳۹۳ سے}$$

$$۲۳ = ۱۱ + ۱۲ \text{ سو } ۱۲ = ۲۳ - ۱۱ \text{ اور کل سلسلہ یہ ہے } ۱۱ \text{ و } ۱۳ \text{ و } ۱۵ \text{ و } ۱۷ \text{ و } ۱۹ \text{ و } ۲۱ \text{ و } ۲۳$$

### امثلہ نمبری ۳۸

ان سلسلوں کو جمع کرو

$$(۱) ۱۰۰ - ۱ - ۱۰۲ - ۱۰۴ - ۱۰۶ - ۱۰۸ - ۱۱۰ - ۱۱۲ - ۱۱۴ - ۱۱۶ - ۱۱۸ - ۱۲۰$$

$$(۲) ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰$$

$$(۳) ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰$$

$$(۴) ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰$$

$$(۵) ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰$$

$$(۶) ۱ - ۲ - ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۷ - ۸ - ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰$$

(۷) تین بیج کی رقمیں ۲۰ و ۱۲ کے درمیان لکھو

(۸) ۵ بیج کی رقمیں درمیان ۱۴ و ۱۶ کے لکھو

(۹) ۲ بیج کی رقمیں ۸ و ۴ کے درمیان لکھو

(۱۰) ۸ بیج کی رقمیں ۱۱ اور ۵ کے درمیان لکھو

(۱۱) ایک سلسلہ حسابیہ کی رقم اول ۱۳ ہے اور دوسری رقم ۱۱ کی اور حاصل جمع ۴۰ ہے

تعداد و ارقام دریافت کرو

(۱۲) ایک سلسلہ حسابیہ کی اول رقم ۵ ہے اور پانچویں رقم ۸ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

(۱۳) ایک سلسلہ حسابیہ کی چار رقموں کا حاصل جمع ۴۴ ہے اور آخر رقم ۱ ہے اور سبکی رقموں کی تعداد

دریافت کرو

(۱۴) ایک سلسلہ حسابیہ میں تین عددوں کا حاصل جمع ۲۱ ہے اور چھٹے اور ہفتم کے اعداد

(۱۵) ایک سلسلہ حسابیہ میں پانچ عددوں کا حاصل جمع ۱۵ ہے اور مجموعہ ان کی مربعوں کا ۵۵ ہے اور اعداد

کو دریافت کرو

(۱۶) ایک سلسلہ جمع کی ساتویں رقم ۱۲ ہے اور بارہویں رقم ۱ ہے اور حاصل جمع سلسلہ ۱۱ ہے اور ارقام

تعداد دریافت کرو

(۱۷) ایک مسافر کو ۱۴ میل چلنا تھا ۲۶ میل تو وہ اول دن چلا اور ۲۲ میل دوسرے دن چلا

تیسرے دن اور علی بن القیاس تو بتاؤ کتنے دنوں میں وہ اپنا سفر پورا کر لگا

(۱۸) ایک مقام یزید چلا اور ۲۲ میل پہنچا مین چلتا ہے اور اسی مقام کی اوپر سمت میں

بکر تین گھنٹے بعد چلا اور ۳۲ میل پہنچے گھنٹہ میں چلا اور ۳۲ میل دوسرے گھنٹہ اور ۳۲ میل تیسرے گھنٹہ میں

اور علی بن القیاس تو بتاؤ کتنے گھنٹوں میں بکر بڑے پہنچا

(۱۹) ایک سلسلہ حسابیہ میں تین عددوں کا حاصل جمع ۱۲ ہے اور ان کی مربعوں کا مجموعہ ۴۶ ہے اور

عددوں کو دریافت کرو

(۲۰) اگر ایک سلسلہ حسابیہ کی ن متون کا حال حجم ہمیشہ نہ ہو تو ہائی رقم اور فرق عام اس سلسلہ کا قیاس کر دو

## امثال یسوان باب سلسلہ ہندسیہ معروض

### بہ سلسلہ ضرب و تقسیم

(۲۰۰) سلسلہ ہندسیہ وہ سلسلہ مقداروں کا ہے کہ جن میں ہر مقدار برابر یا کثیر یا قلیل یا قبل کی مقدار اور ایک جز ضربی معین کی ہو اس جز ضربی معین کو نسبت مشترک کہتے ہیں یا اختصاراً فقط نسبت

یہ سلسلے مقداروں کے سلسلہ ہندسیہ ہیں

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ وغیرہ

۱ ۱/۲ ۱/۴ ۱/۸ ۱/۱۶ ۱/۳۲ ۱/۶۴ ۱/۱۲۸ ۱/۲۵۶ ۱/۵۱۲ وغیرہ

۱ ۱/۲ ۱/۴ ۱/۸ ۱/۱۶ ۱/۳۲ ۱/۶۴ ۱/۱۲۸ ۱/۲۵۶ ۱/۵۱۲ وغیرہ

نسبت مشترک کی دریافت کر لیا کہ یہ قاعدہ ہے کہ ایک رقم کو اس کے باقیوں کی رقم پر تقسیم کر دو خارج نسبت مشترک ہوگی سلسلہ اول میں نسبت مشترک ۲ ہے اور دوم میں ۱/۲ اور سوم میں ۱/۴

(۲۰۱) فرض کرو کہ سلسلہ کی اول رقم ۱ ہے اور نسبت مشترک ط ہے تو دوسرے رقم ۱ط اور

تیسرے رقم ۱ط اور چوتھی رقم ۱ط اور علیٰ ہذا القیاس ن وین رقم ۱ط<sup>۱</sup> ہوگی

(۲۰۲) سلسلہ ہندسیہ میں اول رقم اور نسبت مشترک معلوم، چل جمع ارقام کا جنکی تعداد

متعین کیجاوے معلوم کرو

فرض کرو کہ اول رقم کو اور ط نسبت مشترک کو اور ن تعداد ارقام کو اور ح حجم کو تعبیر کرتے ہیں

$$1 + 1\tau + 1\tau^2 + 1\tau^3 + \dots + 1\tau^{n-1} = \text{سو اے}$$

$$1 + 1\tau + 1\tau^2 + 1\tau^3 + \dots + 1\tau^{n-1} = \text{سو اے}$$

$$\text{سو اے} - \text{سو اے} = 1 - 1\tau^n$$

$$\text{سو اے} = \frac{1 - 1\tau^n}{1 - 1\tau} \quad (۱)$$

اور اگر ل آخر رقم کو تعبیر کرے

$$\text{تو ل} = 1 - 1\tau^n \quad (۲)$$

$$\text{سو اے} = \frac{1 - 1\tau^n}{1 - 1\tau} \quad (۳)$$

مسوات (۱) میں حاصل جمعہ اون رقموں میں معلوم ہوا جو معلوم تہیں اور مسوات (۳)

ایک آسان صورت مسوات (۱) کی ہے

ابان و انون کو سوالات کی حل کر نہیں کام میں لگائے ہیں

(۴.۳) اس سلسلہ او ۳ و ۴ و ۲۶ وغیرہ کی جمعہ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

$$\text{بیان } 1 = او = ۱۳ = اورن = ۱۶ \text{ سو } ۱۶$$

$$۳۶۷ = \frac{1-۴۲۹}{1-۳} = \frac{1-۳^۴}{1-۳} = ۲$$

(۴.۴) اس سلسلہ او - ۳ و ۴ و - ۲۶ وغیرہ کی ۴ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

$$\text{بیان } 1 = او = ۳ = - دن = ۱۶ \text{ سو } ۱۶$$

$$۱۸۲ = \frac{1-۴۲۹}{۱-۳} = \frac{1-(۳-۱)}{1-۳} = ۲$$

(۴.۵) اس سلسلہ ۴ و ۲ و او ۱/۲ وغیرہ کی ۸ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

$$\text{بیان } 1 = ۴ = او = \frac{1}{۲} = دن = ۸ \text{ سو } ۸$$

$$\frac{۲۵۵}{۳۲} = \frac{۲}{۱} \times \frac{۲۵۵}{۴۸} = \frac{(1-\frac{1}{۲})^۸}{\frac{1}{۲}-1} = \frac{(1-\frac{1}{۲})^۸}{1-\frac{1}{۲}}$$

(۴.۶) اس سلسلہ او - ۴ و ۲ و او ۱/۲ وغیرہ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

$$\text{بیان } 1 = ۸ = او = - \frac{1}{۲} = ون = ۴ \text{ سو } ۴$$

$$\frac{۷۳}{۸} = \frac{۲}{۱} \times \frac{۱۲۹}{۱۶} = \frac{(1-\frac{1}{۲})^۸}{1-\frac{1}{۲}} = \frac{(1-(\frac{1}{۲}-1))^۸}{1-\frac{1}{۲}} = ۲$$

(۴.۷) سلسلہ ہندسیہ میں بیچ کی تین رقمیں ۲ و ۳ کے درمیان دریافت کرو

اس صورت میں ہم کو ایک سلسلہ ہندسیہ دریافت کرنا چاہیگی تعداد ارقام ۵ ہوں گے

رقم ۱۲ اور آخر کی رقم ۳۲ پس ۱ = ۲ و ۱ = ۳۲ اورن = ۵ سو ۵

بموجب مسوات (۲) کے ۳۲ = ۲

یعنی ۱۴ = ۲

۲ = ۲ سو ۲ = ۲



پس تفریق کرنے سے  $(100-10) = 90$   $90 = 324 - 3 = 321$

$$\frac{321}{90} = 3 \frac{51}{90}$$

اور کوئی اور مثال ہو تو یہی آسیدھ او سکا بیان ہو سکتا ہے

### امثلہ نمبری ۳۹

ان سلسلوں کو جمع کرو

(۱) ۱ و ۴ و ۱۶ وغیرہ کو ۴ رقموں تک

(۲) ۱ و ۳ و ۹ وغیرہ کو ۵ رقموں تک

(۳) ۱ و ۲ و ۴ و ۸ وغیرہ کو ۴ رقموں تک

(۴) ۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۱۲ وغیرہ کو ۱۲ رقموں تک

(۵)  $\frac{1}{8}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$  وغیرہ کو ۴ رقموں تک

(۶)  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{2}{3}$  و ۱ وغیرہ کو ۳ رقموں تک

(۷)  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{3}{4}$  و ۱ وغیرہ کو ۴ رقموں تک

(۸)  $\frac{1}{16}$  و  $\frac{1}{8}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$  وغیرہ کو ۱۶ رقموں تک

(۹)  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$  و ۱ وغیرہ کو ۴ رقموں تک

(۱۰) ۱ و ۲ و ۴ و ۸ وغیرہ کو ۴ رقموں تک

ان کسور مدور کی قیمت دریافت کرو

(۱۱) وغیرہ ۱۵ ۱۵ ۱۵ ۱۲ (۱۲) وغیرہ ۱۲ ۱۲ ۱۲ ۱۲

(۱۳) وغیرہ ۲۸ ۲۸ ۲۸ ۱۳ (۱۴) وغیرہ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۳

(۱۵) سلسلہ ہندسہ بین تین ارقام وسط مابین ۲۵۴ کی دریافت کرو

(۱۶) سلسلہ ہندسہ بین ۴ رقمین وسط کی درمیان ۵ و ۴۰ کی دریافت کرو

(۱۷) سلسلہ ہندسہ بین ۴ رقمین وسط کی ۳ و ۲۴ کی دریافت کرو

(۱۸) ایک سلسلہ ہندسہ کی تین رقموں کا حاصل جمع ۴۳ ہے اور چار تفریق پہلی اور سیر

۴۵ ہے اور رقمون کو دریافت کرو  
(۱۹) ایک سلسلہ ہندسیہ کے اول چار رقمون کا حاصل جمع ۲۴ ہے اور چار حاصل جمع اول کے اٹھ رقمون کا  
۳۲۸۰ ہے اس سلسلہ کو دریافت کرو

(۲۰) سلسلہ ہندسیہ میں تین عددون کا مجموعہ ۲۱ ہے اور مجموعہ اون کے مربعون کا ۱۸۹ ہے  
اور رقمون کو دریافت کرو

### چالیسواں باب سلسلہ موسیقی

(۴۱) تین مقدارون اور ب و ج کو سلسلہ موسیقی میں کہینگے اگر: ح :: ۱ :: ب :: ب :: ح  
پس سلسلہ موسیقی اونہیں مقدارون کو کہتے ہیں جنہیں ہر کوئی تین متصل کی مقدارون میں مذکور  
(۴۲) مقدار سلسلہ موسیقی کے متکافی سلسلہ حسابیہ میں ہوتے ہیں فرض کرو کہ اور ب  
و ج سلسلہ موسیقی میں ہیں تو

$$نوا: ح :: ۱ :: ب :: ب :: ح$$

اسو اے اور ب = ح (۱-ب) تقسیم اور ب پر کرو تو  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$   
پس آتے دعوی ثابت ہے

(۴۳) خاصیت سلسلہ موسیقی کی جو اوپر مذکور ہے اسے ہم بعض سوائے ابھی حل کر سکتے ہیں  
مثال پانچ ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے درمیان  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{4}$  کی درج کرو اس سوال کے  
بیہ معنی ہیں کہ پانچ رقمین سلسلہ جمع کی  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{1}{8}$  کے درمیان میں درج کرو جو صحیح ہے (۴۴)  
دفعہ ۳۹۳ کے

$$\frac{1}{8} = \frac{3}{4} + 4$$

$$\frac{1}{8} = 4 - \frac{3}{4} \text{ سو اسطے } ب = \frac{1}{4}$$

پس سلسلہ جمع یہ ہوگا کہ  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{2}{4}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{2}{4}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{2}{4}$  اور اسو اے  
سلسلہ موسیقی یہ ہوگا کہ  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{8}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{8}$

(۴۴) فرض کرو کہ دو مقدارون اور اس کی رقم وسط سلسلہ حسابیہ میں اور سلسلہ

ہندسیہ مین ص اور سلسلہ موسیقیہ مین ح ہے تو  
 $1 - ط = س$  اور  $1 - سو = 1$   $\frac{1}{2} = (ط + س)$  اور  
 $ط : ص :: ص : س$  اور  $ط : ص :: ص : س$  اور  $ط : ص :: ص : س$   
 $ط : س :: ط : ح$  اور  $ط : ح :: ح : س$  اور  $ط : ح :: ح : س$

### امثلہ نمبر ۴۰

- (۱) سلسلہ موسیقی ۴ و ۳ و ۲ مین اور آ کے تین رفتین لکھو
- (۲) سلسلہ موسیقی ۸ و ۲ و ۱ مین اور آ کے تین رفتین لکھو
- (۳) دو ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے ۴ و ۲ کے درمیان لکھو
- (۴) تین ارقام وسط سلسلہ موسیقی کے ۱/۲ اور ۱/۴ کے درمیان لکھو
- (۵) سلسلہ ہندسیہ مین رقم وسط دو عددوں کی ۹ ہے اور سلسلہ موسیقی مین ۸ اعداد دونوں دریا
- (۶) سلسلہ ضرب مین رقم وسط دو عددوں کی ۴۸ ہے اور سلسلہ موسیقی مین رقم وسط دو
- (۷) ۴۸ ہے اور اعداد کو دریافت کرو
- (۸) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ سلسلہ حسابیہ اور موسیقیہ مین اوچی اور رقموں کا صلہ ضرب ہو
- (۹) اور سلسلہ حسابیہ کی رقم وسط اوچی برابست سلسلہ موسیقیہ کے رقم وسط کی بقدر ۱/۲ کی زیادہ
- (۱۰) اگر ۲ ص و س سلسلہ موسیقی مین ہوں تو ثابت کرو کہ

$$ط + س - ۲ : ص : ط - س :: ط - س : ط + س$$

### اکتالیسواں باب اختلاف ترتیب و اجماع

(۴۱۵) اگر ہستیار کو مختلف اسلوب سے مرتب کرن تو ان مختلف اسلوب کو ترتیب دیا جائے گا



مثلاً حروف ط و ص س ہون اور انہیں ہر دو دو حرفوں کو بالاجتماع مختلف اہلویہ  
مرتب کریں تو ط و ص س ط و ص س س ط و ص س س او کی ترتیب ہوگی  
(۴۱۶) اگر کئی چیزوں کی مختلف مجموعی ترتیب کریں اور انہیں مختلف ترتیب ملحوظ نہ کریں  
اور انکو اجتماع اول چیزوں کا کہتے ہیں

مثلاً حروف ط و ص و س میں ہر دو کو بالاجمال لین تو او کی اجتماع ط و ص س  
کو ط و ص و س میں ترتیبیں مختلف ہیں مگر اجتماع اول کا ایک ہی ہے  
(۴۱۷) ان اشیاء میں سے اگر اشیاء کی ترتیب لگا دیں تو تعداد ترتیبوں کی

ن (۱-ن) (۱-ن) (۲-ن) ..... (ن-۱-ن) ہوگی

فرض کرو کہ ط و ص و س وغیرہ ن حروف ہیں اگر انہیں دو کی ترتیب لگائیں تو تعداد ترتیبوں کی  
ن (۱-ن) ہوگی اسوے کے اگر ط کو باقی اور حروف کی اول کہیں تو تعداد ترتیبوں کی (ن-۱)  
ہوگی اور ایسی ہی اگر ص کو باقی اور حروف کی اول کہیں تو تعداد ترتیبوں کی (ن-۱) ہوں  
اور علیٰ القیاس ن-۱ ترتیبیں ہوں گی جنہیں س ن ہوگا اور یہی حال اور باقی حروف کا ہے

(ن-۱) ترتیبیں ن دفعہ آویں گی اسکو کل تعداد ترتیبوں کی ن (۱-ن) ہوگی

اب اگر تین تین کی ترتیبیں لگائیں تو کل تعداد ترتیبوں کی ن (۱-ن) (۲-ن) ہوگی  
اسوے کے ثابت ہو چکا ہے کہ ن اشیاء میں سے اگر دو دو کی ترتیبیں لگائیں تو ن (۱-ن)  
کل ترتیبیں ہوتی ہیں اسلیٰ اگر ن-۱ حروف ص و س وغیرہ میں سے دو دو کی ترتیب

لگائیں تو (ن-۱) (۱-ن) (۲-ن) ترتیبیں ہوں گی اب ان ترتیبوں کی اول حرف ط  
لکھ دو تو تین تین حروف کی ترتیبیں جنہیں ط اول ہے (ن-۱) (۲-ن) ہوگی  
علیٰ القیاس اتنی اتنی ترتیبیں اور ہوں گی جنہیں باری باری ص و س وغیرہ میں سے

ہر ایک اول آویگا پس کل تعداد ترتیبوں کی ن (۱-ن) (۲-ن) ہوگی  
انہیں صورتوں کو دیکھ کر قیاس کر سکتے ہیں اگر ن اشیاء میں سے ترتیبیں لگائی جائیں

## توکل تعداد ترتیبوں کی

ن (ن-۱) (ن-۲) ... (ن-۳) (ن-۴) ہوگی اور واقعی یہی صورت ہر اسکو ثابت کر دینگے  
فرض کرو کہ ہم ہم کو معلوم ہوگا ہر کہ اگر ن حروف میں ر-۱ حروف کی ترتیبیں لگائیں جاویں  
توکل تعداد ترتیبوں کی ن (ن-۱) (ن-۲) ... (ن-۳) (ن-۴) [۱+ (ن-۱)] ہوگی تو ہم ثابت  
کر دینگے کہ صورت عام جبریہ بالکل اسکی مشابہ پیدا ہوگی اگر ن حروف میں ر-۱ حروف کی ترتیبیں لگا  
جاویں اسوقت کہ ن-۱ حروف صریح و دو غیرہ میں سے اگر ر-۱ حروف کی ترتیبیں  
لگائیں تو تعداد ترتیبوں کی (ن-۳) (ن-۲) ... [ن-۱ - (ن-۱) + ۱] ہوگی اب  
ترتیبوں میں ہی ہر ایک کی اول و اکلہ تو اسقدر ترتیبیں ر حروف کی محال ہونگیں اور علیٰ  
اسقدر ر حروف کی ترتیبیں ہونگی جن میں ص اول ہوگا اور ایسی اتنی ترتیبیں ر حروف کی  
اور ہونگی جن میں ص اول ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس آگے پس اسلئے ن حروف میں سے ر حروف  
کی ترتیب لگائی جاویں توکل تعداد ترتیبوں کی

ن (ن-۱) (ن-۲) (ن-۳) ... (ن-۴) (ن-۵) ہونگیں

پس آئیہ ثابت ہوا کہ اگر یہ صورت قانون عامہ جبریہ ن حروف میں سے ر-۱ حروف کی ترتیب  
لئے درست ہو تو وہ ضرور ن حروف میں سے ر حروف کی ترتیب کے لئے بھی درست ہوگا اور ہم  
یہ پہلے ثابت کر آئی ہیں کہ یہ قانون تین حروف کے لئے ثابت ہو وہ ۴ حروف کے لئے بھی  
ثابت ہے اور جو ۴ کے لئے ثابت ہو وہ ۵ کے لئے اور علیٰ ہذا القیاس پس اسے معلوم ہوا  
کہ یہ قانون جبریہ مجموعاً ثابت ہو یعنی جو ر-۱ کے لئے قاعدہ ثابت ہو وہی ر کے لئے ثابت ہے  
(۴۱۸) اگر ن اشیا میں سے ر اشیا کی ترتیبیں بالاجماع لیجاویں تو تعداد ترتیبوں کی یہ ہے

کہ ن (ن-۱) (ن-۲) ... (ن-۳) (ن-۴) = ن (ن-۱) (ن-۲) ... ۱

(۴۱۹) خضار کے واسطے ن (ن-۱) (ن-۲) ... اکو لے سے تعبیر کرتے ہیں

پس لے سے حاصل ضرب اصلی اعداد کا آسے لگا کر ن اعداد تک معلوم ہوتا ہے اس

لک کو ضارب الاعداد ن پرستے ہیں

(۴۲۰) رشتہ کی اجتماع میں لک ترتیب میں پیدا ہونگے

اٹھ کے بموجب دفعہ ۴۱۸ کی اشیا جسے کہ اجتماع معلوم ہوتا ہے لک مختلف اہلوت سے مرتب ہوتی ہیں۔

(۴۲۱) ن اشیا میں اگر رشتہ کا اجتماع لیا جاوے تو تعداد اجتماع بھی یہ ہوگی

$$ن (ن-۱) (ن-۲) \dots (ن-۱۴)$$

لک

اٹھ کے ن اشیا میں رشتہ کی ترتیب میں بموجب دفعہ ۴۱۷ کے یہ ہیں کہ

ن (ن-۱) (ن-۲) \dots (ن-۱۴) اور ہر اجتماع میں بموجب دفعہ ۴۲۰ کے

لک ترتیب میں ہیں پس اسی معلوم ہوا کہ تعداد اجتماع یہ ہوگی

$$ن (ن-۱) (ن-۲) \dots (ن-۱۴)$$

لک

اگر نسب نامہ شمار کنندہ دونوں کو لک میں ضرب دیں تو یہ صورت پیدا ہوگی اور نتیجہ

میں فرق نہیں آویگا۔ لک

(۴۲۲) ن کئی ایک اشیا ہیں اور ان میں سب مختلف ایک دوسرے سے نہیں ہیں بلکہ

بعض اشیا مکرر ہیں اور متعدد ہیں تو تعداد ترتیبوں کی جب کل اشیا کی ترتیب میں کیا جائے گا

فرض کرو کہ ن حروف ہیں اور حرف ط کا ف دفعہ اور حرف ص کا ق دفعہ اور ر کا س

دفعہ آتا ہے اور باقی حروف د اور ی وغیرہ مکرر نہیں آتے بلکہ ایک ہی دفعہ آتی ہیں تو اگر کل

ترتیبیں لیا جائیں تو ان کی تعداد لک لک ہوگی

فرض کرو کہ ع تعداد کل ترتیبوں کی ہے پس کسی ایک ترتیب میں ط جوف دفعہ آتا ہے بلکہ

ایک نئی ط یا مختلف حروف بنجاوے تو کسی اور حرف کا مقام نہ بدلے گا اور فقط ایک ترتیب میں

مختلف ترتیبیں لک پیدا ہونگے اور ظاہر ہے کہ جب ایک ترتیب میں لک ترتیبیں ط کی

نئی ط بنے سے یا مختلف حروف کی صورت میں ہوئی ہیں تو ع ترتیبوں میں

ع لک ترتیبیں پیدا ہونگے اور علیٰ ہذا القیاس اگر ان ترتیبوں میں ایک ترتیب کے اندر

ص جوق دفعہ آتا ہے نیاس بنجاؤ یا مختلف حروف کی صورت بن ہو جاؤ تو کل  
تعداد ترتیبوں کی  $ع \times ل \times ن$  ہوگی اور ایسی ہی اگر س جوردفعہ آتا ہے ایک  
نیاس یا کوئی اور مختلف حروف بنجاؤ تو کل تعداد ترتیبوں کی  $ع \times ل \times ن \times س$  ہے  
اب بہہ تعداد ترتیبوں کی برابر مونی چاہئے ن مختلف اشیاء کی ترتیبوں کی جب کل اشیاء  
کی ترتیبیں لجاوین اور وہ کل ترتیبیں بہہ مینی  $ل \times ن \times س$

$$ع \times د \times ق \times ل = د \text{ کے واسطے } ع = \frac{د \times ق \times ل}{د}$$

اور یہی بنیاس اسکی اور صورتوں پر مبنی کرلو

(۴۲۳) دفعہ ۴۱ء کی ثبوت پر اب طالب علموں کو غور کرنی چاہیے کہ علم فیہ میں استقرا طرح کیا

ہر کہ ہم یہ ثابت کریں اگر ایک مسئلہ صحیح ایک صورت میں ہو اور یہ صورت خواہ کتنی ہی ہو تو وہ دوسری صورت

میں بھی صحیح ہوگی اور اس دوسرے صورت کو پہلی صورت کی صورت مابعدہ میں ہم تجربہ اور مشاہدہ سے ثابت کر لیں

کہ مسئلہ ایک صورت میں صحیح رہے تو وہ صورت مابعد میں بھی صحیح ہوگا اور ہر صورت مابعد کی یہی صورت مابعد میں ہے

عس هذا القياس برصورت میں جو بعد پہلی صورت کے واقع ہو ریاضیات کو عالم حد میں استقرار بخشد

امشده نمبر ۴۴

(۱) ۲۴ آدمیوں سے چہرہ چہرہ آدمیوں کی جماعتیں کتنی بنیں گی۔

(۲) اگر ایک لفظ میں سات حرف ہوں اور کل حرفوں کی ترتیبیں دیکھا دین تو تا وقتیکہ

(۳) آٹھ حرفوں کے لفظ میں اگر اجتماع چار چار حرفوں کا لیا جاوے تو کتنی اجتماع بنیں گی؟

(۴) نو حسہ فون کے کلمہ میں اگر سب حرفوں کی ترتیبیں لچائیں تو کلمہ ہی ترتیبیں ہوں گی

(۵) اون ایشیا کی تعداد بتاؤ جن کی چار چار ترقیبین مین مین کے

ترتیبوں سے دو چہدہا

(۶) دس حروف اور تین اعراب ہیں اگر اوں حرفوں کی ایسی الفاظ بنا دیں کہ چار چار حرف

اور انہیں ہون اور ان میں رد و اعراب ہوں تو بتاؤ کتنے الفاظ بنیں گے

(۶) ہنس آدیمو، یہ ہے قلعہ کا کربا، کربا آدمی مخفی ہو، ہن تو تباہ کن ہے، دھبہ، تھاب

ہو سکتا ہے اور ایک خاص شخص کتنی دفعہ منتخب ہو سکتا ہے کہ چلانا  
(۸) بارہ آدمی ہیں جن میں سے کو کشتی کا چلانا آتا ہے لیکن جہاز چلانا نہیں جانتا اور تین جہاز  
آتا ہے لیکن کشتی چلانی نہیں آتی ہر توبتا و ایسی نو نو آدمیوں کی کشتی جماعتیں بن سکتی ہیں  
جن میں سے آٹھ کشتی چلانی والے اور ایک جہاز چلانی والا ہو اور بیہ ہی بتاؤ کہ  
اگر ان میں آدمیوں میں سے ایک آدمی کو کشتی اور جہاز دونوں چلانا آتا ہو تو کتنی ایسی جماعتیں

### بنالسیوان باب مسئلہ ثنائی معروف بہ ضابطہ نیوٹن

(۴۲۴) اس باب میں لکھا جاوے گا کہ جملہ ثنائی کا صعود اور نزول کسی تہ کا کس طرح دریافت کیا  
جائے گا کہ آئے ہیں کہ  $(1+1) = 2$  اور  $2+1 = 3$  اور  $3+1 = 4$  اور  $4+1 = 5$   
اس طرح صورت مفصلہ  $(1+1)$  کی دریافت کرنی اس باب کی بڑی بات ہے ان ایک مثبت صحیح عدد

(۴۲۵) عمل ضرب سے ہر کو بیہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$(1+1)(1+1) = 2+2 = 4$$

$$(1+1)(1+1)(1+1) = 2+2+2 = 6$$

$$(1+1)(1+1)(1+1)(1+1) = 2+2+2+2 = 8$$

$$(1+1)(1+1)(1+1)(1+1)(1+1) = 2+2+2+2+2 = 10$$

ان حاصل ضربوں کو غور سے دیکھیں تو فواعد ذیل ذہن میں آئیں گی

اول تعداد اقامتین طرحت حاصل ضرب صورت مفصلہ ثنائی جزا ضرعی وجود میں آتی ہے

دوم صورت مفصلہ کی اندر اول رقم میں قوت لاکھ موافق تعداد ثنائی جزا ضرعی کی ہے  
اور اور رقموں میں قوت لاکھ بتدیج ایک ایک کم ہوتی جاتی ہے

سوم صورت مفصلہ میں ہر اول رقم کا ایک ہی اور سر دوسری رقم کا مجموعہ ثنائی جزا  
ضرعی کی دوسری رقموں کا مجموعہ ہر دوسری رقم کا ثنائی جزا ضرعی کے دوسرے رقموں  
میں سے دو دو کی حاصل ضربوں کا مجموعہ اور سر چوتھی رقم کا ثنائی جزا ضرعی کے دو



بن اجزا ثنائی کے لئے ہی درست ہیں لیکن یہ ثابت کر آئی ہیں کہ اگر قوانین مذکور بالا اجزا ضربی ثنائی کے حاصل ضرب کے لئے ہی درست ہیں تو وہ باقی اجزا ضربی حاصل ضرب کے لئے ہی درست ہونے چاہئیں اور علیٰ ہذا القیاس پس معلوم ہوا کہ قوانین مذکور معمولاً ہر صورت کے لئے درست ہیں ہم اختصار کے لئے بن اجزا ضربی کے حاصل ضرب کو اس طرح لکھ دیتے ہیں کہ

$$(۱+۱)(۱+۱)(۱+۱) \dots (۱+۱)(۱+۱) = (۱+۱)(۱+۱) \dots (۱+۱)(۱+۱) = ۲ \times ۲ \times ۲ \dots ۲ \times ۲$$

اب یہاں ع برابر سے مجموعہ حروف و ب و ج ... کن لکھی تعداد بن ہو اور ق برابر سے مجموعہ حاصل ضربوں و دو حروف کے اسلئے ان حاصل ضربوں کی تعداد بموجب دفعہ ۲۴۱ کے

$$\frac{(۱-۱)(۱-۱) \dots (۱-۱)(۱-۱)}{۲ \times ۲ \times ۲ \dots ۲ \times ۲} = \frac{(۱-۱)(۱-۱) \dots (۱-۱)(۱-۱)}{۲ \times ۲ \times ۲ \dots ۲ \times ۲}$$

اسمیں تین تین کا اجتماع ہر فرض کرو کہ ب و ج و کن ل میں سے ہر ایک برابر کے ہو تو ع ہوگا بن اور ق ہوگا بن اور ہوگا بن اور ہوگا بن اور علیٰ ہذا القیاس پس نتیجہ آخر یہ ہوگا

$$(۱+۱)(۱+۱) \dots (۱+۱)(۱+۱) = (۱+۱)(۱+۱) \dots (۱+۱)(۱+۱) = ۲ \times ۲ \times ۲ \dots ۲ \times ۲$$

(۲۴۶) اس قانون جبریہ کا نام مسئلہ ثنائی ہے اور سلسلہ جو جانب چپ میں لکھا، اوکو صورت مفصلہ (۱+۱) کی کہتری میں اور جب ہم کہا کرتے ہیں کہ (۱+۱) کو پہلا دو تو اس کے معنی یہ ہوتے ہیں کہ بجای (۱+۱) کے اسکی صورت مفصلہ لکھو یہ قانون جبریہ نیوٹن نے ایجاد کیا تھا اسلئے اسکا نام ضابطہ نیوٹن مشہور ہے اس جگہ یہ ضابطہ اس صورت میں ثابت کیا ہے کہ ن صحیح اور مثبت عدد ہو اور ہر تفریق اس مسئلہ کو ثابت کیا ہے اور اسکو مسئلہ ثنائی اس واسطے کہتے ہیں کہ اوہیں جملہ ثنائی کا بیان ہے

$$\begin{aligned} (۲۴۷) (۱+۱)(۱+۱) \dots (۱+۱)(۱+۱) &= ۲ \times ۲ \times ۲ \dots ۲ \times ۲ \\ ۲۰ &= \frac{۲ \times ۵ \times ۴}{۲ \times ۲ \times ۲} = \frac{(۲-۱)(۱-۱)}{۲ \times ۲ \times ۲} \text{ اور } ۱۵ = \frac{۵ \times ۴}{۲ \times ۲} = \frac{(۲-۱)}{۲ \times ۲} \\ ۱۵ &= \frac{۳ \times ۲ \times ۵ \times ۴}{۲ \times ۳ \times ۲ \times ۲} = \frac{(۲-۱)(۲-۱)(۱-۱)}{۲ \times ۳ \times ۲ \times ۲} \end{aligned}$$







$$\frac{1}{2} = \frac{(1 - \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}}{2 \times 1} = \frac{(1 - n)}{2 \times 1}$$

$$\frac{1}{14} = \frac{(2 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}}{3 \times 2 \times 1} = \frac{(2 - n)(1 - n)}{3 \times 2 \times 1}$$

$$\frac{5}{128} = \frac{(3 - \frac{1}{2})(2 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{(3 - n)(2 - n)(1 - n)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

اور علیٰ ہذا القیاس پس

$$(1 + r)^{\frac{1}{2}} = 1 + r - \frac{r}{2} + \frac{r^2}{8} - \frac{5r^3}{128} + \dots$$

ایک اور مثال لو  $(1 + r)^{\frac{1}{2}}$  بیان بجا لاکے اور بجا لاکے اور بجا لاکے  $-\frac{r}{2}$  رکھو

$$n = -\frac{1}{2} \text{ تو } \frac{(1 - n)(2 - n)(1 - n)}{2 \times 1} = \frac{3}{8} \text{ و } \frac{(2 - n)(1 - n)}{2 \times 1} = -\frac{5}{14} \text{ و}$$

$$\frac{(1 - n)(2 - n)(1 - n)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{35}{128} \text{ اور علیٰ ہذا القیاس پس}$$

$$(1 + r)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{r}{2} + \frac{r^2}{8} - \frac{5r^3}{128} + \dots$$

اب  $(1 + r)^m$  کو پہلا وہ بیان بجا لاکے اور بجا لاکے اور بجا لاکے  $-\frac{r}{2}$  رکھو تو

$$n = -m \text{ اور } \frac{(1 - n)(2 - n)(1 - n)}{2 \times 1} = \frac{m(m + 1)(m + 2)}{2 \times 1}$$

$$\frac{(1 - n)(2 - n)(1 - n)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{m(m + 1)(m + 2)(m + 3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$\frac{(1 - n)(2 - n)(1 - n)}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{m(m + 1)(m + 2)(m + 3)(m + 4)}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$(1 + r)^m = 1 + m - \frac{m(m + 1)r}{2 \times 1} + \frac{m(m + 1)(m + 2)r^2}{3 \times 2 \times 1} - \dots$$

$$\dots - \frac{m(m + 1)(m + 2)(m + 3)r^3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \dots$$

الکخاص صورت لو اور فرض کرو  $m = 1$  پس

$$(1 + r)^1 = 1 + r - \frac{r^2}{2} + \frac{r^3}{3} - \dots$$

یہ بات یوں ہی ظاہر ہے کہ اگر  $1 + r$  پر تقسیم کریں

اور  $(1 + r)^2$  کو لاکے تو اس میں پہلا وہ بجا لاکے اور بجا لاکے  $-\frac{r}{2}$  رکھو تو

$$\frac{1}{(1 + r)} = (1 + r)^{-1} = 1 - r + r^2 - r^3 + \dots$$

$$= 1 + r - \frac{r^2}{2} + \frac{r^3}{3} - \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{p} - \frac{1}{p} (n-1) + \frac{1}{q} (n-1) - \frac{1}{r} (n-1) + \dots$$

اب  $(n-1)$  و  $(n-1)$  کو پہلا رقموں کو جمع کریں تو یہ حاصل ہوگا کہ  
کہ  $(n-1) = 1 + n - 1 + 1 - 1 + \dots$

### امثلہ نمبری ۲۲

(۱)  $(n-1)$  کی اول تین رقمیں اور آخر کی تین رقمیں دریافت کرو

(۲)  $(n-3)$  کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۳)  $(n-1)$  کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۴) صورت مفصلہ  $(n+1)$  کی اول چار رقمیں لکھو

(۵) صورت مفصلہ  $(n+1)$  دریافت کرو

(۶) صورت مفصلہ  $(n+1)$  دریافت کرو

(۷) صورت مفصلہ  $(n+1)$  دریافت کرو

(۸) مثال  $n$  کی صورت مفصلہ  $(n+1)$  میں دریافت کرو

(۹) مثال  $n$  کی صورت  $(n+1)$  میں دریافت کرو

(۱۰) اگر  $(n+1)$  میں دو سر رقم ۲۴ اور تیسری رقم ۲۰ ہو اور چوتھی رقم

۱۰۸۰ ہو تو لا اور د اور ن کو دریافت کرو

(۱۱) اگر چھٹی ساتویں اور آٹھویں رقمیں  $(n+1)$  کی ۱۱۲ و ۱۱۳ و ۱۱۴ ہوں لا و د و ن کو

دریافت کرو

(۱۲) صورت مفصلہ  $(n-1)$  کی پانچ رقمیں دریافت کرو

(۱۳) صورت مفصلہ  $(n-1)$  کو چار رقموں تک لکھو

(۱۴) صورت مفصلہ  $(n-1)$  کی لکھو

(۱۵)  $n$  کی مثال  $(n-1)$  کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۱۴) چھٹی رشم صورت مفصلہ (۷۳-۷۴) کی دریافت کرو

(۱۵) پانچ رشمون تک صورت مفصلہ (۱-۲ ب) لکھو اور اگر ۱ = ۱۱ اور ۱ = ۱۱ تو

ثابت کرو کہ چوتھی رشم بڑی تیسری رقم سے ہوگی اور پانچویں رقم سے بھی ہوگی

(۱۸) لا کا صورت مفصلہ (۱-۱۱) میں لکھو

(۱۹) صورت مفصلہ (۱+۱۱+۱۱) کی چار رشمون تک لا کی قوت میں لکھو

(۲۰) صورت مفصلہ (۱-۱۱+۱۱) کی چار رشمون تک لا کی قوت میں لکھو

### تینیا لیسوان باب قسط اس کتابت اعداد

(۲۳۲) یقینی طالب علم کو علم حساب میں یہ بات معلوم ہونی ہوگی کہ اعداد کو صورت میں بیان

کر نیکاً یہ دستور ہے کہ ہر صورت سے جو عدد تعبیر ہوتا ہے وہ ذو ضحاف کی کسی قوت کا

ہوتا ہے مثلاً ۵۳۲ میں ۵ سی پانچ سو تعبیر ہوتی ہے یعنی ۵ گنا ۱۰۰ اور ۲ تعبیر کرتا ہے ۲۰ یعنی

۲ گنا ۱۰ کا اور ۳ جو ۳۰ کا کیوں کو تعبیر کرتا ہے وہ بموجب فقرہ ۳۲۲ کے ۳ گنا ۱۰۰ کا تعبیر کرتا ہے

اس طرح سے اعداد کے بیان کر نیکاً جو طور ہے اسی طرح قسط اس شری کہتی ہیں

اور ان کو اساس عددی کہتے ہیں

(۲۳۳) اب ہم یہ بتلا بیگی کہ ہر صحیح مثبت عدد کسطح سوار ایک کے بجائے ۱۰ کے اساس اعداد

بن سکتا ہے اور ہر صحیح عدد کسطح کسی اساس کے موافق تعبیر ہو سکتا ہے اور صورتوں جو اعداد

تعبیر ہو رہی ہیں ان میں سے ہر صورت مفرد کو سندسہ کہیں ہیں جب ہم اس لکھیں تو اسے مطلب

سمجھنا چاہیے کہ وہ کوئی مثبت عدد صحیح سوار واحد کے ہے

(۲۳۴) ہر صحیح عدد موافق کسی اساس کے بیان ہو سکتا ہے فرض کرو کہ عدد صحیح

اور اساس ۱۰ ہے اور

۱۰ سب سے بڑی قوت رکھتی ہے لیکن ۱۰ سے بڑی نہیں

ابدع کو ۱۰ پر تقسیم اور فرض کرو کہ خارج قسمت نکلتا ہے اور باقی رہتی ہے

نوع = ۱۰ + ۱۰

اب یہاں اکم سے ہے اور کم کم سے ہے تقسیم کر دے کون۔ اپرا فرض کرو کہ علاج  
مستحب بنگلہ اور باقی قی رہے تو

$$n = n' + q$$

اور یہی عمل کئے جاؤ جب تک باقی کم سے ہو تو ع اس ا و ات متطابق سے تعبیر ہوگا کہ

$$ع = ا + ن + ا - ن + ح - ر + ... + ص + ک$$

$$ع = ا + ن + ا + ن + ا + ن + \dots + ح + ن + \dots + ص + ر + ک$$

ہر ایک ہندسہ اور بوج ... حصہ وک میں کم بہ نسبت رکے ہے اور اون میں ایک کا کئی  
بعد اول کے صفر ہو سکتی ہیں

(۴۳۵) ایک صحیح عدد معلوم کو ایک اساس معلوم کے موافق تعبیر کرو ایک صحیح عدد معلوم ہے یا با مطلب پہلے کہ عدد کیا تو الفاظ میں لکھا ہو یا کسی اساس عدد کے موافق ہندسوں میں اگر کسی اساس کی تخصیص نہ بیان ہوئی ہو تو اور سمجھنا چاہئے کہ اساس اعداد آہے فرض کرو کہ صحیح عدد معلوم ہے اور وہ اساس ہے جس کے موافق اسی بیان کرنا چاہتی ہیں

اور کچھ... روح و باد اہند سے مطلوبین + تعداد میں ہیں اور جانب راست سے شروع ہوتے ہیں نوع =  $1^{\text{ن}} + 2^{\text{ن}} + 3^{\text{ن}} + \dots$  ہر + ک

تقسیم کرو ع کو ریر اور قرض کرو کہ خارج قسمت م ہے تو یہ ظاہر ہے کہ

$m = 1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} - \dots$  اور باقی کی ہر سیر سے معلوم ہوا کہ پہلا ہندسہ کے ہے

پس آئیہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ اول ہندسہ دریافت کرنیکا طریقہ ہے کہ عدد معلوم کو

اساس معلوم پر تقسیم کرو جو باقی رہے وہ اول ہندسہ اور پھر ہر کور پر تقسیم کرو تو ظاہر ہے

کہ باقی حصہ پیشگی بیہ دوسرا ہندسہ مطلوبہ ہوگا پس سطح عمل متواتر کرنے سے تمام ہندسے

مطلوبہ دریافت ہو جائیگے

(۲۳۶) اب ہم بعض مثالیں حل کر تمہیں ۴۲۸۸ کو موافق پاس کے تعبیر کر



یعنی آٹھ کے دفعہ تریسٹھ میں جا سکتا ہر سات خارج قسمت نکلے اور سات باقی رہے  
اب یہ دریافت کرنا ہے کہ ۳۷ میں ۸ کے دفعہ جا سکتا ہے یعنی ۸ کے دفعہ ۴۶ میں سے  
جا سکتا ہر آٹھ خارج قسمت نکلے اور بچے اب یہ معلوم کرنا ہے کہ ۸ کے دفعہ ۲۲ میں سے  
جا سکتا ہر یعنی ۸ کے دفعہ ۲۰ میں سے جا سکتا ہر ۲ خارج قسمت نکلے اور ۲ بچے پس  
۴ ہندسہ اول دریا ہوا اب ہم باقی لکھتے ہیں طالب علم کو چاہیے کہ خود تقسیم شروع  
کرے جس طرح کرے اوپر لکھی ہے اور پھر خارج قسمت نکلے اور اس کا مقابلہ ہمارے لکھے ہوئے  
عمل سے کرے

$$\begin{array}{r} \text{باقی } ۸ | ۷۲۷۸۲ \\ \underline{۸ | ۸۲} \quad ۱۰ \quad ۲ \\ \underline{۸ | ۱۰} \quad ۲۳ \quad ۳ \\ \underline{۸ | ۱۳} \quad ۴ \\ \underline{۸ | ۱۲} \quad ۵ \\ ۱۰ \quad ۳ \end{array}$$

پس عدد مطلوب =  $۸ \times ۱ + ۸ \times ۳ + ۸ \times ۵ + ۸ \times ۲۳ + ۸ \times ۱۰ + ۸ \times ۲ = ۸۷۲$

پس یہ عدد ۸۷۲۳۵۴۱ موافق اساس ۸ کے ہوا

(۴۳۷) یہ بات نہایت آسان ہے کہ طالب علم مثالین خود ایسی مثالین کی نشانات صحت پر  
عمل کے ساتھ موجد جو مثلاً دو عدد موافق اساس ۱۰ کے لے اور ان کا حاصل جمعہ اور  
حاصل تفریق اور حاصل ضرب دریافت کیا اور ان سب کو کسی اساس معلوم کے موافق تخیل  
کیا اور پھر اعداد کو موافق اسی اساس کے تخیل کیا اور جو کچھ حاصل ہوا ان کا حاصل جمعہ اور  
حاصل تفریق اور حاصل ضرب دریافت کیا تو جو نتائج حاصل ہونگے وہ وہی ہونگے جو پہلے  
حاصل ہوئے تھے

ہمیشہ سی ۴۳

(۱) ۸۷۲۳۵۴۱ کو موافق اساس ۵ کے تخیل کرو

(۲) ۸۷۲۳۵۴۱ کو ایسے عدد کی طرف تخیل کرو کہ جس کا اساس بارہ ہو

(۳) ۸۹۶ کو ایسے عدد کی طرف تحویل کرو جس کا اساس دو ہو  
 (۴) ۲۷۵ کو ایسے عدد کی طرف تحویل کرو جس کا اساس گیارہ ہو  
 (۵) دو گ کو گ دین ضرب دو اور یہی اعداد موافق اساس بارہ کی ہیں ان کی تحویل ایسی عدد کی طرف کرو جس کا اساس دہے اور ان کو باہم ضرب بھی دو

(۶) اگر تحویل سے ۴۱۶ کا عدد ۱۰۱۰۱ عدد بن جاوے تو اساس بتاؤ کیا ہے

(۷) اگر تحویل سے ۵۲۶ کا عدد ۲۰۲۰۵ ہو جاوے تو اساس دریافت کرو نقص کرو

(۸) ۱۷۱ کی تحویل ایسے عدد کی طرف کرو جس کا اساس بارہ ہو اور اسی اساس کے موافق کل کو پیچ

(۹) وہ اساس دریافت کرو جس کے موافق اعداد ۱۳ و ۲۲ و ۳۳ سلسلہ ضرب میں ہوں

(۱۰) ۱۰۱ گ کا جذر دریافت کرو جس کا اساس ۱۲ ہو

### چوالیسواں باب سود

(۴۳۸) اگرچہ مطالب سود کے علم حساب میں بھی طرح بیان کی گئی ہیں لیکن جبر مقابلہ کی شعا  
 ان مطالب کا سمجھنا اور یاد رکھنا سہل ہو جاتا ہے

(۴۳۹) اگر کسی سے روپیہ لیا اپنے کام میں لائیں تو اس کام میں لائیکے بدلے میں اس شخص کو

جو کچھ روپیہ دین اسے سود یا بیاج کہتے ہیں اور جو روپیہ قرض دیا جاتا ہو اسے اصل یا مول اور

جب اصل روپیہ پر اس کا سود خاص ایکٹ کا زیادہ کیا جائے تو حاصل کو اصل مع سود

کہتے ہیں یا مول یا بیاج

(۴۴۰) سود دو طرح کا ہوتا ہے ایک تو نرا سود دوسرا سود در سود یا بیاج پر بیاج نرا سود تو وہ ہے

جو حفظ اصل روپیہ پر لگا یا جاوے اور سود در سود یہ کہ جب سود واجب الادا ہو تو اس کو

اصل کے ساتھ ملا یوں اور آئندہ اس اصل مع سود کو قائم مقام اصل سمجھ کر اوپر سود لگایں

(۴۴۱) ایک خاص روپیوں کی مقدار پر ایک خاص مدت کے لئے سود جو ٹہرے اس کو

شرح سود یا ہواؤ سود کا کہتے ہیں اکثر رواج یہ ہے کہ خاص مقدار روپیوں کی جس کو موافق





تین سال میں ن آئے ہیں عکس القیاس اصل مع سود ربیہ کی ن سالوں میں  
ن ہے یعنی م = ن

ن - ن یا ن (ن - ا)

پس سود ن سال میں یہ ہوگا

(۴۴۵) کوئی اصل مع سود بعد ایک مدت مفروض کے واجب الادا ہو اور بالفعل روپیہ  
لیلیا جاو تو وہ روپیہ اتنا ہونا چاہئے کہ اگر اسکو موافق سود سابق کے چلاوین تو انجام  
مدت مفروض میں اصل مع سود وہ حال پہنچا جو پہلے حاصل ہوتا اس روپیہ کو قیمت حال اس  
اصل مع سود کی کہتے ہیں مثلاً زید کو بکر کے ۵۰۰ روپیہ آج سے نو مہینہ بعد دیئے ہوں  
اور سود چار روپیہ سیکرہ سالانہ ہو تو ظاہر ہے کہ اگر یہ روپیہ اب دیا جاو تو بکر کے پاس کم  
روپیہ ۵۰۰ سے پہنچنا چاہئے اور سقد کم ہونا چاہئے کہ اگر اسکو اب چار روپیہ سیکرہ  
سود پر دیا جاوے تو نو مہینہ کے انجام میں اصل مع سود ۵۰۰ روپیہ ہو پس بالفعل  
جو روپیہ بکر پا دے لگا اسکو قیمت حال اس اصل مع سود کہتے ہیں یعنی اصل قیمت حال  
ہوتی ہے دفعہ ۴۴۲ کو دیکھو

(۴۴۶) ہنوز روپیہ واجب الادا ہو اور وہ پیشگی لے لیا جاو تو جو روپیہ اس پیشگی لینے کے  
عوض میں دیا جاتا ہے اسکو بٹا اور کٹوتی دلبٹا دستی کاٹا وغیرہ کہتے ہیں مثلاً دفعہ  
مذکور کی صورت میں جس قدر روپیہ بکر کو ۵۰۰ روپیہ سے کم ملے گا اسے کٹوتی کہینگے  
اور بکر کی تعریف قیمت حال سے واضح ہوتا ہے کہ فرض ہر وقت ادا ہو سکتا ہے اگر قیمت حال  
ایک ہی دفعہ ادا کر دی جاوے پس معلوم ہوا کہ کٹوتی برابر ہوتی ہے اور اصل صلفرتی کی  
اصل مع سود واجب الادا میں سے قیمت حال کی کم کرنے سے حاصل ہوتا ہے  
(۴۴۷) قیمت حال اس روپیہ کی جو ایک مدت مفروض کے بعد واجب الادا ہو دریا کر  
اور کٹوتی بھی معلوم کرو

فرض کرو کہ قیمت حال میں جو تعداد روپیہ کی ہے وہ ن سے تعبیر ہوتی ہے اور ن تعداد

سالوں کی ہر اور سود ایک روپیہ کا ایک سال میں ہے اور روپیہ کی صورت میں لکھ لو  
اورم تعداد اوس روپیہ کی ہے جو واجب الادا ہو اور ک کٹوتی سود کی تو

فرض کرو کہ  $1 = م + ن$

موافق دفعہ ۴۴ کے نرے سود کی صورت میں  $م = ن + (1 + ن)$

اسو  $م = 1 + م - م = ن = \frac{م}{1 + م}$

اور سود در سود کے صورت میں بموجب دفعہ ۴۴ کے  $م = ن + 1$

اسو  $م = 1 + م - م = ن = \frac{م}{1 + 1}$

(۴۴۸) کاروبار تجارت میں رواج یہ پڑ گیا ہے کہ جو روپیہ قبل و حیلہ دانہ ہو کر لیا جاتا ہے  
اوسکا سود دیا جانا کٹوتی کا حساب نہیں لگایا جاتا اگر نرے سود ہو تو سچا  $م = 1 + ن$   
کے م ن حساب میں لگایا جاتا ہے

## امشہدی ۴۴

(۱) اگر روپیہ کی کیا شرح سود فیصد رکھیں کہ ایک سال میں اوی سود کا روپیہ اوستہ حاصل ہو  
جس قدر کہ ب روپیہ بحساب ح روپیہ فیصد سود کو سود ایک سال میں حاصل ہوتا ہے  
(۲) ثابت کرو کہ اگر روپیہ سود در سود کسی شرح سود کے موافق کسی مدت خاص لے دیا جائے  
تو وہ زیادہ بڑی سیگا بہ نسبت اسکے کہ پہلے ہی دو چند سود پر نصف مدت سابق کی لے دیا جائے  
(۳) ایک خاص شرح سود کی ہے اور سود در سود نہیں ملتا ہے تو بتاؤ کتنی مدت میں روپیہ  
دو چند ہوگا

(۴)  $(1 + ن)$  کی صورت مفصلہ میں موافق ضابطہ نیوٹن کے جو اول تین تین میں لکھا گیا ہے  
یہ ثابت کرو کہ جمع روپیہ کی پندرہ برس میں شرح سود پانچ روپیہ سیکڑہ کے بحساب  
سود در سود کے دو چند سے زیادہ ہو جائیگی



$$(۱۳) \text{ مختصر کرو } (۱+۱)(۱+۱)(۱+۱) - (۱-۱)(۱-۱)(۱-۱) - (۱+۱)(۱-۱)(۱-۱) - (۱-۱)(۱+۱)(۱-۱)$$

$$(۱۴) \text{ تقسیم کرو } ۱۲ - ۱۱ - ۱۰ - ۹ - ۸ - ۷ - ۶ - ۵ - ۴ - ۳ - ۲ - ۱$$

$$(۱۵) \text{ اختصار کرو } \frac{۱ - ۱ + ۱ - ۱ + ۱ - ۱}{۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱}$$

$$(۱۶) \text{ ذو ضعات اقل } ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰$$

$$\text{اور } ۱۰ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰$$

$$(۱۷) \text{ مختصر کرو } \frac{۵}{۳+۱۱+۱۲} - \frac{۳}{۳۰-۱۱-۱۲} + \frac{۲}{۱۰-۱۱-۱۲}$$

$$(۱۸) \text{ حل کرو } \frac{۱۵}{۵} - \frac{۱۵}{۱۵} = \frac{۲-۱۱}{۳-۱۱}$$

$$(۱۹) \text{ حل کرو } \frac{۳}{۱-۱۱} - \frac{۲}{۱۱+۱۲} + \frac{۱}{۱۱} = (۳-۱۱)$$

(۲۰) ریلوی کمپنی میں زید و بکر کے ۱۰۰ حصے تھے۔ پھر دو نئے اشخاص اس طرح حصے تقسیم کر لئے

کہ زید نے ۸۵ حصے لئے اور بکر نے ۱۵ حصے لئے اور زید کو ۱۰۰ روپیہ دیا تو بکر کو ہر ایک حصہ ۱۰ روپیہ دیا

$$(۲۱) \text{ جمع کرو } ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ + ۹ + ۸ + ۷ + ۶ + ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱$$

اور حاصل جمع میں سے ۱۳ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ کو نفرائی کرو

$$(۲۲) \text{ دریافت کرو } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲}$$

$$\text{جب } ۱ = ۳ \text{ و } ۲ = ۲ \text{ و } ۳ = ۱$$

$$(۲۳) \text{ مختصر کرو } (۱+۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)(۱-۱)$$

$$(۲۴) \text{ تقسیم کرو } \frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} - \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۳} - \frac{۱}{۱۴} + \frac{۱}{۱۵} - \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۱۷} - \frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{۱۹} - \frac{۱}{۲۰}$$

$$(۲۵) \text{ مقسوم علیہ اعظم } ۱۲ + ۱۱ - ۱۰ - ۹ - ۸ - ۷ - ۶ - ۵ - ۴ - ۳ - ۲ - ۱$$

$$(۲۶) \text{ مفرد بناؤ } \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲}$$

$$(۲۷) \text{ ذو ضعات اقل } ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۹ - ۲۰$$

$$(۲۸) \text{ حل کرو } \frac{۱-۱۱}{۴} + \frac{۱-۱۱}{۱۵} - \frac{۱۲}{۳}$$

(۲۹) ایک جوڑا کپڑوں کا ۵ روپیہ ۴ پائی کو خریدا یا بجامہ کی قیمت گرتی سی ڈیوڑھی دی



$$۳ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} \text{ اور } ۳ + \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

$$(۴۳) \text{ مختصر کرو } ۲ - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} \text{ (ب-ج) } \left[ ۲ - \frac{۱}{۲} \right] \text{ (ب-ج) } \left[ ۲ - \frac{۱}{۲} \right] \text{ (ب-ج) } \left[ ۲ - \frac{۱}{۲} \right]$$

$$(۴۴) \text{ دریافت کرو مقسوم علیہ عظم } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱ \text{ اور } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$(۴۵) \text{ مختصر کرو } \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$(۴۶) \text{ دریافت کرو ذو صغاف اقل } \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = ۰ \text{ اور } \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = ۰$$

$$(۴۷) \text{ مختصر کرو } \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = \frac{۰}{۲} = ۰ \text{ کو } (۴۸) \text{ حل کرو } ۳ - \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲ \frac{۱}{۲}$$

$$(۴۹) \text{ حل کرو } \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} = \frac{۰}{۲} = ۰$$

(۵۰) ۳ و پائی نیر کی کہاں گنتی ۵ سیر کہاں گنتی ۳ سیر ۳ پائی ہے ملاوین کہ  
۳ و پائی سیر کی کہاں گنتی ۳ سیر ۳ پائی ہے ملاوین کہ

$$(۵۱) \text{ ضرب دو } ۳ + ۲ = ۵ \text{ اور } ۲ - ۱ = ۱ \text{ اور } ۳ - ۱ = ۲ \text{ اور } ۲ + ۱ = ۳$$

$$(۵۲) \text{ دریافت کرو مقسوم علیہ عظم } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱ \text{ اور } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$(۵۳) \text{ مختصر کرو } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$(۵۴) \text{ مختصر کرو } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$(۵۵) \text{ حل کرو } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱ \text{ اور } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$(۵۶) \text{ حل کرو } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱ \text{ اور } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$(۵۷) \text{ حل کرو } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱ \text{ اور } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$۱۰ = (۲ - ۱) \frac{۱}{۲} + (۵ - ۳) ۳$$

$$(۵۸) \text{ حل کرو } ۱۰ = (۲ - ۱) \frac{۱}{۲} + (۵ - ۳) ۳$$

$$(۵۹) \text{ حل کرو } \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

(۶۰) ایک کسر کا نسب شمار کنندہ سے بقدر ۲ کے زیادہ ہے اور اگر شمار کنندہ پرہ  
زیادہ کریں تو کسر بقدر ایک کے زیادہ ہو جاتی ہے تو اس کسر کو دریافت کرو

(۴۱) تقسیم کرو  $\frac{5}{11} - \frac{1}{11}$  کو  $\frac{1}{11}$  پر

(۴۲) اختصار کرو  $\frac{10 - 11 \times 9 - 11 \times 3}{10 - 11 \times 9 - 11 \times 12}$

(۴۳) اختصار کرو  $(\frac{1}{11} + \frac{1}{11}) \div (\frac{1}{11} - 1)$  کو

(۴۴) حل کرو  $3 - 11 = (2 - 11) + (1 - 11)$

(۴۵) حل کرو  $\frac{12 - 13}{4} = \frac{3 - 11 \times 2}{5}$  اور  $\frac{1}{11} = \frac{1 - 11}{3}$

(۴۶) حل کرو  $8 = \frac{11 \times 2 - 1}{7} + \frac{11 \times 10 - 1}{11}$  اور  $3 = 2 + 11$

(۴۷) حل کرو  $\frac{1}{11} = \frac{(1 - 11) \times 9}{8} + \frac{11 \times 2 + 1 \times 3}{11}$  اور  $3 = \frac{11 - 12}{3} - \frac{1 + 11}{2}$

(۴۸) حل کرو  $11 + 11 = \sqrt{(11 + 11)}$

(۴۹) حل کرو  $\frac{11 \times 5}{2} = \frac{4 - 11 - 11}{2 + 11} - \frac{2 + 11 \times 3 + 11}{1 + 11}$

(۵۰) باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے دو چند ہے اور دس برس پہلے باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے چھ چند تھی تو بتاؤ بالفعل او کی عمر کیا ہے

(۵۱) اگر  $11 = 11$  کی ہو تو قیمت

$\sqrt{(1 + 11 \times 2)} - (\frac{4}{11} + 11) - (\frac{11}{11 \times 13 - 11} - 3)$  کی دریافت کرو

(۵۲) متحول کرو  $\frac{11 \times 3 - 11 \times 14 + 4 - 11 \times 23}{4 - 11 \times 14 + 11 \times 11}$  کو ایسی کسر کی صورت جس کا شمار کنندہ اور

نسب نامہ نہایت مختصر ہو اور جب  $11 = 3$  تو اس کی قیمت کیا ہوگی

(۵۳) اجزاء ضربی مفروضین  $11 - 11 \times 3 + 12$  اور  $11 - 11 \times 4 + 11$  اور  $11 - 11 \times 5 + 11$  کو

(۵۴) مختصر بناؤ  $\frac{1}{11 - 11 \times 3 + 2} + \frac{3}{10 + 11 \times 4 - 11} - \frac{11}{5 + 11 \times 4 - 11}$

(۵۵) حل کرو  $\frac{1}{11} = (\frac{11}{11} + 11 \times 3) - (\frac{1}{11} - 11 \times 2) = \frac{1}{11} (1 - 11 \times 5)$

(۵۶) حل کرو  $9 - 11 = 48 + 11 \times 3$

(۵۷) کچھ دنوں کے لئے ایک مرد اور ایک لڑکا مزدوری پر لگائے گئے مرد نے ۲۷ آنہ مزدوری کے لئے اور لڑکے نے ۱۷ لیکن جتنے دنوں کام ہوا وہیں ہر تین دن



پیہ لڑکا غیر حاضر اگر لڑکے کی طرح تین دن مرد غیر حاضر رہتا تو سر ہیکل مزدوری پر لڑتی تو بتاؤ  
ہر ایک کی شرح مزدوری کیا ہے

(۷۸)  $4\text{ ل} - 4\text{ ل} + 4\text{ ل} - 2\text{ ل} + 1\text{ ل}$  اکا جڈر نکالو اور ثابت کرو کہ نتیجہ صحیح ہے

جب  $10 = 10$  کے ہو

(۷۹) اگر  $1:2::3:4$  دو تو ثابت کرو

$1:2::3:4$  اور  $1:2::3:4$

(۸۰) اگر  $1:2::3:4$  دو سلسلہ ہندسیہ میں ہوں تو ثابت کرو کہ  $1:2::3:4$  اور  $1:2::3:4$

(۸۱) اگر  $n$  مثبت صحیح عدد ہو تو ثابت کرو کہ  $1 + 2 + 3 + \dots + n$  کی تقسیم  $n$  پر پوری ہو سکتی ہے

(۸۲) دو اضلاع اقل  $1\text{ ل} - 2\text{ ل} + 3\text{ ل} + 4\text{ ل} + 5\text{ ل} + 6\text{ ل} + 7\text{ ل} + 8\text{ ل}$  اور

$1\text{ ل} - 2\text{ ل} + 3\text{ ل} + 4\text{ ل} + 5\text{ ل} + 6\text{ ل} + 7\text{ ل} + 8\text{ ل}$  کا دریافت کرو

(۸۳) حل کرو  $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$  اور  $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

(۸۴) حل کرو  $1\text{ ل} + 2\text{ ل} + 3\text{ ل} + \dots + 10\text{ ل} = 55$

(۸۵) ایک عدد میں دو ہندسے ہیں اگر ان کو معکوس کر کے لکھیں تو دونوں عددوں کا

مجموع  $121$  ہوتا ہے اور حاصل ضرب دونوں ہندسون کا  $28$  ہے اس عدد کو دریافت کرو

(۸۶) ایک پیہ شراب کا ہے اور پیہ  $4$  بوتل شراب کی نکالیں اور بانی سے بہرہ

اور بہرہ تو بلیں نکالیں اور بہرہ بانی سے پیہ کو پر کر دیا تو اب جو پیہ میں شراب اور

بانی ہے اس میں نسبت  $14$  اور  $4$  کی ہے تو بتاؤ کتنی بوتلیں پیہ میں شراب کی تھیں

(۸۷) جذر نکالو  $14\text{ ل} + 25\text{ ل} - 30\text{ ل} + 27\text{ ل} + 4\text{ ل} + 10\text{ ل} + 3\text{ ل}$  کا

(۸۸) ایک سلسلہ حسابیہ میں اول رقم  $81$  ہے اور چودھویں رقم  $159$  ہے اور سلسلہ

ہندسیہ میں دوسری رقم  $81$  ہے اور چھٹی رقم  $14$  ہے تو سلسلہ موسیقیہ میں

وسطی نسبت دونوں سلسلوں کی چوتھی رقموں کی درمیان میں دریافت کرو





(۱۵) حل کرو  $۳۵۳ + ۱۰ = ۱۰۵۵ - ۲۵۲ = ۲$

(۱۶) حل کرو  $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = ۵$  و  $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = ۲$

(۱۷) ایک سریسی دریافت کرو کہ اگر اوکی شمار کنندہ کو جو چند کریں اور نسبت پر ۳ زیادہ کریں تو کہ جو چند ہو جاوے اور اگر شمار کنندہ پر ۳ زیادہ کریں اور نسبت کو جو چند کریں تو کہ نصف ہو جاوے

(۱۸) مختصر کرو  $\left[ \frac{۱}{۲} - \left( \frac{۱}{۳} \right) \right] \times \left[ \frac{۱}{۲} - \left( \frac{۱}{۳} \right) \right]$

(۱۹) ایک سلسلہ حسابیہ کی تیسری رقم ۱۸ ہے اور ساتویں رقم ۳۰ ہے حال جمعہ، رقموں کا نسبت کرو

(۲۰) اگر  $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = ۵$  و  $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} = ۲$  سلسلہ موسیقی میں ہوں تو ثابت کرو کہ او ب و ج سلسلہ پانچویں مرتبہ

(۲۱) مفرد بناؤ  $۱ - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} - \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۱} - \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۳} - \frac{۱}{۱۴} + \frac{۱}{۱۵} - \frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۱۷} - \frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{۱۹} - \frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۲۱} - \frac{۱}{۲۲} + \frac{۱}{۲۳} - \frac{۱}{۲۴} + \frac{۱}{۲۵} - \frac{۱}{۲۶} + \frac{۱}{۲۷} - \frac{۱}{۲۸} + \frac{۱}{۲۹} - \frac{۱}{۳۰} + \frac{۱}{۳۱} - \frac{۱}{۳۲} + \frac{۱}{۳۳} - \frac{۱}{۳۴} + \frac{۱}{۳۵} - \frac{۱}{۳۶} + \frac{۱}{۳۷} - \frac{۱}{۳۸} + \frac{۱}{۳۹} - \frac{۱}{۴۰} + \frac{۱}{۴۱} - \frac{۱}{۴۲} + \frac{۱}{۴۳} - \frac{۱}{۴۴} + \frac{۱}{۴۵} - \frac{۱}{۴۶} + \frac{۱}{۴۷} - \frac{۱}{۴۸} + \frac{۱}{۴۹} - \frac{۱}{۵۰} + \frac{۱}{۵۱} - \frac{۱}{۵۲} + \frac{۱}{۵۳} - \frac{۱}{۵۴} + \frac{۱}{۵۵} - \frac{۱}{۵۶} + \frac{۱}{۵۷} - \frac{۱}{۵۸} + \frac{۱}{۵۹} - \frac{۱}{۶۰} + \frac{۱}{۶۱} - \frac{۱}{۶۲} + \frac{۱}{۶۳} - \frac{۱}{۶۴} + \frac{۱}{۶۵} - \frac{۱}{۶۶} + \frac{۱}{۶۷} - \frac{۱}{۶۸} + \frac{۱}{۶۹} - \frac{۱}{۷۰} + \frac{۱}{۷۱} - \frac{۱}{۷۲} + \frac{۱}{۷۳} - \frac{۱}{۷۴} + \frac{۱}{۷۵} - \frac{۱}{۷۶} + \frac{۱}{۷۷} - \frac{۱}{۷۸} + \frac{۱}{۷۹} - \frac{۱}{۸۰} + \frac{۱}{۸۱} - \frac{۱}{۸۲} + \frac{۱}{۸۳} - \frac{۱}{۸۴} + \frac{۱}{۸۵} - \frac{۱}{۸۶} + \frac{۱}{۸۷} - \frac{۱}{۸۸} + \frac{۱}{۸۹} - \frac{۱}{۹۰} + \frac{۱}{۹۱} - \frac{۱}{۹۲} + \frac{۱}{۹۳} - \frac{۱}{۹۴} + \frac{۱}{۹۵} - \frac{۱}{۹۶} + \frac{۱}{۹۷} - \frac{۱}{۹۸} + \frac{۱}{۹۹} - \frac{۱}{۱۰۰}$

(۲۲) جذر  $۳۵۳ - ۱۰ = ۱۰۵۵ - ۲۵۲ = ۲$

(۲۳)  $۳ - ۱۲ - ۱۸ = ۲۲$  کو اجزا ضربی میں تحلیل کرو

(۲۴) حل کرو  $\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۱-۵۲} = \frac{(۱+۵۵)۳}{۲+۵۵} - \frac{۵+۵}{۱-۵۲}$

(۲۵) حل کرو  $\frac{۹۵}{۸} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳}$

(۲۶) حل کرو  $۱ - ۲ = ۴$  و  $۱۰ = ۴ + ۳ = (۱-۵)$

(۲۷) حل کرو  $۱ - ۲ = ۴$  و  $۱۰ = ۴ + ۳ = (۱-۵)$

(۲۸) اگر او ب و ج و د سلسلہ ضرب میں ہوں تو او ب + و : ج : ح + د و

(۲۹) ایک سلسلہ حسابیہ کا فرق عام برابر ۲ کے ہے اور تعداد ارقام برابر ۲۰ ہے رقم

اول رقم ایسی دریافت کرو کہ حال جمع ۳۵ ہو

(۳۰) جس سلسلہ کے م دین رقم  $۲۳ \times ۲$  ہو او سکی ن رقموں کو جمع کرو

(۳۱) مفرد کرو  $\frac{(۵۲-۱)۵ - ۱}{۵} + \frac{(۵۲-۱)۵ + ۱}{۵ - ۱}$

(۳۲) دریافت کرو معسوم علیہ اعظم  $۳۰ - ۱۴ - ۵۰ - ۲۲$  اور

$۲۲ + ۱۴ - ۲۸ - ۳۲$  کا







(۱۶۶) زید اور بکر ایک کام کو ۳ دن میں پورا کرتے ہیں اور زید ایک لاکھ ۳ دن میں اوس کام

کو بنا لیتا ہے تو بتاؤ بکر ایک لاکھ اوس کام کو کتنے دنوں میں کرے گا

(۱۶۷) دو عدد ایسی دریافت کرو کہ ان کا حاصل ضرب برابر ہو اور مجموعہ کے ۲ کروڑ چالیس لاکھ

اور مجموعہ برابر ہو ۹۶ گنی اوس خارج قسمت کر جو بڑے عدد کو چھوٹی عدد تقسیم کرنے سے بدلتا ہو

(۱۶۸) ایک ایسی دریافت کرو کہ اگر اوس کے شمار کنندہ پر ایک زیادہ کیا جائے تو کسر ۱/۲ ہو جائے

اور اگر نسب نما پر ایک زیادہ کر دیں تو ۱/۲ ہو جائے

(۱۶۹) اگر ا: ب :: ح: د تو ثابت کرو کہ ۱/۲ + ۱/۳ : ۱/۴ - ۱/۵ :: ۱/۶ + ۱/۷ - ۱/۸

(۱۷۰) اوسط نسبت میں ۱۶۹ و ۲۵۴ کی دریافت کرو اور ۲۵۰۰ کی تناسب میں سری

(۱۷۱) اس جملہ سے خطوط وحدانی ساقط کرو

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ب} - ۲ \\ \text{ب} - ۳ \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} ۱ - ۴ \\ ۲ - ۵ \end{array} \right\}$$

(۱۷۲) ان جملوں کو مختصر کرو

$$\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۳} + \frac{۳}{۴} - \frac{۴}{۵} - \frac{۵}{۶} + \frac{۶}{۷} - \frac{۷}{۸} + \frac{۸}{۹} - \frac{۹}{۱۰} + \frac{۱۰}{۱۱} - \frac{۱۱}{۱۲} + \frac{۱۲}{۱۳} - \frac{۱۳}{۱۴} + \frac{۱۴}{۱۵} - \frac{۱۵}{۱۶} + \frac{۱۶}{۱۷} - \frac{۱۷}{۱۸} + \frac{۱۸}{۱۹} - \frac{۱۹}{۲۰}$$

اور (ن - ق - م) - (م + ق - ن) + (ق + م) - (م + ن - ق) + (ق + م) - (م + ن - ق) + (ق + م) - (م + ن - ق)

$$\left( \frac{ن}{ق} + \frac{ق}{ن} \right) \div \left( \frac{ن}{ق} - \frac{ق}{ن} \right)$$

(۱۷۳) دریافت کرو مقسوم علیہ عظم ۱۱ + ۱۲ - ۱۳ + ۱۴ - ۱۵ + ۱۶ - ۱۷ + ۱۸ - ۱۹ + ۲۰ - ۲۱ + ۲۲ - ۲۳ + ۲۴ - ۲۵ + ۲۶ - ۲۷ + ۲۸ - ۲۹ + ۳۰ - ۳۱ + ۳۲ - ۳۳ + ۳۴ - ۳۵ + ۳۶ - ۳۷ + ۳۸ - ۳۹ + ۴۰ - ۴۱ + ۴۲ - ۴۳ + ۴۴ - ۴۵ + ۴۶ - ۴۷ + ۴۸ - ۴۹ + ۵۰ - ۵۱ + ۵۲ - ۵۳ + ۵۴ - ۵۵ + ۵۶ - ۵۷ + ۵۸ - ۵۹ + ۶۰ - ۶۱ + ۶۲ - ۶۳ + ۶۴ - ۶۵ + ۶۶ - ۶۷ + ۶۸ - ۶۹ + ۷۰ - ۷۱ + ۷۲ - ۷۳ + ۷۴ - ۷۵ + ۷۶ - ۷۷ + ۷۸ - ۷۹ + ۸۰ - ۸۱ + ۸۲ - ۸۳ + ۸۴ - ۸۵ + ۸۶ - ۸۷ + ۸۸ - ۸۹ + ۹۰ - ۹۱ + ۹۲ - ۹۳ + ۹۴ - ۹۵ + ۹۶ - ۹۷ + ۹۸ - ۹۹ + ۱۰۰

$$۱ - ۲ + ۳ - ۴ + ۵ - ۶ + ۷ - ۸ + ۹ - ۱۰ + ۱۱ - ۱۲ + ۱۳ - ۱۴ + ۱۵ - ۱۶ + ۱۷ - ۱۸ + ۱۹ - ۲۰ + ۲۱ - ۲۲ + ۲۳ - ۲۴ + ۲۵ - ۲۶ + ۲۷ - ۲۸ + ۲۹ - ۳۰ + ۳۱ - ۳۲ + ۳۳ - ۳۴ + ۳۵ - ۳۶ + ۳۷ - ۳۸ + ۳۹ - ۴۰ + ۴۱ - ۴۲ + ۴۳ - ۴۴ + ۴۵ - ۴۶ + ۴۷ - ۴۸ + ۴۹ - ۵۰ + ۵۱ - ۵۲ + ۵۳ - ۵۴ + ۵۵ - ۵۶ + ۵۷ - ۵۸ + ۵۹ - ۶۰ + ۶۱ - ۶۲ + ۶۳ - ۶۴ + ۶۵ - ۶۶ + ۶۷ - ۶۸ + ۶۹ - ۷۰ + ۷۱ - ۷۲ + ۷۳ - ۷۴ + ۷۵ - ۷۶ + ۷۷ - ۷۸ + ۷۹ - ۸۰ + ۸۱ - ۸۲ + ۸۳ - ۸۴ + ۸۵ - ۸۶ + ۸۷ - ۸۸ + ۸۹ - ۹۰ + ۹۱ - ۹۲ + ۹۳ - ۹۴ + ۹۵ - ۹۶ + ۹۷ - ۹۸ + ۹۹ - ۱۰۰$$

(۱۷۴) ان مساواتوں کو حل کرو

$$\frac{۴ + ۱۱}{۵} = \frac{۱ + ۱۲}{۳} - ۱۱ \quad (۱)$$

$$\frac{۲ - ۱۱۵}{۹} = \frac{۲ + ۱۱۳}{۱۴ - ۱۱۳} - \frac{۱۴ + ۱۱۰}{۱۸} \quad (۲)$$

$$۲۲ = \frac{۱۱۳}{۳} - ۵۶۶۰ = \frac{۱۸}{۵} + ۱۱۹ \quad (۳)$$

$$\frac{۱۹ + ۱۱۲}{۴ + ۱۱} = \frac{۴ + ۱۱۹}{۱ + ۱۱۳} \quad (۴)$$



(۱۷۵) حل کرو ان مساواتوں کو (۱)  $۳ = \frac{۸-۷}{۷} - ۴ + ۷$

(۲)  $۲۰ = ۷ - ۳ = ۲$  اور  $۲ = ۷ - ۳ = ۲$

(۳)  $۷ = ۲ - ۳ = ۷$  اور  $۳ = ۷ - ۲ = ۷$

(۴)  $۱۲۴ = ۷ + ۷ = ۷$  اور  $۷ = ۷ + ۷ = ۷$

(۱۷۶) بارہ بجے کے بعد کب گھنٹے کی سوئیاں ایک دوسرے پر اول عمود ہوں گیں

(۱۷۷) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اس کو اس کے ہندسوں کے حاصل ضرب پر تقسیم کریں تو خارج

قسمت ۲ ہو اور اگر ۲۷ زیادہ کریں تو ہندسے معکوس ہوں جائیں

(۱۷۸) ایک ہل ۲۴ پونڈ ۱۵ شلنگ کا تھا اس کے بیڑ میں ہاف گنی اور کروں آئی اور تعداد

ہاف گنی کی تعداد کروں سے بھر ۱۷ کے زیادہ ہے تو بتاؤ ہر ایک قسم کے سکے کتنے تھے

(۱۷۹) چھ زمینیں اور لانا تھا زمینیں اس سلسلہ کی جمع کرو  $۱۲ + ۸ + ۵ + \frac{۱}{۲} + ۰۰۰$

(۱۸۰) جذر ۵۵ -  $\sqrt{۲۴۸}$  کا دریافت کرو

(۱۸۱) اگر  $\frac{۱+\sqrt{۳۸}}{۱-\sqrt{۳۸}} = ۷$  اور  $\frac{۱-\sqrt{۳۸}}{۱+\sqrt{۳۸}} =$  دریافت کرو قیمت  $۷ + ۷ + ۷$

(۱۸۲) مختصار کرو  $\frac{۱۲ - ۷۱۶ - ۷۳}{۱۳۴ + ۷۱۲ - ۷۸ - ۷}$

(۱۸۳) اگر دو مرتبہ کے عدد کے ہندسے معکوس کر کے ایک دوسرا عدد پیدا کریں تو

کہ ان دونوں عددوں کا حاصل تفریق ۹ پر تقسیم ہوگا

(۱۸۴) ان مساواتوں کو حل کرو (۱)  $\frac{۳-۷۳}{۳} = \frac{۳-۷۳}{۳} - \frac{۳-۷۳}{۳} = \frac{۳-۷۳}{۳}$

(۲)  $۱۱ = ۷ - \frac{۷۳-۷}{۲}$  اور  $۸ = \frac{۷}{۳} + \frac{۷۳+۷}{۴}$

(۳)  $۱۳ = \frac{۷}{۱+۷} - ۷۳$

(۱۸۵) ان مساواتوں کو حل کرو (۱)  $۲۴ = \sqrt{۳-۷۳} \times \sqrt{۳+۷}$

(۲)  $۸ = \sqrt{۴+۷۳} + \sqrt{۲+۷}$

(۳)  $۸ + ۷۲ = (۳-۷۲)$

(۱۸۶) دو عدد ۱۹ اور ۱ کی نسبت رکھتے ہوئے ایسے دریافت کرو کہ مربع اور گنج ہجے کا برابر ہو



(۱۹۶) دہلی سے جو جب تک ایک ٹرین ۳۲ میل فی گھنٹہ چلتی ہے اور ۲۱ گھنٹہ پہلے اس ٹرین

پہنچتی ہے جو ۴۴ میل فی گھنٹہ چلتی ہے تو تباؤ فاصلہ دونوں میں کیا ہے

(۱۹۷) ایک عدد دو ہندسوں کا ایسا دریافت کرو کہ برابر حصہ حاصل ضرب اپنے ہندسوں کے ہو

اور اگر اس کو ہندسوں کے مجموعہ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ۴ ہو

(۱۹۸) ایک کالج میں دو طرح کے طالب علم پڑھتے تھے ایک تو مسافر دوں کے رہنے کے سہولت

جو وہیں کے رہنے والے تھے انکی تعداد سلسلہ میں بہ نسبت سلسلہ کے بقدر ۹ کے زیادہ تھے

اگر سلسلہ میں ۱۳ مسافر طالب علم وہیں رہنے والوں میں شامل ہو جاتے تو وہاں کے رہنے والوں

کی تعداد مسافر طالب علموں سے اٹھارہ گنی ہو جاتی اور مسافر طالب علموں کی تعداد نہروا

طالب علموں کی تعداد سے جو سلسلہ میں پڑھتے تھے بقدر ۲ کے کم ہوتی تو تعداد وہاں کے

رہنے والے طالب علموں کی بتلاؤ

(۱۹۹) جذر  $\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}$  کا خالو

اور  $(1+\sqrt{2}) - (2+\sqrt{3}) + (3+\sqrt{4}) - (4+\sqrt{5})$  کا

(۲۰۰) ایک سلسلہ ہندسہ چار رقموں کا ایسا دریافت کرو کہ تیسرے رقم بہ نسبت مجموعہ اول و دوم

رقم کے بقدر ۲ کے زیادہ ہو اور چوتھی رقم بہ نسبت مجموعہ دوسری اور تیسری رقم کے بقدر ۳

کے زیادہ ہو

$$(۲۰۱) \text{ ضرب دو } ۸-۱۱۳+۱۱۲-۱۱۶-۱۱۸+۱۱۹-۱۲۰ \text{ کو } ۹-۱۱۲+۱۱۳-۱۱۴+۱۱۵-۱۱۶+۱۱۷-۱۱۸+۱۱۹-۱۲۰$$

(۲۰۲) مقسوم علیہ عظم  $۱۱+۱۲+۱۳+۱۴$  اور  $۱۱-۱۲+۱۳-۱۴$  کا دریافت کرو

(۲۰۳) جمع کرو  $\frac{۱}{۱۱+۱۲} + \frac{۱}{۱۲+۱۳} + \frac{۱}{۱۳+۱۴} + \frac{۱}{۱۴+۱۵}$  اور  $\frac{۱}{۱۱-۱۲} + \frac{۱}{۱۲-۱۳} + \frac{۱}{۱۳-۱۴} + \frac{۱}{۱۴-۱۵}$  کو

$$(۲۰۴) \text{ حل کرو ان مساواتوں کو } (۱) \frac{۱}{۱۱+۱۲} - \frac{۱}{۱۲+۱۳} = \frac{۱}{۱۳+۱۴} - \frac{۱}{۱۴+۱۵} \text{ (۲) } (۱-۱)(۱-۱) = (۱-۱)(۱-۱)$$

$$(۳) \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۳} + \frac{۱}{۱۴} = \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۳} + \frac{۱}{۱۴}$$





(۲۲۳) حل کرو ان مساواتوں کو  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  (۱)

(۲)  $114 - 13 = 101$  اور  $123 + 19 = 142$

(۳)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  اور  $\frac{1}{y} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$  اور  $\frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

(۲۲۵) حل کرو ان مساواتوں کو  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  (۱)

(۲)  $150 = 125 + 25$

(۳)  $\sqrt{x} = \sqrt{(x-1)} + \sqrt{(x+1)}$

ب  $(1-x) + (1-x) = 0$

(۲۲۶) ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے ایک شخص نے کچھ فاصلہ طے کیا اور وہاں سے ۳ میل فی گھنٹہ چال سے اڑتا بہاگا اور باقی فاصلہ کو ۵ منٹ میں اپنی پہلی چال سے طے کر لیا اور اس بہاگنے اور چلنے میں ۲۵ منٹ لگے تو بتاؤ کتنی دور وہ بہاگا تھا

(۲۲۷) ایک شخص ۵۰۰ روپیہ چھوڑا اور یہ روپیہ اسکے دو بیٹوں اور تین بیٹیوں اور بیوی میں تقسیم ہوا کہ بیٹے کو دختر سے دو چاند ملا اور جو کچھ پانچوں بچوں کو ملا تھا اسے بیوی کو ۵۰۰ روپیہ زیادہ ملے تو بتاؤ ہر ایک کیا ملا

(۲۲۸) ایک حوض کے دو دہانے میں ان دونوں کے ایک گھنٹہ میں بہتا ہے اور بڑے دہانے سے ۲ گھنٹہ جلدی نسبت چھوٹے دہانے کی بہتا ہے تو بتاؤ ہر ایک دہانے سے کتنی دیر میں بہے گا

(۲۲۹) ایک سلسلہ حساب میں تیس رقم جو چند پہلی رقم سے ہے اور چھٹی رقم ۱۷۷ اس سلسلہ کو دریافت کرو

(۲۳۰) اس سلسلہ  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$  کون رقموں تک جمع کرو

(۲۳۱) ان جملوں کو مفرد بناؤ  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{w} + \frac{1}{v} + \frac{1}{u} + \frac{1}{t} + \frac{1}{s} + \frac{1}{r} + \frac{1}{q} + \frac{1}{p} + \frac{1}{o} + \frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{1}{l} + \frac{1}{k} + \frac{1}{j} + \frac{1}{i} + \frac{1}{h} + \frac{1}{g} + \frac{1}{f} + \frac{1}{e} + \frac{1}{d} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$

و  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{w} + \frac{1}{v} + \frac{1}{u} + \frac{1}{t} + \frac{1}{s} + \frac{1}{r} + \frac{1}{q} + \frac{1}{p} + \frac{1}{o} + \frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{1}{l} + \frac{1}{k} + \frac{1}{j} + \frac{1}{i} + \frac{1}{h} + \frac{1}{g} + \frac{1}{f} + \frac{1}{e} + \frac{1}{d} + \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$

(۲۳۲) اختصار کرو  $\frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \frac{1}{24} + \frac{1}{25} + \frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \frac{1}{28} + \frac{1}{29} + \frac{1}{30}$

(۲۳۳) ان مساواتوں کو حل کرو  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{6}$

(۲)  $8 = \frac{3}{u-1} + \frac{4}{u+1}$

(۳)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$  اور  $\frac{1}{y} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

(۲۳۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱)  $5 - \frac{14.5}{10+u} = \frac{28}{3+u}$

(۲)  $3a + 2b + c = 12$  اور  $2a + 3b + c = 10$

(۳)  $m = \sqrt{1-u} + \sqrt{1+u}$  اور  $n = \sqrt{1-u} - \sqrt{1+u}$

(۲۳۵) دشمن سے لشکر بھاگا اور دشمن اس لشکر سے ۴ میل پیچھے تھا یہ لشکر ۴ میل پہنچا  
دشمن بھی اس لشکر سے پیچھے ایک دن بعد ۳ میل روزانہ کوچ کرتا ہے مگر دو روز سفر کر کے  
بعد ایک پل کے بنانیکے لئے ایک روز ٹھہرنا پڑا اور پھر دو روز بعد ایک پل کے بنانیکے لئے  
ایک روز ٹھہرنا پڑا تو بتاؤ کتنے دنوں بعد اس دن سے کہ لشکر بھاگا ہے دشمنوں کے ہاتھ  
یہ لشکر پڑے گا

(۲۳۶) ایک شخص پانچ سو سیکے میں جنہیں پانچ کروڑ اور غلوں میں اور انکی قیمت ۳۰ روپے آٹھ آنکے

(۲۳۷) دو عددوں میں ایسی نسبت جیسے کہ ۵ کو ۵ سے اگر ایک پر دس زیادہ کریں اور دوسرے

سے ۱۰ کم کریں تو جو اعداد حاصل ہوں گے ان میں نسبت معکوس پہلی سی ہو جائے گی

اون اعداد کو دریافت کرو

(۲۳۸) ایک مربع صاف بھٹن کا بالکل برابر ہوا ایک کرنیل بنایا چاہتا ہوں فوجی اسے

ایسا مربع بنایا تو ۳۹ آدمی بچ رہے اور جب مربع کے ضلع میں ایک آدمی زیادہ کرو یا تو وہ

آدمیوں کی اور ضرورت پڑی تو بتاؤ اس بھٹن میں کتنے آدمی تھے

(۲۳۹) جذر  $1 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{4} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{6} + 7\sqrt{7} + 8\sqrt{8} + 9\sqrt{9}$  کا

اور  $1 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{4} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{6} + 7\sqrt{7} + 8\sqrt{8} + 9\sqrt{9}$  کا مخالف

(۲۴۰) ضرب دو  $1 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{4} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{6} + 7\sqrt{7} + 8\sqrt{8} + 9\sqrt{9}$  کو  $1 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{4} + 5\sqrt{5} + 6\sqrt{6} + 7\sqrt{7} + 8\sqrt{8} + 9\sqrt{9}$  میں

دو آدمیوں کی قیمت









چھوٹا عدد زیادہ کیا جاوے تو جو اعداد حاصل ہونگے اوہین وہ نسبت ہوگی جو ۴ کو ہے ۳ سے  
(۲۶۸) جوار کی قیمت بہ نسبت گہوڑ کی ۱۵ ار من کم ہے اور ۵ من اجوار کی قیمت ۳۰ من گہوڑ کی  
قیمت سی ۹ روپیہ ۶ زیاہ ہے تو بتاؤ گہوڑ اور جوار کی قیمت فی من کیا ہے  
(۲۶۹) ثابت کرو کہ (ب ح د + ح د ا + د ا ب + ا ب ح) - (ا + ب + ح + د) ا ب ح د

$$= (ب ح - ح د) (د ا - ا ب) (ا ب - ب ح)$$

$$(۲۷۰) جذر لا + لا - لا - لا - لا + لا + لا + لا اور ۳۳ - ۲۰ - ۲ کا نکالو$$

$$(۲۷۱) اگر ۱ = ی + ی - لا ۲ اور ب = ی + لا - ی ۲ اور ح = لا + ی - ی ۲ تو$$

دریافت کرو ب + ح + ا کی قیمت کیا ہے

$$(۲۷۲) تقسیم کرو لا - لا ۲۱ + لا ۸ کو لا ۳ + لا ۲ پر$$

$$(۲۷۳) جمع کرو لا + لا - لا اور لا + لا - لا اور تفریق کرو لا + لا - لا کو$$

$$\frac{۲۷۴ + لا ۱۳ + لا ۱۵}{لا ۲ - لا ۱۵} \text{ میں سے}$$

$$(۲۷۴) ضرب ۳ لا - لا ۱۲ - لا ۱۵ کو لا ۲۰ - لا ۱۵ - لا ۱۲ میں دو$$

$$\text{تقسیم کرو } ۱ - لا + لا کو لا + لا - لا پر$$

$$(۲۷۵) منفرد کرو لا + لا اور لا + لا - لا اور لا + لا - لا$$

$$(۲۷۶) ان مساواتوں کو حل کرو (۱) لا - لا + لا = ۷$$

$$(۲) لا ۲ - لا ۵ - لا ۸ = ۱$$

$$(۳) لا = لا + لا اور لا = لا - لا - لا ۲$$

$$(۲۷۷) حل کرو ان مساواتوں کو (۱) لا (لا - لا) = لا + لا$$

$$(۲) لا = لا + لا + لا$$

$$(۳) لا = (۱ - لا ۲) - (۱ - لا ۱۳)$$

(۲۷۸) ایک شخص بیار کی چوٹی پر ۲ میل فی گھنٹہ کی چال سے چڑھا اور جس رستہ سے

گیا تھا اسی رستہ پر  $\frac{1}{2}$  میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوترا اور اس کی جائیداد گھنٹہ  
صرف ہونے تو بتاؤ بلندی پہاڑ کی

(۲۴۹) اگر ایک عدد کے مربع میں سے اوس عدد کا مربع کہ عدد مذکور کے ہندسہ معکوس  
کرنے سے بنا ہے تفریق کریں تو ثابت کرو کہ حاصل تفریق ۹۹ پر تقسیم ہو جائیگا

(۲۸۰) اگر  $a:b::c::d$  : دو ثابت کرو کہ  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$  :  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۲۸۱) درجہ کر و نمین  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$  : جب  $a=1, b=3, c=2, d=4$

(۲۸۲) تفریق کرو  $(a-b)(c-d)$  کو  $(a-b)(c-d)$  میں سے اور بتاؤ کیا قیمت حاصل کی ہوگی

اگر  $a=2, b=1, c=2, d=1$

(۲۸۳) مختصراً کرو  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$  اور  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۲۸۴) حل کرو ان مساواتوں کو (۱)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۲)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۳)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۲۸۵) حل کرو ان مساواتوں کو (۱)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۲)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۳)  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

(۲۸۶) ایک دفعہ ایک نہر پر کشتیوں کی دوڑ ہوئی ایک کشتی بحباب اوسط ۴ گز فی سکند

کی رفتار سے چلی اور دوسری کشتی اول آدھی دور  $\frac{1}{2}$  گز فی سکند کی چلی اور آخر آدھی

دور  $\frac{1}{2}$  گز فی سکند کی رفتار سے چلی اور یہ کشتی ۵ اسکند کے بعد پہلی کشتی سے جدا

شرط تک پہنچی تو بتاؤ کتنی دیر تک ہر ایک کشتی چلتی رہی

(۲۸۷) ایک چوکور تصویر پر اور اس کو گرد بنایا جو کھٹا لگا ہوا اور وہ سارا طول میں فیٹ ۵

اور اوپر میں ۳ رنی فیٹ بنوائی کے حساب سے پچھلے آنے سے تصویر کے فریموں کے گہرائی تو بتاؤ

طول اور عرض تصویر کیا ہے

(۲۸۸) اگر ا: ب :: ح: د تو ثابت کرو کہ

$$ا + ب + ح + د : ا + ب + ح - د :: ا - ب + ح - د : ا - ب - ح + د$$

(۲۸۹) جسامت مخروط کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ قاعدہ کا رقبہ اور ارتفاع بالاشتراك بدلتا ہے

ایک مخروط کا قاعدہ ۹ فیٹ مربع ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اور جسامت اس کی ۱۰ مکعب گز ہے تو اس مخروط کا ارتفاع تباؤ جس کا قاعدہ ۳۶ فیٹ مربع ہے اور جسامت ۲ مکعب گز ہے

(۲۹۰) اس سلسلہ حسابیہ  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$  کی ان نمون کا حاصل جمع درج کرو

(۲۹۱) دریافت کرو قیمت آ - ب + ح + ۳ ا ب ح جب کہ  $ا = ۳, ب = ۲, ح = ۱$  اور  $۳ = ۱$

(۲۹۲) مفرد اور مختصر بناؤ  $(ا - ح - ب ا د) + (ا د + ب ح) - ا$

اور ثابت کرو کہ  $ب ح (ب - ح) + ح (ا - ح) + ا ب (ا - ب)$

$$- (ا + ب + ح) \{ ا (ب - ح) + ب (ا - ح) + ح (ا - ب) \} = ۰$$

(۲۹۳) اگر  $ا + ب + ح = ۰$  ثابت کرو کہ  $۳ ا ب ح = ۳$

(۲۹۴) مختصار کرو  $\frac{4 - 114 + 112 + 11}{4 - 112 + 112 + 11}$

$$(۲۹۵) حل کرو ان مساواتوں کو (۱)  $\frac{11 - 115}{4} = \frac{2 + 1112}{14 - 1113} - \frac{14 + 1110}{18}$$$

$$(۲) 12 = 11 - 115 = 115 - 114$$

$$(۳) 124 = 118 + \frac{1}{2} \text{ د } 44 = 118 + \frac{11}{2}$$

(۲۹۶) حل کرو ان مساواتوں کو (۱)  $11 = \frac{1 + 113}{11 + 11} + \frac{1 + 11}{11}$

$$(۲) 20 = (3 - 113) \sqrt{112 + 112} \sqrt{11}$$

$$(۳) 1 = (1 - 113) \sqrt{112 + 112} \sqrt{11}$$

(۲۹۷) ایک طرف کو ایک سائے فٹ جس کو آکبش کہتے ہیں ۸ منٹ میں خالی کرتا ہے اور دوسری طرف سے ۳۴ منٹ میں ایک دہانہ پر کرتا ہے جب وہ خالی ہو گیا تو دوسرا دہانہ اور سائے فٹ چلتے گئے

تو تبا و کشتی دیر مین ظرف پر ہوگا

(۲۹۸) ایک طرح بارہ گنہ میں کشتی کو تین میل لگیا اور لٹا لٹا یا اسوی پانچ میل فہ گنہ تو دہا پر کشتی کو چلایا اور ۳ میل فی گنہ دہا کی سمت مخالف مین تو تبا و کشتی دیرا دسے کشتی کو دہا پر اور کشتی دیر دہا رکے برخلاف کشتی چلائی

(۲۹۹) تین عدد سلسلہ حساب مین ۱-ب اور ۱+ب کی دیا دریافت کرو

(۳۰۰) دریافت کرو قیمت لاکھی اگر ۲ : ۳ :: ۸ : ۱ فقط

## جواب نمبری ۱

۲۲(۱) ۲۶(۲) ۱۹(۳) ۵۶۴(۴) ۲۷۴(۵) ۱۰(۶) ۶(۷)

۶(۸) ۳۴(۹) ۳۹(۱۰) ۶(۱۱) ۵(۱۲) ۹(۱۳) ۵(۱۴)

## اجوبہ نمبری ۲

۵۵(۱) ۸۱(۲) ۹۴(۳) ۸(۴) ۲۷(۵) ۸۱(۶) ۱۲(۷) ۱۱(۸)

۲۱(۹) ۱۵(۱۰) ۱۰(۱۱) ۳(۱۲) ۲(۱۳) ۱۲(۱۴) ۶(۱۵) ۱(۱۶)

## اجوبہ نمبری ۳

۵(۱) ۱۶(۲) ۹(۳) ۲۲۴(۴) ۲۵۹(۵) ۷(۶) ۷۴(۷) ۱۲(۸)

۸(۹) ۲۸(۱۰) ۲۰(۱۱) ۲۲(۱۲) ۲۲(۱۳) ۱۵(۱۴) ۹(۱۵) ۲(۱۶)

## اجوبہ نمبری ۴

۷(۱) ۸۸(۲) ۴۴(۳) ۲(۴) ۷۲(۵) ۱(۶) ۱(۷) ۱۶(۸)

۱۴(۹) ۵(۱۰) ۷(۱۱) ۵(۱۲) ۱۱(۱۳) ۷(۱۴) ۴(۱۵) ۲(۱۶)

## اجوبہ نمبری ۵

(۱) ۱۵-۱-۹-ب (۲) ۳-۲-۳-۳ (۳) ۹+۱+۹-ب+۹-ج (۴) ۴+۷+۲+۳-ج

(۵) ۱-ب (۶) ۳-۳-۱-۲-ب (۷) ۲+۱-ب (۸) ۱+ب+ج



- (۱۹)  $1 + u + u^2 - 3u^3 + 18u^4 - 12u^5 + 4u^6 - 15u^7 + 10u^8 - 4u^9 + u^{10}$
- (۲۰)  $u - 10u^2 + 35u^3 - 50u^4 + 35u^5 - 10u^6 + u^7$
- (۲۱)  $u^2 - 10u^3 + 35u^4 - 50u^5 + 35u^6 - 10u^7 + u^8$
- (۲۲)  $u^3 - 10u^4 + 35u^5 - 50u^6 + 35u^7 - 10u^8 + u^9$
- (۲۳)  $u^4 - 10u^5 + 35u^6 - 50u^7 + 35u^8 - 10u^9 + u^{10}$
- (۲۴)  $u^5 - 10u^6 + 35u^7 - 50u^8 + 35u^9 - 10u^{10} + u^{11}$
- (۲۵)  $u^6 - 10u^7 + 35u^8 - 50u^9 + 35u^{10} - 10u^{11} + u^{12}$
- (۲۶)  $u^7 - 10u^8 + 35u^9 - 50u^{10} + 35u^{11} - 10u^{12} + u^{13}$
- (۲۷)  $u^8 - 10u^9 + 35u^{10} - 50u^{11} + 35u^{12} - 10u^{13} + u^{14}$
- (۲۸)  $u^9 - 10u^{10} + 35u^{11} - 50u^{12} + 35u^{13} - 10u^{14} + u^{15}$
- (۲۹)  $u^{10} - 10u^{11} + 35u^{12} - 50u^{13} + 35u^{14} - 10u^{15} + u^{16}$
- (۳۰)  $u^{11} - 10u^{12} + 35u^{13} - 50u^{14} + 35u^{15} - 10u^{16} + u^{17}$
- (۳۱)  $u^{12} - 10u^{13} + 35u^{14} - 50u^{15} + 35u^{16} - 10u^{17} + u^{18}$
- (۳۲)  $u^{13} - 10u^{14} + 35u^{15} - 50u^{16} + 35u^{17} - 10u^{18} + u^{19}$
- (۳۳)  $u^{14} - 10u^{15} + 35u^{16} - 50u^{17} + 35u^{18} - 10u^{19} + u^{20}$
- (۳۴)  $u^{15} - 10u^{16} + 35u^{17} - 50u^{18} + 35u^{19} - 10u^{20} + u^{21}$
- (۳۵)  $u^{16} - 10u^{17} + 35u^{18} - 50u^{19} + 35u^{20} - 10u^{21} + u^{22}$
- (۳۶)  $u^{17} - 10u^{18} + 35u^{19} - 50u^{20} + 35u^{21} - 10u^{22} + u^{23}$
- (۳۷)  $u^{18} - 10u^{19} + 35u^{20} - 50u^{21} + 35u^{22} - 10u^{23} + u^{24}$
- (۳۸)  $u^{19} - 10u^{20} + 35u^{21} - 50u^{22} + 35u^{23} - 10u^{24} + u^{25}$
- (۳۹)  $u^{20} - 10u^{21} + 35u^{22} - 50u^{23} + 35u^{24} - 10u^{25} + u^{26}$
- (۴۰)  $u^{21} - 10u^{22} + 35u^{23} - 50u^{24} + 35u^{25} - 10u^{26} + u^{27}$
- (۴۱)  $u^{22} - 10u^{23} + 35u^{24} - 50u^{25} + 35u^{26} - 10u^{27} + u^{28}$
- (۴۲)  $u^{23} - 10u^{24} + 35u^{25} - 50u^{26} + 35u^{27} - 10u^{28} + u^{29}$
- (۴۳)  $u^{24} - 10u^{25} + 35u^{26} - 50u^{27} + 35u^{28} - 10u^{29} + u^{30}$
- (۴۴)  $u^{25} - 10u^{26} + 35u^{27} - 50u^{28} + 35u^{29} - 10u^{30} + u^{31}$
- (۴۵)  $u^{26} - 10u^{27} + 35u^{28} - 50u^{29} + 35u^{30} - 10u^{31} + u^{32}$
- (۴۶)  $u^{27} - 10u^{28} + 35u^{29} - 50u^{30} + 35u^{31} - 10u^{32} + u^{33}$
- (۴۷)  $u^{28} - 10u^{29} + 35u^{30} - 50u^{31} + 35u^{32} - 10u^{33} + u^{34}$
- (۴۸)  $u^{29} - 10u^{30} + 35u^{31} - 50u^{32} + 35u^{33} - 10u^{34} + u^{35}$
- (۴۹)  $u^{30} - 10u^{31} + 35u^{32} - 50u^{33} + 35u^{34} - 10u^{35} + u^{36}$
- (۵۰)  $u^{31} - 10u^{32} + 35u^{33} - 50u^{34} + 35u^{35} - 10u^{36} + u^{37}$
- (۵۱)  $u^{32} - 10u^{33} + 35u^{34} - 50u^{35} + 35u^{36} - 10u^{37} + u^{38}$
- (۵۲)  $u^{33} - 10u^{34} + 35u^{35} - 50u^{36} + 35u^{37} - 10u^{38} + u^{39}$
- (۵۳)  $u^{34} - 10u^{35} + 35u^{36} - 50u^{37} + 35u^{38} - 10u^{39} + u^{40}$
- (۵۴)  $u^{35} - 10u^{36} + 35u^{37} - 50u^{38} + 35u^{39} - 10u^{40} + u^{41}$
- (۵۵)  $u^{36} - 10u^{37} + 35u^{38} - 50u^{39} + 35u^{40} - 10u^{41} + u^{42}$
- (۵۶)  $u^{37} - 10u^{38} + 35u^{39} - 50u^{40} + 35u^{41} - 10u^{42} + u^{43}$
- (۵۷)  $u^{38} - 10u^{39} + 35u^{40} - 50u^{41} + 35u^{42} - 10u^{43} + u^{44}$
- (۵۸)  $u^{39} - 10u^{40} + 35u^{41} - 50u^{42} + 35u^{43} - 10u^{44} + u^{45}$
- (۵۹)  $u^{40} - 10u^{41} + 35u^{42} - 50u^{43} + 35u^{44} - 10u^{45} + u^{46}$
- (۶۰)  $u^{41} - 10u^{42} + 35u^{43} - 50u^{44} + 35u^{45} - 10u^{46} + u^{47}$
- (۶۱)  $u^{42} - 10u^{43} + 35u^{44} - 50u^{45} + 35u^{46} - 10u^{47} + u^{48}$
- (۶۲)  $u^{43} - 10u^{44} + 35u^{45} - 50u^{46} + 35u^{47} - 10u^{48} + u^{49}$
- (۶۳)  $u^{44} - 10u^{45} + 35u^{46} - 50u^{47} + 35u^{48} - 10u^{49} + u^{50}$
- (۶۴)  $u^{45} - 10u^{46} + 35u^{47} - 50u^{48} + 35u^{49} - 10u^{50} + u^{51}$
- (۶۵)  $u^{46} - 10u^{47} + 35u^{48} - 50u^{49} + 35u^{50} - 10u^{51} + u^{52}$
- (۶۶)  $u^{47} - 10u^{48} + 35u^{49} - 50u^{50} + 35u^{51} - 10u^{52} + u^{53}$
- (۶۷)  $u^{48} - 10u^{49} + 35u^{50} - 50u^{51} + 35u^{52} - 10u^{53} + u^{54}$
- (۶۸)  $u^{49} - 10u^{50} + 35u^{51} - 50u^{52} + 35u^{53} - 10u^{54} + u^{55}$
- (۶۹)  $u^{50} - 10u^{51} + 35u^{52} - 50u^{53} + 35u^{54} - 10u^{55} + u^{56}$
- (۷۰)  $u^{51} - 10u^{52} + 35u^{53} - 50u^{54} + 35u^{55} - 10u^{56} + u^{57}$
- (۷۱)  $u^{52} - 10u^{53} + 35u^{54} - 50u^{55} + 35u^{56} - 10u^{57} + u^{58}$
- (۷۲)  $u^{53} - 10u^{54} + 35u^{55} - 50u^{56} + 35u^{57} - 10u^{58} + u^{59}$
- (۷۳)  $u^{54} - 10u^{55} + 35u^{56} - 50u^{57} + 35u^{58} - 10u^{59} + u^{60}$
- (۷۴)  $u^{55} - 10u^{56} + 35u^{57} - 50u^{58} + 35u^{59} - 10u^{60} + u^{61}$
- (۷۵)  $u^{56} - 10u^{57} + 35u^{58} - 50u^{59} + 35u^{60} - 10u^{61} + u^{62}$
- (۷۶)  $u^{57} - 10u^{58} + 35u^{59} - 50u^{60} + 35u^{61} - 10u^{62} + u^{63}$
- (۷۷)  $u^{58} - 10u^{59} + 35u^{60} - 50u^{61} + 35u^{62} - 10u^{63} + u^{64}$
- (۷۸)  $u^{59} - 10u^{60} + 35u^{61} - 50u^{62} + 35u^{63} - 10u^{64} + u^{65}$
- (۷۹)  $u^{60} - 10u^{61} + 35u^{62} - 50u^{63} + 35u^{64} - 10u^{65} + u^{66}$
- (۸۰)  $u^{61} - 10u^{62} + 35u^{63} - 50u^{64} + 35u^{65} - 10u^{66} + u^{67}$
- (۸۱)  $u^{62} - 10u^{63} + 35u^{64} - 50u^{65} + 35u^{66} - 10u^{67} + u^{68}$
- (۸۲)  $u^{63} - 10u^{64} + 35u^{65} - 50u^{66} + 35u^{67} - 10u^{68} + u^{69}$
- (۸۳)  $u^{64} - 10u^{65} + 35u^{66} - 50u^{67} + 35u^{68} - 10u^{69} + u^{70}$
- (۸۴)  $u^{65} - 10u^{66} + 35u^{67} - 50u^{68} + 35u^{69} - 10u^{70} + u^{71}$
- (۸۵)  $u^{66} - 10u^{67} + 35u^{68} - 50u^{69} + 35u^{70} - 10u^{71} + u^{72}$
- (۸۶)  $u^{67} - 10u^{68} + 35u^{69} - 50u^{70} + 35u^{71} - 10u^{72} + u^{73}$
- (۸۷)  $u^{68} - 10u^{69} + 35u^{70} - 50u^{71} + 35u^{72} - 10u^{73} + u^{74}$
- (۸۸)  $u^{69} - 10u^{70} + 35u^{71} - 50u^{72} + 35u^{73} - 10u^{74} + u^{75}$
- (۸۹)  $u^{70} - 10u^{71} + 35u^{72} - 50u^{73} + 35u^{74} - 10u^{75} + u^{76}$
- (۹۰)  $u^{71} - 10u^{72} + 35u^{73} - 50u^{74} + 35u^{75} - 10u^{76} + u^{77}$
- (۹۱)  $u^{72} - 10u^{73} + 35u^{74} - 50u^{75} + 35u^{76} - 10u^{77} + u^{78}$
- (۹۲)  $u^{73} - 10u^{74} + 35u^{75} - 50u^{76} + 35u^{77} - 10u^{78} + u^{79}$
- (۹۳)  $u^{74} - 10u^{75} + 35u^{76} - 50u^{77} + 35u^{78} - 10u^{79} + u^{80}$
- (۹۴)  $u^{75} - 10u^{76} + 35u^{77} - 50u^{78} + 35u^{79} - 10u^{80} + u^{81}$
- (۹۵)  $u^{76} - 10u^{77} + 35u^{78} - 50u^{79} + 35u^{80} - 10u^{81} + u^{82}$
- (۹۶)  $u^{77} - 10u^{78} + 35u^{79} - 50u^{80} + 35u^{81} - 10u^{82} + u^{83}$
- (۹۷)  $u^{78} - 10u^{79} + 35u^{80} - 50u^{81} + 35u^{82} - 10u^{83} + u^{84}$
- (۹۸)  $u^{79} - 10u^{80} + 35u^{81} - 50u^{82} + 35u^{83} - 10u^{84} + u^{85}$
- (۹۹)  $u^{80} - 10u^{81} + 35u^{82} - 50u^{83} + 35u^{84} - 10u^{85} + u^{86}$
- (۱۰۰)  $u^{81} - 10u^{82} + 35u^{83} - 50u^{84} + 35u^{85} - 10u^{86} + u^{87}$



$1 + u \delta + \tilde{u}(30) \wedge + u \nu - \tilde{u}(24) \eta + u \delta - \tilde{u}(28) 1 - u \nu - \tilde{u}(26)$   
 $1 + u \nu + \tilde{u} \nu + \tilde{u} \nu + \tilde{u}(33) \tilde{u} - \tilde{u} \nu + u \nu - 1(32) 1 \delta - u - \tilde{u}(31)$   
 $\tilde{u} + \tilde{u} \nu + \tilde{u} \nu + \tilde{u}(35) \tilde{u} \nu + \tilde{u} \nu + \tilde{u}(34) \tilde{u} \nu + \tilde{u} \nu + \tilde{u}(33)$   
 $\nu - \tilde{u} \nu + \tilde{u} - \tilde{u}(38) 1 + u \nu + \tilde{u} \nu + \tilde{u} \nu + \tilde{u}(36) 1 + u \nu + \tilde{u} \nu - \tilde{u}(34)$   
 $\tilde{u} + \tilde{u} \nu - \tilde{u}(41) \tilde{u} + \tilde{u} \nu + \tilde{u} \nu(40) \tilde{u} - u(39)$   
 $\tilde{u} + \tilde{u} \nu + \tilde{u}(44) \tilde{u} + u \nu(43) \tilde{u} + \tilde{u} + (1 + \tilde{u}) \tilde{u} + \tilde{u}(42)$   
 $\tilde{u} + \tilde{u} \nu - \tilde{u} + (\tilde{u} - \tilde{u} \nu) \tilde{u} + \tilde{u}(44) \tilde{u} + \tilde{u} \nu + \tilde{u}(45)$   
 $\tilde{u} + (\tilde{u} + \tilde{u}) \tilde{u} - \tilde{u}(48) \tilde{u} - (\tilde{u} + \tilde{u}) \tilde{u}(46)$   
 $\tilde{u} + \tilde{u} + \tilde{u}(50) \tilde{u} - \tilde{u} + \tilde{u}(49)$

ابو ہنبلہ بن ابی اسحاق

$\zeta \nu \delta + \zeta \nu \epsilon - \zeta \nu \alpha (2) \zeta 144 + \zeta \nu \nu \nu + \zeta \nu \nu \delta (1)$   
 $\nu \alpha + \nu \epsilon - \zeta \nu \alpha + \zeta \nu 10 - \zeta (\nu) \nu + \nu \alpha - \zeta \nu + \zeta (3)$   
 $\zeta 14 + \zeta \nu \nu + \zeta \nu \nu + \zeta \nu \alpha + \zeta \nu + \zeta (4) 14 + \nu \nu \nu + \zeta \nu \epsilon - \zeta \nu 1 - \zeta \nu (5)$   
 $\zeta - \zeta \nu \nu - \zeta \nu - \zeta (9) \zeta + \zeta \nu + \zeta (1) \zeta - \zeta \nu + \zeta \nu \nu + \zeta (4)$   
 $\alpha 1 + \zeta \nu 18 - \zeta (12) 1 - \zeta \delta + \zeta \nu + \zeta (11) \zeta - \zeta \nu \nu + \zeta \nu - \zeta (1)$   
 $\zeta \alpha 1 - \zeta \nu 1 \nu \nu + \zeta \nu 44 + \zeta \nu 14 (14) \zeta - \zeta \nu \nu - \zeta \nu \nu - \zeta (13)$   
 $\zeta \zeta + \zeta \nu \zeta \zeta \nu - \zeta \zeta (14) \zeta \zeta - \zeta \zeta (15)$

اجوبہ نمبری ۱۱

(۱)  $\bar{A} + \bar{B} + C$  (۲)  $A + B + \bar{C}$  (۳)  $\bar{A} + B + C$  (۴)  $A + \bar{B} + C$   
 (۵)  $A + B + \bar{C}$  (۶)  $\bar{A} + \bar{B} + C$  (۷)  $A + B + C$  (۸)  $\bar{A} + B + \bar{C}$   
 (۹)  $A + \bar{B} + C$  (۱۰)  $\bar{A} + B + C$  (۱۱)  $A + \bar{B} + \bar{C}$  (۱۲)  $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$









$$1(۳۰) \cdot (۳۹) \cdot (۳۸) \frac{۲}{۳} (۳۷) \frac{۲}{۳} (۳۶)$$

## اجوبه نمبری ۱۹

$$5(۱۰) 8(4) 6(۸) ۴(۷) ۲(۶) ۲۱(۵) ۱۱(۳) ۷(۳) 9(۲) 4(۱)$$

$$۳4(۱۸) 4۰(۱۷) 4۳(۱۶) ۱5(۱5) ۲۷(۱۴) ۲(۱۳) 4(۱۲) ۱۸(۱۱)$$

$$۱۲(۲5) ۷۲(۲۴) ۱۲۰(۲۳) ۲۲(۲۲) ۴5(۲۱) 94(۲۰) 4۴(۱۹)$$

$$\frac{1}{۲} 1(۳۳) ۳(۳۲) ۲(۳۱) ۲(۳۰) 4(۲۹) ۱(۲۸) 5(۲۷) 4(۲۶)$$

$$۷(۳۰) ۳(۳۹) \frac{1}{۲} ۲(۳۸) 5(۳۷) ۱۱(۳۶) \frac{1}{3} 1(۳5) ۷(۳۴)$$

$$\frac{1}{۲} 1(۳۸) \frac{1}{۲} 5(۳۷) ۳(۳۶) ۷(۳5) ۳(۳۴) ۴(۳۳) ۱۲(۳۲) ۱۱(۳۱)$$

$$\frac{1}{۲} (54) 5(55) ۱۲(5۴) ۱(5۳) ۷(5۲) ۱۰(5۱) 4(5۰) ۱۰(۴۹)$$

$$۴(۴5) ۲(۴۴) ۳(۴۳) ۲(۴۲) 5(۴۱) ۲۸(۴۰) ۳(۵۹) ۲(۵۸) ۳(۵۷)$$

## اجوبه نمبری ۲۰

۲ (۴۶)

$$4- (۷۹) \frac{1}{2} ۳(۸) 5(۷) ۱4(۶) ۷- (۷5) 4(۴) ۱۲(۳) ۸(۲) ۱۰(۱)$$

$$۱(۱۸) \frac{1}{5} (۱۷) \frac{1}{2} 1(۱۶) ۷(۱5) ۲4(۱۴) ۳(۱۳) \frac{۲}{۳} (۱۲) 8(۱۱) 5(۱۰)$$

$$۲(۲۶) ۲(۲5) ۷(۲۴) 4(۲۳) ۲(۲۲) 5(۲۱) ۲(۲۰) ۱۷(۱۹)$$

$$۲۳- (۳۳) \frac{۲}{۳} (۳۲) ۱- (۳۱) ۴(۳۰) ۷(۲۹) \frac{5}{۴} (۲۸) ۲(۲۷)$$

$$5(۳۰) ۳(۳۹) ۲۰(۳۸) ۰(۳۷) \frac{۲}{۳} (۳۶) \frac{1}{۲} 5(۳5) ۳(۳۴)$$

$$(۴۱) 1- (۴۲) 1+ (۴۳) 1- (۴۴) \frac{1}{1+1} (۴۵) ۲(۴۶) 1+ (۴۷) 1- (۴۸) 1+ (۴۹) 1- (۵۰)$$

$$\frac{1+1+1+1}{1+1} (۴۶) \frac{1+1}{1+1} (۴۷) \frac{1+1}{1+1} (۴۸) \frac{1+1}{1+1} (۴۹) \frac{1+1}{1+1} (۵۰)$$

$$\frac{1+1}{1+1} (۴۶) \frac{1+1}{1+1} (۴۷) \frac{1+1}{1+1} (۴۸) \frac{1+1}{1+1} (۴۹) \frac{1+1}{1+1} (۵۰)$$

$$\frac{1+1}{1+1} (۴۶) \frac{1+1}{1+1} (۴۷) \frac{1+1}{1+1} (۴۸) \frac{1+1}{1+1} (۴۹) \frac{1+1}{1+1} (۵۰)$$

$$\frac{1+1}{1+1} (۴۶) \frac{1+1}{1+1} (۴۷) \frac{1+1}{1+1} (۴۸) \frac{1+1}{1+1} (۴۹) \frac{1+1}{1+1} (۵۰)$$

۵۰ (۶۱) ۲۵ (۶۲)  $\frac{۱۳}{۸۱}$  (۶۳) (۱-ب) (۶۴) ۱

## اجوبہ نمبری ۲۱

(۱) ۳۰ (۲) ۲ (۳) ۱۳ (۴) ۲۰ (۵) ۳۵ (۶) ۵۰ (۷) ۷۵ (۸) ۱۰۰ (۹) ۱۲۵ (۱۰) ۱۵۰ (۱۱) ۱۷۵ (۱۲) ۲۰۰ (۱۳) ۲۲۵ (۱۴) ۲۵۰ (۱۵) ۲۷۵ (۱۶) ۳۰۰ (۱۷) ۳۲۵ (۱۸) ۳۵۰ (۱۹) ۳۷۵ (۲۰) ۴۰۰ (۲۱) ۴۲۵ (۲۲) ۴۵۰ (۲۳) ۴۷۵ (۲۴) ۵۰۰ (۲۵) ۵۲۵ (۲۶) ۵۵۰ (۲۷) ۵۷۵ (۲۸) ۶۰۰ (۲۹) ۶۲۵ (۳۰) ۶۵۰ (۳۱) ۶۷۵ (۳۲) ۷۰۰ (۳۳) ۷۲۵ (۳۴) ۷۵۰ (۳۵) ۷۷۵ (۳۶) ۸۰۰ (۳۷) ۸۲۵ (۳۸) ۸۵۰ (۳۹) ۸۷۵ (۴۰) ۹۰۰ (۴۱) ۹۲۵ (۴۲) ۹۵۰ (۴۳) ۹۷۵ (۴۴) ۱۰۰۰ (۴۵) ۱۰۲۵ (۴۶) ۱۰۵۰ (۴۷) ۱۰۷۵ (۴۸) ۱۱۰۰ (۴۹) ۱۱۲۵ (۵۰) ۱۱۵۰ (۵۱) ۱۱۷۵ (۵۲) ۱۲۰۰ (۵۳) ۱۲۲۵ (۵۴) ۱۲۵۰ (۵۵) ۱۲۷۵ (۵۶) ۱۳۰۰ (۵۷) ۱۳۲۵ (۵۸) ۱۳۵۰ (۵۹) ۱۳۷۵ (۶۰) ۱۴۰۰ (۶۱) ۱۴۲۵ (۶۲) ۱۴۵۰ (۶۳) ۱۴۷۵ (۶۴) ۱۵۰۰ (۶۵) ۱۵۲۵ (۶۶) ۱۵۵۰ (۶۷) ۱۵۷۵ (۶۸) ۱۶۰۰ (۶۹) ۱۶۲۵ (۷۰) ۱۶۵۰ (۷۱) ۱۶۷۵ (۷۲) ۱۷۰۰ (۷۳) ۱۷۲۵ (۷۴) ۱۷۵۰ (۷۵) ۱۷۷۵ (۷۶) ۱۸۰۰ (۷۷) ۱۸۲۵ (۷۸) ۱۸۵۰ (۷۹) ۱۸۷۵ (۸۰) ۱۹۰۰ (۸۱) ۱۹۲۵ (۸۲) ۱۹۵۰ (۸۳) ۱۹۷۵ (۸۴) ۲۰۰۰ (۸۵) ۲۰۲۵ (۸۶) ۲۰۵۰ (۸۷) ۲۰۷۵ (۸۸) ۲۱۰۰ (۸۹) ۲۱۲۵ (۹۰) ۲۱۵۰ (۹۱) ۲۱۷۵ (۹۲) ۲۲۰۰ (۹۳) ۲۲۲۵ (۹۴) ۲۲۵۰ (۹۵) ۲۲۷۵ (۹۶) ۲۳۰۰ (۹۷) ۲۳۲۵ (۹۸) ۲۳۵۰ (۹۹) ۲۳۷۵ (۱۰۰) ۲۴۰۰ (۱۰۱) ۲۴۲۵ (۱۰۲) ۲۴۵۰ (۱۰۳) ۲۴۷۵ (۱۰۴) ۲۵۰۰ (۱۰۵) ۲۵۲۵ (۱۰۶) ۲۵۵۰ (۱۰۷) ۲۵۷۵ (۱۰۸) ۲۶۰۰ (۱۰۹) ۲۶۲۵ (۱۱۰) ۲۶۵۰ (۱۱۱) ۲۶۷۵ (۱۱۲) ۲۷۰۰ (۱۱۳) ۲۷۲۵ (۱۱۴) ۲۷۵۰ (۱۱۵) ۲۷۷۵ (۱۱۶) ۲۸۰۰ (۱۱۷) ۲۸۲۵ (۱۱۸) ۲۸۵۰ (۱۱۹) ۲۸۷۵ (۱۲۰) ۲۹۰۰ (۱۲۱) ۲۹۲۵ (۱۲۲) ۲۹۵۰ (۱۲۳) ۲۹۷۵ (۱۲۴) ۳۰۰۰ (۱۲۵) ۳۰۲۵ (۱۲۶) ۳۰۵۰ (۱۲۷) ۳۰۷۵ (۱۲۸) ۳۱۰۰ (۱۲۹) ۳۱۲۵ (۱۳۰) ۳۱۵۰ (۱۳۱) ۳۱۷۵ (۱۳۲) ۳۲۰۰ (۱۳۳) ۳۲۲۵ (۱۳۴) ۳۲۵۰ (۱۳۵) ۳۲۷۵ (۱۳۶) ۳۳۰۰ (۱۳۷) ۳۳۲۵ (۱۳۸) ۳۳۵۰ (۱۳۹) ۳۳۷۵ (۱۴۰) ۳۴۰۰ (۱۴۱) ۳۴۲۵ (۱۴۲) ۳۴۵۰ (۱۴۳) ۳۴۷۵ (۱۴۴) ۳۵۰۰ (۱۴۵) ۳۵۲۵ (۱۴۶) ۳۵۵۰ (۱۴۷) ۳۵۷۵ (۱۴۸) ۳۶۰۰ (۱۴۹) ۳۶۲۵ (۱۵۰) ۳۶۵۰ (۱۵۱) ۳۶۷۵ (۱۵۲) ۳۷۰۰ (۱۵۳) ۳۷۲۵ (۱۵۴) ۳۷۵۰ (۱۵۵) ۳۷۷۵ (۱۵۶) ۳۸۰۰ (۱۵۷) ۳۸۲۵ (۱۵۸) ۳۸۵۰ (۱۵۹) ۳۸۷۵ (۱۶۰) ۳۹۰۰ (۱۶۱) ۳۹۲۵ (۱۶۲) ۳۹۵۰ (۱۶۳) ۳۹۷۵ (۱۶۴) ۴۰۰۰ (۱۶۵) ۴۰۲۵ (۱۶۶) ۴۰۵۰ (۱۶۷) ۴۰۷۵ (۱۶۸) ۴۱۰۰ (۱۶۹) ۴۱۲۵ (۱۷۰) ۴۱۵۰ (۱۷۱) ۴۱۷۵ (۱۷۲) ۴۲۰۰ (۱۷۳) ۴۲۲۵ (۱۷۴) ۴۲۵۰ (۱۷۵) ۴۲۷۵ (۱۷۶) ۴۳۰۰ (۱۷۷) ۴۳۲۵ (۱۷۸) ۴۳۵۰ (۱۷۹) ۴۳۷۵ (۱۸۰) ۴۴۰۰ (۱۸۱) ۴۴۲۵ (۱۸۲) ۴۴۵۰ (۱۸۳) ۴۴۷۵ (۱۸۴) ۴۵۰۰ (۱۸۵) ۴۵۲۵ (۱۸۶) ۴۵۵۰ (۱۸۷) ۴۵۷۵ (۱۸۸) ۴۶۰۰ (۱۸۹) ۴۶۲۵ (۱۹۰) ۴۶۵۰ (۱۹۱) ۴۶۷۵ (۱۹۲) ۴۷۰۰ (۱۹۳) ۴۷۲۵ (۱۹۴) ۴۷۵۰ (۱۹۵) ۴۷۷۵ (۱۹۶) ۴۸۰۰ (۱۹۷) ۴۸۲۵ (۱۹۸) ۴۸۵۰ (۱۹۹) ۴۸۷۵ (۲۰۰) ۴۹۰۰ (۲۰۱) ۴۹۲۵ (۲۰۲) ۴۹۵۰ (۲۰۳) ۴۹۷۵ (۲۰۴) ۵۰۰۰ (۲۰۵) ۵۰۲۵ (۲۰۶) ۵۰۵۰ (۲۰۷) ۵۰۷۵ (۲۰۸) ۵۱۰۰ (۲۰۹) ۵۱۲۵ (۲۱۰) ۵۱۵۰ (۲۱۱) ۵۱۷۵ (۲۱۲) ۵۲۰۰ (۲۱۳) ۵۲۲۵ (۲۱۴) ۵۲۵۰ (۲۱۵) ۵۲۷۵ (۲۱۶) ۵۳۰۰ (۲۱۷) ۵۳۲۵ (۲۱۸) ۵۳۵۰ (۲۱۹) ۵۳۷۵ (۲۲۰) ۵۴۰۰ (۲۲۱) ۵۴۲۵ (۲۲۲) ۵۴۵۰ (۲۲۳) ۵۴۷۵ (۲۲۴) ۵۵۰۰ (۲۲۵) ۵۵۲۵ (۲۲۶) ۵۵۵۰ (۲۲۷) ۵۵۷۵ (۲۲۸) ۵۶۰۰ (۲۲۹) ۵۶۲۵ (۲۳۰) ۵۶۵۰ (۲۳۱) ۵۶۷۵ (۲۳۲) ۵۷۰۰ (۲۳۳) ۵۷۲۵ (۲۳۴) ۵۷۵۰ (۲۳۵) ۵۷۷۵ (۲۳۶) ۵۸۰۰ (۲۳۷) ۵۸۲۵ (۲۳۸) ۵۸۵۰ (۲۳۹) ۵۸۷۵ (۲۴۰) ۵۹۰۰ (۲۴۱) ۵۹۲۵ (۲۴۲) ۵۹۵۰ (۲۴۳) ۵۹۷۵ (۲۴۴) ۶۰۰۰ (۲۴۵) ۶۰۲۵ (۲۴۶) ۶۰۵۰ (۲۴۷) ۶۰۷۵ (۲۴۸) ۶۱۰۰ (۲۴۹) ۶۱۲۵ (۲۵۰) ۶۱۵۰ (۲۵۱) ۶۱۷۵ (۲۵۲) ۶۲۰۰ (۲۵۳) ۶۲۲۵ (۲۵۴) ۶۲۵۰ (۲۵۵) ۶۲۷۵ (۲۵۶) ۶۳۰۰ (۲۵۷) ۶۳۲۵ (۲۵۸) ۶۳۵۰ (۲۵۹) ۶۳۷۵ (۲۶۰) ۶۴۰۰ (۲۶۱) ۶۴۲۵ (۲۶۲) ۶۴۵۰ (۲۶۳) ۶۴۷۵ (۲۶۴) ۶۵۰۰ (۲۶۵) ۶۵۲۵ (۲۶۶) ۶۵۵۰ (۲۶۷) ۶۵۷۵ (۲۶۸) ۶۶۰۰ (۲۶۹) ۶۶۲۵ (۲۷۰) ۶۶۵۰ (۲۷۱) ۶۶۷۵ (۲۷۲) ۶۷۰۰ (۲۷۳) ۶۷۲۵ (۲۷۴) ۶۷۵۰ (۲۷۵) ۶۷۷۵ (۲۷۶) ۶۸۰۰ (۲۷۷) ۶۸۲۵ (۲۷۸) ۶۸۵۰ (۲۷۹) ۶۸۷۵ (۲۸۰) ۶۹۰۰ (۲۸۱) ۶۹۲۵ (۲۸۲) ۶۹۵۰ (۲۸۳) ۶۹۷۵ (۲۸۴) ۷۰۰۰ (۲۸۵) ۷۰۲۵ (۲۸۶) ۷۰۵۰ (۲۸۷) ۷۰۷۵ (۲۸۸) ۷۱۰۰ (۲۸۹) ۷۱۲۵ (۲۹۰) ۷۱۵۰ (۲۹۱) ۷۱۷۵ (۲۹۲) ۷۲۰۰ (۲۹۳) ۷۲۲۵ (۲۹۴) ۷۲۵۰ (۲۹۵) ۷۲۷۵ (۲۹۶) ۷۳۰۰ (۲۹۷) ۷۳۲۵ (۲۹۸) ۷۳۵۰ (۲۹۹) ۷۳۷۵ (۳۰۰) ۷۴۰۰ (۳۰۱) ۷۴۲۵ (۳۰۲) ۷۴۵۰ (۳۰۳) ۷۴۷۵ (۳۰۴) ۷۵۰۰ (۳۰۵) ۷۵۲۵ (۳۰۶) ۷۵۵۰ (۳۰۷) ۷۵۷۵ (۳۰۸) ۷۶۰۰ (۳۰۹) ۷۶۲۵ (۳۱۰) ۷۶۵۰ (۳۱۱) ۷۶۷۵ (۳۱۲) ۷۷۰۰ (۳۱۳) ۷۷۲۵ (۳۱۴) ۷۷۵۰ (۳۱۵) ۷۷۷۵ (۳۱۶) ۷۸۰۰ (۳۱۷) ۷۸۲۵ (۳۱۸) ۷۸۵۰ (۳۱۹) ۷۸۷۵ (۳۲۰) ۷۹۰۰ (۳۲۱) ۷۹۲۵ (۳۲۲) ۷۹۵۰ (۳۲۳) ۷۹۷۵ (۳۲۴) ۸۰۰۰ (۳۲۵) ۸۰۲۵ (۳۲۶) ۸۰۵۰ (۳۲۷) ۸۰۷۵ (۳۲۸) ۸۱۰۰ (۳۲۹) ۸۱۲۵ (۳۳۰) ۸۱۵۰ (۳۳۱) ۸۱۷۵ (۳۳۲) ۸۲۰۰ (۳۳۳) ۸۲۲۵ (۳۳۴) ۸۲۵۰ (۳۳۵) ۸۲۷۵ (۳۳۶) ۸۳۰۰ (۳۳۷) ۸۳۲۵ (۳۳۸) ۸۳۵۰ (۳۳۹) ۸۳۷۵ (۳۴۰) ۸۴۰۰ (۳۴۱) ۸۴۲۵ (۳۴۲) ۸۴۵۰ (۳۴۳) ۸۴۷۵ (۳۴۴) ۸۵۰۰ (۳۴۵) ۸۵۲۵ (۳۴۶) ۸۵۵۰ (۳۴۷) ۸۵۷۵ (۳۴۸) ۸۶۰۰ (۳۴۹) ۸۶۲۵ (۳۵۰) ۸۶۵۰ (۳۵۱) ۸۶۷۵ (۳۵۲) ۸۷۰۰ (۳۵۳) ۸۷۲۵ (۳۵۴) ۸۷۵۰ (۳۵۵) ۸۷۷۵ (۳۵۶) ۸۸۰۰ (۳۵۷) ۸۸۲۵ (۳۵۸) ۸۸۵۰ (۳۵۹) ۸۸۷۵ (۳۶۰) ۸۹۰۰ (۳۶۱) ۸۹۲۵ (۳۶۲) ۸۹۵۰ (۳۶۳) ۸۹۷۵ (۳۶۴) ۹۰۰۰ (۳۶۵) ۹۰۲۵ (۳۶۶) ۹۰۵۰ (۳۶۷) ۹۰۷۵ (۳۶۸) ۹۱۰۰ (۳۶۹) ۹۱۲۵ (۳۷۰) ۹۱۵۰ (۳۷۱) ۹۱۷۵ (۳۷۲) ۹۲۰۰ (۳۷۳) ۹۲۲۵ (۳۷۴) ۹۲۵۰ (۳۷۵) ۹۲۷۵ (۳۷۶) ۹۳۰۰ (۳۷۷) ۹۳۲۵ (۳۷۸) ۹۳۵۰ (۳۷۹) ۹۳۷۵ (۳۸۰) ۹۴۰۰ (۳۸۱) ۹۴۲۵ (۳۸۲) ۹۴۵۰ (۳۸۳) ۹۴۷۵ (۳۸۴) ۹۵۰۰ (۳۸۵) ۹۵۲۵ (۳۸۶) ۹۵۵۰ (۳۸۷) ۹۵۷۵ (۳۸۸) ۹۶۰۰ (۳۸۹) ۹۶۲۵ (۳۹۰) ۹۶۵۰ (۳۹۱) ۹۶۷۵ (۳۹۲) ۹۷۰۰ (۳۹۳) ۹۷۲۵ (۳۹۴) ۹۷۵۰ (۳۹۵) ۹۷۷۵ (۳۹۶) ۹۸۰۰ (۳۹۷) ۹۸۲۵ (۳۹۸) ۹۸۵۰ (۳۹۹) ۹۸۷۵ (۴۰۰) ۹۹۰۰ (۴۰۱) ۹۹۲۵ (۴۰۲) ۹۹۵۰ (۴۰۳) ۹۹۷۵ (۴۰۴) ۱۰۰۰۰ (۴۰۵) ۱۰۰۲۵ (۴۰۶) ۱۰۰۵۰ (۴۰۷) ۱۰۰۷۵ (۴۰۸) ۱۰۱۰۰ (۴۰۹) ۱۰۱۲۵ (۴۱۰) ۱۰۱۵۰ (۴۱۱) ۱۰۱۷۵ (۴۱۲) ۱۰۲۰۰ (۴۱۳) ۱۰۲۲۵ (۴۱۴) ۱۰۲۵۰ (۴۱۵) ۱۰۲۷۵ (۴۱۶) ۱۰۳۰۰ (۴۱۷) ۱۰۳۲۵ (۴۱۸) ۱۰۳۵۰ (۴۱۹) ۱۰۳۷۵ (۴۲۰) ۱۰۴۰۰ (۴۲۱) ۱۰۴۲۵ (۴۲۲) ۱۰۴۵۰ (۴۲۳) ۱۰۴۷۵ (۴۲۴) ۱۰۵۰۰ (۴۲۵) ۱۰۵۲۵ (۴۲۶) ۱۰۵۵۰ (۴۲۷) ۱۰۵۷۵ (۴۲۸) ۱۰۶۰۰ (۴۲۹) ۱۰۶۲۵ (۴۳۰) ۱۰۶۵۰ (۴۳۱) ۱۰۶۷۵ (۴۳۲) ۱۰۷۰۰ (۴۳۳) ۱۰۷۲۵ (۴۳۴) ۱۰۷۵۰ (۴۳۵) ۱۰۷۷۵ (۴۳۶) ۱۰۸۰۰ (۴۳۷) ۱۰۸۲۵ (۴۳۸) ۱۰۸۵۰ (۴۳۹) ۱۰۸۷۵ (۴۴۰) ۱۰۹۰۰ (۴۴۱) ۱۰۹۲۵ (۴۴۲) ۱۰۹۵۰ (۴۴۳) ۱۰۹۷۵ (۴۴۴) ۱۱۰۰۰ (۴۴۵) ۱۱۰۲۵ (۴۴۶) ۱۱۰۵۰ (۴۴۷) ۱۱۰۷۵ (۴۴۸) ۱۱۱۰۰ (۴۴۹) ۱۱۱۲۵ (۴۵۰) ۱۱۱۵۰ (۴۵۱) ۱۱۱۷۵ (۴۵۲) ۱۱۲۰۰ (۴۵۳) ۱۱۲۲۵ (۴۵۴) ۱۱۲۵۰ (۴۵۵) ۱۱۲۷۵ (۴۵۶) ۱۱۳۰۰ (۴۵۷) ۱۱۳۲۵ (۴۵۸) ۱۱۳۵۰ (۴۵۹) ۱۱۳۷۵ (۴۶۰) ۱۱۴۰۰ (۴۶۱) ۱۱۴۲۵ (۴۶۲) ۱۱۴۵۰ (۴۶۳) ۱۱۴۷۵ (۴۶۴) ۱۱۵۰۰ (۴۶۵) ۱۱۵۲۵ (۴۶۶) ۱۱۵۵۰ (۴۶۷) ۱۱۵۷۵ (۴۶۸) ۱۱۶۰۰ (۴۶۹) ۱۱۶۲۵ (۴۷۰) ۱۱۶۵۰ (۴۷۱) ۱۱۶۷۵ (۴۷۲) ۱۱۷۰۰ (۴۷۳) ۱۱۷۲۵ (۴۷۴) ۱۱۷۵۰ (۴۷۵) ۱۱۷۷۵ (۴۷۶) ۱۱۸۰۰ (۴۷۷) ۱۱۸۲۵ (۴۷۸) ۱۱۸۵۰ (۴۷۹) ۱۱۸۷۵ (۴۸۰) ۱۱۹۰۰ (۴۸۱) ۱۱۹۲۵ (۴۸۲) ۱۱۹۵۰ (۴۸۳) ۱۱۹۷۵ (۴۸۴) ۱۲۰۰۰ (۴۸۵) ۱۲۰۲۵ (۴۸۶) ۱۲۰۵۰ (۴۸۷) ۱۲۰۷۵ (۴۸۸) ۱۲۱۰۰ (۴۸۹) ۱۲۱۲۵ (۴۹۰) ۱۲۱۵۰ (۴۹۱) ۱۲۱۷۵ (۴۹۲) ۱۲۲۰۰ (۴۹۳) ۱۲۲۲۵ (۴۹۴) ۱۲۲۵۰ (۴۹۵) ۱۲۲۷۵ (۴۹۶) ۱۲۳۰۰ (۴۹۷) ۱۲۳۲۵ (۴۹۸) ۱۲۳۵۰ (۴۹۹) ۱۲۳۷۵ (۵۰۰) ۱۲۴۰۰ (۵۰۱) ۱۲۴۲۵ (۵۰۲) ۱۲۴۵۰ (۵۰۳) ۱۲۴۷۵ (۵۰۴) ۱۲۵۰۰ (۵۰۵) ۱۲۵۲۵ (۵۰۶) ۱۲۵۵۰ (۵۰۷) ۱۲۵۷۵ (۵۰۸) ۱۲۶۰۰ (۵۰۹) ۱۲۶۲۵ (۵۱۰) ۱۲۶۵۰ (۵۱۱) ۱۲۶۷۵ (۵۱۲) ۱۲۷۰۰ (۵۱۳) ۱۲۷۲۵ (۵۱۴) ۱۲۷۵۰ (۵۱۵) ۱۲۷۷۵ (۵۱۶) ۱۲۸۰۰ (۵۱۷) ۱۲۸۲۵ (۵۱۸) ۱۲۸۵۰ (۵۱۹) ۱۲۸۷۵ (۵۲۰) ۱۲۹۰۰ (۵۲۱) ۱۲۹۲۵ (۵۲۲) ۱۲۹۵۰ (۵۲۳) ۱۲۹۷۵ (۵۲۴) ۱۳۰۰۰ (۵۲۵) ۱۳۰۲۵ (۵۲۶) ۱۳۰۵۰ (۵۲۷) ۱۳۰۷۵ (۵۲۸) ۱۳۱۰۰ (۵۲۹) ۱۳۱۲۵ (۵۳۰) ۱۳۱۵۰ (۵۳۱) ۱۳۱۷۵ (۵۳۲) ۱۳۲۰۰ (۵۳۳) ۱۳۲۲۵ (۵۳۴) ۱۳۲۵۰ (۵۳۵) ۱۳۲۷۵ (۵۳۶) ۱۳۳۰۰ (۵۳۷) ۱۳۳۲۵ (۵۳۸) ۱۳۳۵۰ (۵۳۹) ۱۳۳۷۵ (۵۴۰) ۱۳۴۰۰ (۵۴۱) ۱۳۴۲۵ (۵۴۲) ۱۳۴۵۰ (۵۴۳) ۱۳۴۷۵ (۵۴۴) ۱۳۵۰۰ (۵۴۵) ۱۳۵۲۵ (۵۴۶) ۱۳۵۵۰ (۵۴۷) ۱۳۵۷۵ (۵۴۸) ۱۳۶۰۰ (۵۴۹) ۱۳۶۲۵ (۵۵۰) ۱۳۶۵۰ (۵۵۱) ۱۳۶۷۵ (۵۵۲) ۱۳۷۰۰ (۵۵۳) ۱۳۷۲۵ (۵۵۴) ۱۳۷۵۰ (۵۵۵) ۱۳۷۷۵ (۵۵۶) ۱۳۸۰۰ (۵۵۷) ۱۳۸۲۵ (۵۵۸) ۱۳۸۵۰ (۵۵۹) ۱۳۸۷۵ (۵۶۰) ۱۳۹۰۰ (۵۶۱) ۱۳۹۲۵ (۵۶۲) ۱۳۹۵۰ (۵۶۳) ۱۳۹۷۵ (۵۶۴) ۱۴۰۰۰ (۵۶۵) ۱۴۰۲۵ (۵۶۶) ۱۴۰۵۰ (۵۶۷) ۱۴۰۷۵ (۵۶۸) ۱۴۱۰۰ (۵۶۹) ۱۴۱۲۵ (۵۷۰) ۱۴۱۵۰ (۵۷۱) ۱۴۱۷۵ (۵۷۲) ۱۴۲۰۰ (۵۷۳) ۱۴۲۲۵ (۵۷۴) ۱۴۲۵۰ (۵۷۵) ۱۴۲۷۵ (۵۷۶) ۱۴۳۰۰ (۵۷۷) ۱۴۳۲۵ (۵۷۸) ۱۴۳۵۰ (۵۷۹) ۱۴۳۷۵ (۵۸۰) ۱۴۴۰۰ (۵۸۱) ۱۴۴۲۵ (۵۸۲) ۱۴۴۵۰ (۵۸۳) ۱۴۴۷۵ (۵۸۴) ۱۴۵۰۰ (۵۸۵) ۱۴۵۲۵ (۵۸۶) ۱۴۵۵۰ (۵۸۷) ۱۴۵۷۵ (۵۸۸) ۱۴۶۰۰ (۵۸۹) ۱۴۶۲۵ (۵۹۰) ۱۴۶۵۰ (۵۹۱) ۱۴۶۷۵ (۵۹۲) ۱۴۷۰۰ (۵۹۳) ۱۴۷۲۵ (۵۹۴) ۱۴۷۵۰ (۵۹۵) ۱۴۷۷۵ (۵۹۶) ۱۴۸۰۰ (۵۹۷) ۱۴۸۲۵ (۵۹۸) ۱۴۸۵۰ (۵۹۹) ۱۴۸۷۵ (۶۰۰) ۱۴۹۰۰ (۶۰۱) ۱۴۹۲۵ (۶۰۲) ۱۴۹۵۰ (۶۰۳) ۱۴۹۷۵ (۶۰۴) ۱۵۰۰۰ (۶۰۵) ۱۵۰۲۵ (۶۰۶) ۱۵۰۵۰ (۶۰۷) ۱۵۰۷۵ (۶۰۸) ۱۵۱۰۰ (۶۰۹) ۱۵۱۲۵ (۶۱۰) ۱۵۱۵۰ (۶۱۱) ۱۵۱۷۵ (۶۱۲) ۱۵۲۰۰ (۶۱۳) ۱۵۲۲۵ (۶۱۴) ۱۵۲۵۰ (۶۱۵) ۱۵۲۷۵ (۶۱۶) ۱۵۳۰۰ (۶۱۷) ۱۵۳۲۵ (۶۱۸) ۱۵۳۵۰ (۶۱۹) ۱۵۳۷۵ (۶۲۰) ۱۵۴۰۰ (۶۲۱) ۱۵۴۲۵ (۶۲۲) ۱۵۴۵۰ (۶۲۳) ۱۵۴۷۵ (۶۲۴) ۱۵۵۰۰ (۶۲۵) ۱۵۵۲۵ (۶۲۶) ۱۵۵۵۰ (۶۲۷) ۱۵۵۷۵ (۶۲۸) ۱۵۶۰۰ (۶۲۹) ۱۵۶۲۵ (۶۳۰) ۱۵۶۵۰ (۶۳۱) ۱۵۶۷۵ (۶۳۲) ۱۵۷۰۰ (۶۳۳) ۱۵۷۲۵ (۶۳۴) ۱۵۷۵۰ (۶۳۵) ۱۵۷۷۵ (۶۳۶) ۱۵۸۰۰ (۶۳۷) ۱۵۸۲۵ (۶۳۸) ۱۵۸۵۰ (۶۳۹) ۱۵۸۷۵ (۶۴۰) ۱۵۹۰۰ (۶۴۱) ۱۵۹۲۵ (۶۴۲) ۱۵۹۵۰ (۶۴۳) ۱۵۹۷۵ (۶۴۴) ۱۶۰۰۰ (۶۴۵) ۱۶۰۲۵ (۶۴۶) ۱۶۰۵۰ (۶۴۷) ۱۶۰۷۵ (۶۴۸) ۱۶۱۰۰ (۶۴۹) ۱۶۱۲۵ (۶۵۰) ۱۶۱۵۰ (۶۵۱) ۱۶۱۷۵ (۶۵۲) ۱۶۲۰۰ (۶۵۳) ۱۶۲۲۵ (۶۵۴) ۱۶۲۵۰ (۶۵۵) ۱۶۲۷۵ (۶۵۶) ۱۶۳۰۰ (۶۵۷) ۱۶۳۲۵ (۶۵۸) ۱۶۳۵۰ (۶۵۹) ۱۶۳۷۵ (۶۶۰) ۱۶۴۰۰ (۶۶۱) ۱۶۴۲۵ (۶۶۲) ۱۶۴۵۰ (۶۶۳) ۱۶۴۷۵ (۶۶۴) ۱۶۵۰۰ (۶۶۵) ۱۶۵۲۵ (۶۶۶) ۱۶۵۵۰ (۶۶۷) ۱۶۵۷۵ (۶۶۸) ۱۶۶۰۰ (۶۶۹) ۱۶۶۲۵ (۶۷۰) ۱۶۶۵۰ (۶۷۱) ۱۶۶۷۵ (۶۷۲) ۱۶۷۰۰ (۶۷۳) ۱۶۷۲۵ (۶۷۴) ۱۶۷۵۰ (۶۷۵) ۱۶۷۷۵ (۶۷۶) ۱۶۸۰۰ (۶۷۷) ۱۶۸۲۵ (۶۷۸) ۱۶۸۵۰ (۶۷۹) ۱۶۸۷۵ (۶۸۰) ۱۶۹۰۰ (۶۸۱) ۱۶۹۲۵ (۶۸۲) ۱۶۹۵۰ (۶۸۳) ۱۶۹۷۵ (۶۸۴) ۱۷۰۰۰ (۶۸۵) ۱۷۰۲۵ (۶۸۶) ۱۷۰۵۰ (۶۸۷) ۱۷۰۷۵ (۶۸۸) ۱۷۱۰۰ (۶۸۹) ۱۷۱۲۵ (۶۹۰) ۱۷۱۵۰ (۶۹۱) ۱۷۱۷۵ (۶۹۲) ۱۷۲۰۰ (۶۹۳) ۱۷۲۲۵ (۶۹۴) ۱۷۲۵۰ (۶۹۵) ۱۷۲۷۵ (۶۹۶

(۳۹) ۴۰ (۴۰) ۴۰ + ۱۲ + ۳۲ (۴۱) ۳۰ (۴۲) ۴۰ (۴۳) ۲۴۰ (۴۴) ۳۰ و پانی واری پانی  
(۴۵) ۵۰ پانی (۴۶) ۳۳ ۱/۳ روپیہ (۴۷) ۲۴ (۴۸) ۴۰ (۴۹) ۲۰۰۰۰ (۵۰) ۲۵  
(۵۱) ۲ ۱/۲ و ۳ ۱/۲ (۵۲) ۳۹ (۵۳) ۲۰ (۵۴) ۲۰۰۰۰۰۰۰ (۵۵) ۴  
(۵۶) ۲۸ (۵۷) ۲۹ ۱/۲ منٹ تین بج کر بعد (۵۸) ۳۲ ۱/۲ منٹ تین بج کر بعد (۵۹) ۲۸۸ روپیہ  
(۶۰) ۲ سکنڈ (۶۱) ۲۰ منٹ گیارہ بج (۶۲) ۳۰۰ و ۲۰۰ روپیہ (۶۳) ۱۲ (۶۴) ۴۲۹۱۲۰

### اجوبہ نمبری ۲۳

(۱) ۱۰ و ۱ (۲) ۱۴ و ۱۹ (۳) ۲ و ۱۳ (۴) ۲ و ۱۴ (۵) ۵ و ۵ (۶) ۲۱ و ۱۲  
(۷) ۲۰ و ۱۰ (۸) ۲ و ۳ (۹) ۳ و ۲ (۱۰) ۳ و ۲ (۱۱) ۳ و ۲ (۱۲) ۱۰ و ۷  
(۱۳) ۱۹ و ۲ (۱۴) ۳۸ ۱/۲ و ۷ (۱۵) ۱۲ و ۱۴ (۱۶) ۱۵۴ ۱/۱۵۴ و ۱۰ و ۵  
(۱۸) ۱۲ و ۱۲ (۱۹) ۲۰ و ۲۰ (۲۰) ۱۳ و ۵ (۲۱) ۷ و ۹ (۲۲) ۱۰ و ۱۰ (۲۳) ۴ و ۹  
(۲۴) ۵ و ۷ (۲۵) ۲ ۱/۲ و ۱ (۲۶) ۲ و ۲ (۲۷) ۱۰ و ۸ (۲۸) ۱۲ و ۳ (۲۹) ۲ و ۳

(۳۰) ۳ و ۴ (۳۱) ۳ و ۲ (۳۲) ۳ و ۲ (۳۳) ۳ و ۲ (۳۴) ۱۲ و ۱۲

(۳۵) ۱۲ و ۱۲ (۳۶) ۱۲ و ۱۲ (۳۷) ۱۲ و ۱۲ (۳۸) ۱۲ و ۱۲ (۳۹) ۱۲ و ۱۲

(۴۰) ۱۲ و ۱۲ (۴۱) ۱۲ و ۱۲ (۴۲) ۱۲ و ۱۲ (۴۳) ۱۲ و ۱۲ (۴۴) ۱۲ و ۱۲

(۴۵) ۱۲ و ۱۲ (۴۶) ۱۲ و ۱۲ (۴۷) ۱۲ و ۱۲ (۴۸) ۱۲ و ۱۲ (۴۹) ۱۲ و ۱۲

### اجوبہ نمبری ۲۴

(۱) ۱۲ و ۱۲ (۲) ۳ و ۳ (۳) ۳ و ۳ (۴) ۱۲ و ۱۲ (۵) ۳ و ۳

(۶) ۱۲ و ۱۲ (۷) ۱۲ و ۱۲ (۸) ۱۲ و ۱۲ (۹) ۱۲ و ۱۲ (۱۰) ۱۲ و ۱۲

(۱۱) ۱۲ و ۱۲ (۱۲) ۱۲ و ۱۲ (۱۳) ۱۲ و ۱۲ (۱۴) ۱۲ و ۱۲ (۱۵) ۱۲ و ۱۲

(۱۶) ۱۲ و ۱۲ (۱۷) ۱۲ و ۱۲ (۱۸) ۱۲ و ۱۲ (۱۹) ۱۲ و ۱۲ (۲۰) ۱۲ و ۱۲

(۲۱) ۱۲ و ۱۲ (۲۲) ۱۲ و ۱۲ (۲۳) ۱۲ و ۱۲ (۲۴) ۱۲ و ۱۲ (۲۵) ۱۲ و ۱۲

(۲۶) ۱۲ و ۱۲ (۲۷) ۱۲ و ۱۲ (۲۸) ۱۲ و ۱۲ (۲۹) ۱۲ و ۱۲ (۳۰) ۱۲ و ۱۲



### اجوبہ نمبری ۲۵

- (۱) ۴۲ و ۲۴ (۲) ۱۲ و ۱۴ (۳) ۱۴ و ۱۱ (۴) ۲۴ و ۴۰ (۵) ۳۰ پائی و ۸ پائی  
 (۶) ۲۱ و ۲۴ (۷)  $\frac{۳}{۵}$  (۸) ۴۳ و ۴۵ (۹) ۴۲ و ۴۰ (۱۰) ۳۰ پائی و ۱۵ پائی  
 (۱۱) ۵، ۳، (۱۲) ۲۰ و ۵۲ (۱۳) ۴۰ و ۵۰ (۱۴)  $\frac{۳}{۵}$  (۱۵) (۱۶-۲۴)  $۲ \times ۱۱$   
 (۱۷) ۱۵ و ۴۵ (۱۸) ۱۲ و ۵ (۱۹) ۱۰ و ۱۴ (۲۰) ۲۴ (۲۱) ۵۹  
 (۲۲) سوامن (۲۳) ۱۵۰ گز و ۲۰ گز فی منٹ (۲۴) ۱۱ و ۱۱ (۲۵) ۵۰ و ۵۰  
 (۲۶) ۶۰ و ۴۲ و ۳۵ (۲۷) ۴۰ و ۴۲ (۲۸) ۱۲ میل  
 (۲۹) ۴ میل پیدل چلنی و ۳ میل کشتی میں چلنے کی رفتار (۳۰) ۳۳ میل فی گھنٹہ اور ۱۲ میل فی گھنٹہ  
 (۳۱) ۴۵ و ۳۳ میل فی گھنٹہ (۳۲) ۳۰ و ۵۰ میل فی گھنٹہ (۳۳) ۴۰ میل ساگر گڑی  
 ۳۰ میل مال گڑی (۳۴) ۱۵۰ و ۱۲۰ و ۴۰ (۳۵)  $\frac{۳}{۴}$  روپیہ  $\frac{۱}{۲}$  روپیہ  
 (۳۶) ۴ و ۵۹ و ۵۵ (۳۷) ۱۲۰ و ۸۰ و ۴۰ (۳۸) ۴۳۲ (۳۹) ۴۲۰ و ۳۵۰  
 ۲۱، (۴۰) ۴۲ و ۴۲

### اجوبہ نمبری ۲۶

- (۱) ۴ ± (۲) ۲۵ ± (۳) ۴ ± (۴) ۹ ± (۵) ۹ ± (۶) ۹ ± (۷) ۹ ± (۸) ۳ و ۲ (۹) ۲ و ۱۲ (۱۰) ۳ و ۱ (۱۱)  $\frac{۱}{۲}$  و ۳ (۱۲) ۱۰ و ۵  
 (۱۳) ۵ و ۵ (۱۴) ۴ و ۳ (۱۵)  $\frac{۳}{۴}$  و ۱ (۱۶)  $\frac{۹}{۴}$  و  $\frac{۱}{۴}$   
 (۱۷) ۵ و  $\frac{۳}{۴}$  (۱۸) ۳ و ۴ (۱۹)  $\frac{۱}{۲}$  و ۱ (۲۰)  $\frac{۱}{۴}$  و ۱ (۲۱) ۲  
 (۲۲) ۴ (۲۳) ۴ و  $\frac{۹}{۴}$  (۲۴) ۱۱ و ۳ (۲۵) ۳ و ۵ (۲۶)  $\frac{۱}{۲}$  و ۲  
 (۲۷) ۴ و ۱۱ (۲۸) ۱۰ و ۱۰ (۲۹) ۳ و ۲ (۳۰)  $\frac{۱}{۴}$  و ۳ (۳۱) ۳ و ۲  
 (۳۲) ۳ و ۲ (۳۳) ۲ ± (۳۴) ۱ و ۴ (۳۵) ۳ و  $\frac{۳}{۴}$  (۳۶) ۲ و ۴  
 (۳۷) ۴ و  $\frac{۱۴}{۲}$  (۳۸) ۴ و  $\frac{۳}{۴}$  (۳۹) ۲ و ۸ (۴۰) ۳ و ۴  
 (۴۱) ۳ و ۵ (۴۲) ۳ و ۵ (۴۳) ۲ و ۱ (۴۴) ۱ و ۱

$$\xi_0 = 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99$$

$$\frac{2}{\sqrt{1-9}} \sqrt{52} \quad \frac{1}{\sqrt{1-9}} \sqrt{51} \quad \frac{209210-(50)}{\sqrt{9}} \quad 9-9 \sqrt{179}$$

$$\frac{1}{16} \times 3 - 94 (56) \quad \frac{2}{2} \times 13 (55) \quad \frac{1}{16} \times 1 (54) \quad \cdot 94 (53)$$

•  $\frac{5}{13} (56) - 1$   $\frac{5}{13} (58) - 1$   $\frac{5}{13} (59) - 1$   $\frac{5}{13} (40) - 1$

$$\frac{(b+1)^2}{b+1^2} - 1(4r) \quad \overline{b} \pm (4r) (b \pm 1)(4r) \quad \frac{1}{f} \pm 1(4r)$$

اجوبہ نمبری ۲۷

$$r = 9, r(4) = 9, 5(5) \neq (r), r(3) \neq 9(2), r \neq 9, r \neq (1)$$

$$\frac{1}{A} 119P(12)P(11)P \pm (10) 12-94(9)P-912(A) \cdot 94(6)$$

$$N(1A) \quad N(1A) \quad \frac{5}{2}, \frac{5}{2}(14) \quad 1(15) \quad 14(1A) \quad \frac{5}{2} \quad 1(1A)$$

$$0 \pm 2(22) \frac{1}{2\sqrt{2}} \pm 2 \cdot (22) \frac{1}{2} \sqrt{2} (21) \frac{1-1}{2} (20) \frac{(b+1)(b+1)2}{(b-1)} \quad (19)$$

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + j(r_0)r - j r' - j(r_0)(\overline{j})_{\lambda} \pm j \cdot (r_0) \pm j(r_0) \mp j \cdot (r_0)$$

اجوبہ نمبری ۲۸

(۱) ۲۴ و ۳۶ (۲) ۲۴ و ۳۶ (۳) ۳۰ و ۲۴ (۴) ۱۸ و ۱۲ و ۹ (۵) ۱۲ و ۱۰

15 (12) 1294 (11) 6 (10) 11 (9) 2893 (8) 1946 (7) 492 (6)

(۱۳) ۲۴ (۱۴) ۲۷ سیر (۱۵) ۸ ر ۹ پائی و ۷ (۱۶) ۲۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۶ و ۹۶

(۱۸) آبائی (۱۹) ۱۰ میل (۲۰) ۵۴ (۲۱) ۱۹۲ و ۱۲۸ (۲۲) ۹ گیلین (۲۳) ۶۳

(۲۴) مساوی (۲۵) ۴ روپہ فیصدی

اجوبہ نمبری ۲۹

$$r=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$$

$$\frac{1}{A_1}, 0, \frac{C}{A_1} - 2, 4(1), \frac{C}{\delta}, 12, \frac{4}{\delta}, 22 - (2), \frac{C_1}{12} - 2, \frac{C_2}{12} - 2, (4)$$

$$\therefore \frac{3}{4} \text{ و } \frac{5}{11} \text{ و } 2 \text{ و } 4(1) \quad \frac{23}{4} - 2 \text{ و } \frac{29}{11} - 2(2)$$







۱۸۶۴۳۸۸ (۴۵) ۱۱۶۳۵۷۸۱ (۴۴) ۴۵۱۲۳۱۰ (۴۳) ۶۰۹۲۳۳ (۴۲)  
 ۱۱۹۶۵۴۳۳۱ (۴۱) ۵۳+۷۲ (۴۰) ۱۲ (۳۹) ۴۳+۷۲ (۳۸) ۳-۱-۷ (۳۷)  
 ۴۰ (۳۶) ۱+۷+۲ (۳۵) ۴۱ (۳۴) ۲ (۳۳) ۴۲ (۳۲) ۸۸ (۳۱) ۴۱ (۳۰) ۵۴ (۲۹) ۳۵ (۲۸) ۲۷ (۲۷)  
 ۱۳۸ (۲۶) ۹۲ (۲۵) ۸۸ (۲۴) ۴۱ (۲۳) ۵۴ (۲۲) ۳۵ (۲۱) ۲۷ (۲۰)  
 ۱۳۸ (۱۹) ۹۲ (۱۸) ۸۸ (۱۷) ۴۱ (۱۶) ۵۴ (۱۵) ۳۵ (۱۴) ۲۷ (۱۳)  
 ۱۷۴ (۱۲) ۹۲ (۱۱) ۸۸ (۱۰) ۴۱ (۹) ۵۴ (۸) ۳۵ (۷) ۲۷ (۶)

### اجوبه نمبری ۳۳

۱ (۱) ۱ (۲) ۱ (۳) ۱ (۴) ۱ (۵) ۱ (۶) ۱ (۷) ۱ (۸) ۱ (۹)  
 ۱ (۱۰) ۱ (۱۱) ۱ (۱۲) ۱ (۱۳) ۱ (۱۴) ۱ (۱۵) ۱ (۱۶) ۱ (۱۷) ۱ (۱۸)  
 ۱ (۱۹) ۱ (۲۰) ۱ (۲۱) ۱ (۲۲) ۱ (۲۳) ۱ (۲۴) ۱ (۲۵) ۱ (۲۶) ۱ (۲۷)  
 ۱ (۲۸) ۱ (۲۹) ۱ (۳۰) ۱ (۳۱) ۱ (۳۲) ۱ (۳۳) ۱ (۳۴) ۱ (۳۵) ۱ (۳۶)  
 ۱ (۳۷) ۱ (۳۸) ۱ (۳۹) ۱ (۴۰) ۱ (۴۱) ۱ (۴۲) ۱ (۴۳) ۱ (۴۴) ۱ (۴۵)

### اجوبه نمبری ۳۴

۱ (۱) ۱ (۲) ۱ (۳) ۱ (۴) ۱ (۵) ۱ (۶) ۱ (۷) ۱ (۸) ۱ (۹)  
 ۱ (۱۰) ۱ (۱۱) ۱ (۱۲) ۱ (۱۳) ۱ (۱۴) ۱ (۱۵) ۱ (۱۶) ۱ (۱۷) ۱ (۱۸)  
 ۱ (۱۹) ۱ (۲۰) ۱ (۲۱) ۱ (۲۲) ۱ (۲۳) ۱ (۲۴) ۱ (۲۵) ۱ (۲۶) ۱ (۲۷)

$$5\sqrt{2} + 3(13) (\sqrt{2} \cdot 4 + 15\sqrt{2} \cdot 3 + 4\sqrt{2} \cdot 4 + 18) \frac{1}{2}(12)$$

$$\sqrt{2} \sqrt{2} (14) \sqrt{2} + 4\sqrt{2} (15) 2\sqrt{2} - 3(13)$$

$$10\sqrt{2} (20) 3\sqrt{2} (19) 3\sqrt{2} + 2(18) \sqrt{2} - 3\sqrt{2} (14)$$

اجوبه نمبری ۳۵

$$(1) \frac{1}{4} (2) \frac{5}{12} \text{ و } \frac{5}{8} \text{ و } \frac{3}{8} \text{ و } \frac{1}{4} (3) \frac{5}{12} (4) 21 \text{ و } 14$$

$$(5) 2 \text{ و } 3 (4) 32 \text{ و } 20 (6) 1 (8) 10 \text{ و } 15 (9) 4 \text{ و } 8$$

$$(10) 35 \text{ و } 32 (11) 4 (12) \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{3} (13) 50 \text{ و } 40 \text{ و } 90 (14) 20 \text{ و } 50$$

اجوبه نمبری ۳۶

$$(1) 12 \text{ و } 18 (2) 15 (3) 12 (4) 4 \text{ و } 2 (5) 2 \text{ و } 1 (8) 5$$

$$(9) 1 \text{ و } 1 (10) 35 \text{ و } 40 \text{ و } 80 (11) 4 \text{ و } 2 (12) 9 \text{ و } 4$$

اجوبه نمبری ۳۷

$$(1) 4 \text{ و } 5 (2) 2 (3) 4 (4) 5 (5) 8 (6) 1 (7) 1$$

$$(8) \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{3} (9) 11 \text{ و } 3 \text{ و } 1 (10) 15 (11) 15 (12) 15 \text{ و } 40 \text{ و } 15 \text{ و } 3$$

اجوبه نمبری ۳۸

$$(1) 9 \text{ و } 4 (2) \frac{1}{4} \text{ و } \frac{1}{5} (3) 49 (4) 139 (5) \frac{1}{4} \text{ و } \frac{1}{5}$$

$$(6) 115 (7) 14 \text{ و } 14 \text{ و } 18 (8) 14 \text{ و } 14 \text{ و } 14 \text{ و } 14 \text{ و } 14$$

$$(9) 4 \text{ و } 5 (10) 1 \text{ و } 1 \text{ و } 1 \text{ و } 1 \text{ و } 1 (11) 10 \text{ و } 1$$

$$(12) 82 (13) 5 \text{ و } 9 \text{ و } 13 \text{ و } 14 (14) 5 \text{ و } 5 \text{ و } 4 (15) 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5$$

$$(16) 18 \text{ و } 19 (17) 4 (18) 5 (19) 1 \text{ و } 4 \text{ و } 4 (20) 1 \text{ و } 2$$

اجوبه نمبری ۳۹

$$(1) 1345 (2) 13 (3) 10 (4) 3 (5) 1 + 2$$

$$\frac{1}{4} (1) \frac{1}{8} (2) \frac{1}{16} (3) \frac{1}{32} (4) \frac{1}{64} (5) \frac{1}{128} (6)$$

$$(11) \frac{5}{128} (12) \frac{11}{256} (13) \frac{21}{512} (14) \frac{41}{1024} (15) \frac{81}{2048}$$

$$(16) \frac{161}{4096} (17) \frac{321}{8192} (18) \frac{641}{16384} (19) \frac{1281}{32768} (20) \frac{2561}{65536}$$

$$(21) \frac{5121}{131072} (22) \frac{10241}{262144} (23) \frac{20481}{524288} (24) \frac{40961}{1048576} (25) \frac{81921}{2097152}$$

### اجوبه نمبری ۴۰

$$(1) \frac{1}{2} (2) \frac{1}{4} (3) \frac{1}{8} (4) \frac{1}{16} (5) \frac{1}{32} (6) \frac{1}{64} (7) \frac{1}{128} (8) \frac{1}{256}$$

$$(9) \frac{1}{512} (10) \frac{1}{1024} (11) \frac{1}{2048} (12) \frac{1}{4096} (13) \frac{1}{8192} (14) \frac{1}{16384}$$

### اجوبه نمبری ۴۱

$$(1) \frac{1}{2} (2) \frac{1}{4} (3) \frac{1}{8} (4) \frac{1}{16} (5) \frac{1}{32} (6) \frac{1}{64} (7) \frac{1}{128} (8) \frac{1}{256}$$

$$(9) \frac{1}{512} (10) \frac{1}{1024} (11) \frac{1}{2048} (12) \frac{1}{4096} (13) \frac{1}{8192} (14) \frac{1}{16384}$$

### اجوبه نمبری ۴۲

$$(1) \frac{1}{2} (2) \frac{1}{4} (3) \frac{1}{8} (4) \frac{1}{16} (5) \frac{1}{32} (6) \frac{1}{64} (7) \frac{1}{128} (8) \frac{1}{256}$$

$$(9) \frac{1}{512} (10) \frac{1}{1024} (11) \frac{1}{2048} (12) \frac{1}{4096} (13) \frac{1}{8192} (14) \frac{1}{16384}$$

$$(15) \frac{1}{32768} (16) \frac{1}{65536} (17) \frac{1}{131072} (18) \frac{1}{262144} (19) \frac{1}{524288} (20) \frac{1}{1048576}$$

$$(21) \frac{1}{2097152} (22) \frac{1}{4194304} (23) \frac{1}{8388608} (24) \frac{1}{16777216} (25) \frac{1}{33554432}$$

$$(26) \frac{1}{67108864} (27) \frac{1}{134217728} (28) \frac{1}{268435456} (29) \frac{1}{536870912} (30) \frac{1}{1073741824}$$

$$(31) \frac{1}{2147483648} (32) \frac{1}{4294967296} (33) \frac{1}{8589934592} (34) \frac{1}{17179869184} (35) \frac{1}{34359738368}$$

$$(36) \frac{1}{68719476736} (37) \frac{1}{137438953472} (38) \frac{1}{274877906944} (39) \frac{1}{549755813888} (40) \frac{1}{1099511627776}$$

$$(41) \frac{1}{2199023168256} (42) \frac{1}{4398046336512} (43) \frac{1}{8796092673024} (44) \frac{1}{17592185346048} (45) \frac{1}{35184370692096}$$

$$(46) \frac{1}{70368741384192} (47) \frac{1}{140737482768384} (48) \frac{1}{281474965536768} (49) \frac{1}{562949931073536} (50) \frac{1}{1125899862147072}$$

$$(51) \frac{1}{2251799724294144} (52) \frac{1}{4503599448588288} (53) \frac{1}{9007198897176576} (54) \frac{1}{18014397794353152} (55) \frac{1}{36028795588706304}$$









(۱۶۴) (۱) ۳۱ (۲) ۴ (۳) ۴ (۴) ۳ (۵) ۱۴ (۶) ۲ (۷) ۲

(۲) ۵ ± ۴ (۳) ۴ ± ۵ (۴) ۵ ± ۴ (۵) ۴ ± ۵

(۱۶۴) ۱۴ منٹ بعد ۱۲ بجے کے (۱۶۴) ۳۴ (۱۶۸) ۴۰ (۱۶۹) ۲۳۳

۳۴ (۱ -  $\frac{4}{3}$ ) و ۳۴ (۱۸۰) ۴ - ۸ (۱۸۱) ۱۵ (۱۸۲)  $\frac{2+11}{2-11}$

(۱۸۳) (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۴ - ۵ (۴) ۱۵ (۵) ۱۸ (۶) ۱۵ (۷) ۲ (۸) ۴ (۹) ۱ - ۲

(۱۸۴) ۲۸۸ و ۲۲۴ (۱۸۴) ۲۹ میل (۱۸۸) اول روز مومن ۸ بازیان جتیا اور ۲۸

(۱۹۰) - ۱۸۵ (۱۹۱)  $\frac{1}{12}$  ۱۸ + ۱۲ - ۱۱ - ۱۰ - ۹ - ۸ - ۷ - ۶ - ۵ - ۴ - ۳ - ۲ - ۱

(۱۹۲)  $\frac{13+11}{4-11}$  (۱۹۳) ۱۴ - ۱۳ (۱۹۴) ۱۴ (۱۹۵) ۱۴ (۱۹۶) ۱۴ (۱۹۷) ۱۴ (۱۹۸) ۱۴ (۱۹۹) ۱۴ (۲۰۰) ۱۴

(۱۹۵) (۱)  $\frac{5}{4}$  و  $\frac{3}{4}$  (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۲ (۵) ۲ (۶) ۲ (۷) ۲ (۸) ۲ (۹) ۲ (۱۰) ۲ (۱۱) ۲ (۱۲) ۲ (۱۳) ۲ (۱۴) ۲ (۱۵) ۲ (۱۶) ۲ (۱۷) ۲ (۱۸) ۲ (۱۹) ۲ (۲۰) ۲

(۱۹۶) (۱) ۲ (۲) ۲ (۳) ۲ (۴) ۲ (۵) ۲ (۶) ۲ (۷) ۲ (۸) ۲ (۹) ۲ (۱۰) ۲ (۱۱) ۲ (۱۲) ۲ (۱۳) ۲ (۱۴) ۲ (۱۵) ۲ (۱۶) ۲ (۱۷) ۲ (۱۸) ۲ (۱۹) ۲ (۲۰) ۲

(۲۰۱) ۲ و ۸ و ۱۴ (۲۰۲)  $\frac{1+11}{2-11}$  (۲۰۳)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۴)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۵)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۶)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۷)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۸)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۹)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۰)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۱)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۲)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۳)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۴)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۵)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۶)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۷)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۸)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۹)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۲۰)  $\frac{14}{3+11}$

(۲۰۳)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۴)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۵)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۶)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۷)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۸)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۰۹)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۰)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۱)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۲)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۳)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۴)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۵)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۶)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۷)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۸)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۱۹)  $\frac{14}{3+11}$  (۲۲۰)  $\frac{14}{3+11}$

(۲۰۵) (۱) ۴ و  $\frac{5}{4}$  (۲) ۱ - ۲ (۳) ۳ ± ۲ (۴) ۲ ± ۱ (۵) ۱ - ۲ (۶) ۲ (۷) ۲ (۸) ۲ (۹) ۲ (۱۰) ۲ (۱۱) ۲ (۱۲) ۲ (۱۳) ۲ (۱۴) ۲ (۱۵) ۲ (۱۶) ۲ (۱۷) ۲ (۱۸) ۲ (۱۹) ۲ (۲۰) ۲

(۲۰۸) ۱۴ جتیاں + ۱۸ جونیان (۲۰۹) ۲ + ۱۲ + ۱۱ + ۱۰ + ۹ + ۸ + ۷ + ۶ + ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱

(۲۱۱)  $\frac{1}{12}$  ۱۸ + ۱۲ - ۱۱ - ۱۰ - ۹ - ۸ - ۷ - ۶ - ۵ - ۴ - ۳ - ۲ - ۱

(۲۱۳)  $\frac{36+11}{3-11}$  (۲۱۴) ۱۴ (۲۱۵) ۱۴ (۲۱۶) ۱۴ (۲۱۷) ۱۴ (۲۱۸) ۱۴ (۲۱۹) ۱۴ (۲۲۰) ۱۴

(۲۱۵) (۱) ۳ - ۴ (۲) ۴ ± ۵ (۳) ۲ (۴) ۲ (۵) ۲ (۶) ۲ (۷) ۲ (۸) ۲ (۹) ۲ (۱۰) ۲ (۱۱) ۲ (۱۲) ۲ (۱۳) ۲ (۱۴) ۲ (۱۵) ۲ (۱۶) ۲ (۱۷) ۲ (۱۸) ۲ (۱۹) ۲ (۲۰) ۲

۱۲ و ۱۳ و ۱۴ (۲۲۰) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۱) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۲) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۳) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۴) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۵) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۶) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۷) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۸) ۳ + ۲ + ۱ (۲۲۹) ۳ + ۲ + ۱ (۲۳۰) ۳ + ۲ + ۱

۱ + ۲ + ۳ (۲۲۳) (۲۲۴) (۲۲۵) (۲۲۶) (۲۲۷) (۲۲۸) (۲۲۹) (۲۳۰)

(۲۲۴) (۱) ۹ (۲) ۲۳ و ۱۴ (۳) ۱۲ - ۱۱ (۴) ۳۴ و ۲۲ (۵) ۲۸ - ۳

(۲) ۱۰۰ - ۲۰۰ (۳)  $\frac{1}{12}$  ۱۸ + ۱۲ - ۱۱ - ۱۰ - ۹ - ۸ - ۷ - ۶ - ۵ - ۴ - ۳ - ۲ - ۱











